

**ОПД.Р.03 СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА
УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЙ КОМПЛЕКС
ЧАСТЬ 1**

ЧАСТЬ I

РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Строительная механика – наука о принципах и методах расчета сооружений на прочность, жесткость и устойчивость. Для обеспечения необходимой надежности сооружений, т.е. для исключения возможности их разрушения, основные элементы конструкций должны соответствовать заданным условиям прочности, жесткости и устойчивости. С другой стороны, экономика требует минимальных затрат на изготовление конструкций. С целью соблюдения условий надежности и экономичности необходимо тщательно производить расчеты и точно применять полученные результаты при проектировании, возведении и эксплуатации сооружений.

Расчеты сооружений основываются на двух основных понятиях: воздействие и сопротивление.

Воздействиями являются нагрузки, например, вес здания и оборудования, ветровое давление, динамические нагрузки от движущихся предметов и землетрясений, осадка опор, температурные расширения отдельных частей конструкций, усадка материалов и т. п.

Сопротивление является основной функцией несущего сооружения, конструкция которого должна образовать прочную неподвижную систему, способную противостоять всем действующим воздействиям.

В соответствии с этим строительная механика предполагает изучение и определение как величин воздействий, так и сопротивления сооружения этим воздействиям.

В строительной механике различают: *одномерные задачи*, в которых искомые величины зависят от одной пространственной координаты, *плоские задачи* – от двух координат, *пространственные* – трех пространственных координат. Обычно пространственные задачи расчленяются на плоские, расчет которых намного проще.

Различают также *статические задачи* строительной механики, в которых фактор времени не фигурирует, и *динамические задачи*, учитывающие фактор времени и инерционные свойства конструкций, выражаемые через производные по времени.

При решении задач строительной механики применяют *расчетные схемы* конструкций, которые с определенной точностью отражают действительную работу последних. В зависимости от требований точности расчета для одной и той же конструкции могут быть приняты различные расчетные схемы, состоящие из совокупности связанных условных элементов (стержней, пластинок, связей), испытывающих внешние воздействия.

Стержнями называются тела, у которых два измерения несравненно малы с третьим – длиной. Стержни могут быть прямолинейными и криволинейными, постоянного и переменного поперечного сечения. Основное предназначение стержней – восприятие осевых сил (растягивающих и сжимающих), а также изгибающих и крутящих моментов. Из стержней состоят расчетные схемы большинства инженерных конструкций: ферм, арок, рам, пространственных стержневых конструкций и т. д.

Пластинками называются тела, у которых одно измерение мало по сравнению с двумя другими. Криволинейные пластинки называются *оболочками*. Пластинки воспринимают нагрузки в двух направлениях, что в ряде случаев экономически более выгодно. Расчет пластинок и систем, составленных из них, значительно сложнее расчета стержневых систем.

Связи, соединяющие отдельные элементы конкретной конструкции между собой, называются *внутренними*. Основными видами внутренних связей являются *шарнирные*, *шарнирно-подвижные* и *жесткие* соединения. Шарнирные соединения накладывают на плоскую систему две связи, шарнирно-подвижные – одну, а жесткие – три связи.

Опорами называются внешние связи, соединяющие элементы рассматриваемой конструкции с элементами других конструкций или окружающей средой. Основными видами опор являются *шарнирно-подвижные*, *шарнирно-неподвижные* и *защемления* или *заделки*. Шарнирно-подвижные опоры накладывают на рассматриваемую систему одну связь, шарнирно-неподвижные – две связи, а жесткие защемления или заделки – все три связи.

Наиболее хорошо разработаны методы расчета конструкций из упругих материалов, т. е. подчиняющихся закону Гука. При этом используемые уравнения можно разбить на три группы:

- статические уравнения равновесия – устанавливают взаимосвязь между внешним и внутренними усилиями, которые входят в них линейно;
- уравнения совместности деформаций – связывают деформации элементов системы с перемещениями характерных точек системы, которые обычно являются нелинейными, но из-за

малости деформаций по отношению к геометрическим размерам элементов принимаются линейными;

- физические уравнения – связывают напряжения с деформациями и получаются, как правило, на основе закона Гука.

Если система работает в пределах линейных деформаций, то для нее справедлив принцип независимости действия сил. Смысл этого принципа заключается в следующем: если на конструкцию действует несколько видов нагрузок, то суммарный результат действия этих нагрузок равен сумме результатов действия каждой отдельной нагрузки. Это относится к усилиям, деформациям, перемещениям и другим расчетным величинам.

Свойство системы изменять геометрическую форму при отсутствии деформаций в элементах характеризуется ее степенью свободы W . Если $W < 0$, то система имеет избыточное число связей и называется статически неопределимой. Если $W = 0$, то такая система называется статически определимой и для ее расчета достаточно применить уравнения статического равновесия. Но если $W > 0$, то такая система геометрически изменяема, т. е. является не сооружением, а механизмом.

Степень свободы W системы в общем случае определяется по формуле Чебышева:

$$W = 3D - 2Ш - C_0$$

где: D – число дисков (жестких тел) в рассматриваемой системе;

$Ш$ – число шарниров, связывающих диски системы друг с другом;

C_0 – число опорных стержней.

В статически определимых системах значения внутренних усилий, возникающих в сечениях ее элементов, можно однозначно определить методом сечений с применением уравнений равновесия статики.

Статически определимые системы относятся к разряду наиболее простых как в плане расчетов, так и при изготовлении и эксплуатации. Однако в случае разрушения одного из элементов, они превращаются в механизмы, не способные выполнять несущие функции. Данное обстоятельство снижает надежность и безопасность этих систем. Поэтому в этом отношении преимущество имеют системы с «лишними» связями, т. е. статически неопределимые системы.

1. Смысловой модуль №1: «РАСЧЕТ МНОГОПРОЛЕТНЫХ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ БАЛОК»

1.1. Теоретическая часть.

1.1.1. Расчет статически определимых многопролетных балок

В плоских балочных и рамных системах отдельные стержни соединены между собой жестко, с помощью шарниров, либо подвижными связями. При определении внутренних усилий можно составить условия равновесия для каждого из стержней. Полученная система уравнений будет соответствовать числу неизвестных рассчитываемой конструкции. Отсюда решением составленной системы уравнений можно определить все ее внутренние усилия.

Безусловно, такой способ расчета является слишком громоздким. Анализ структуры системы и выявление присоединенных к *основной* части системы дополнительных элементов позволяет вести расчет без решения полной системы уравнений со многими неизвестными. При этом *присоединенной* называется такая часть системы, которую можно удалить без нарушения неизменяемости оставшейся части.

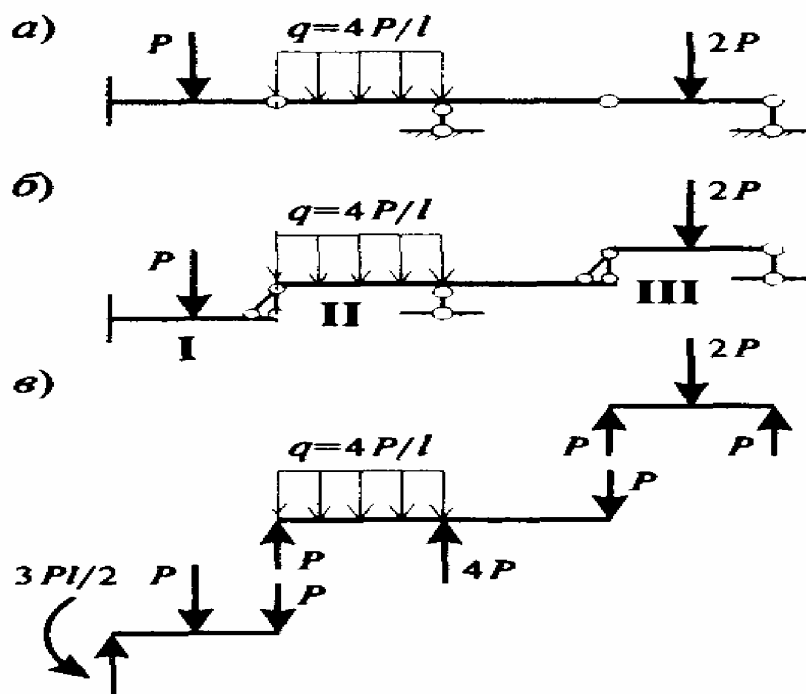


Рис.1.1.

Присоединенную систему можно рассчитать независимо от оставшейся части, причем опорные реакции присоединенной системы будут служить внешними силами для оставшейся.

На Рис. 1.1 показаны статически определимая многопролетная балка и этапы ее расчета.

Основной балкой в данном случае является балка I, балка III является присоединенной, балка II присоединенная по отношению к балке I и основной по отношению к балке III (рис. 1.1, б).

Степень изменяемости системы:

$$n=3D-C=3\cdot 3-9=0,$$

где: n – степень изменяемости; D – число дисков; C – общее число наложенных связей, в т.ч. опорных.

Число степеней свободы системы определяется из условия:

$$W=3D-2Ш- C_o=3\cdot 3-2\cdot 2-5=0$$

где: W – число степеней свободы;

$Ш$ – число простых шарниров, связывающих друг с другом диски;

C_o - число опорных стержней.

Так как в данном случае одновременно выполняются необходимое и достаточное условия, т.е. $n = 0$ и $W = 0$, то данная расчетная схема геометрически неизменяема и статически определима. Рассчитав последовательно присоединенную балку III, получим реакции, передающиеся от балки III к основной балке II. Далее рассчитываем балку II, как присоединенную и получим реакцию, передающуюся балке I. Определение внутренних усилий в каждой балке производится самостоятельно из условия их статической определимости.

1.1.2. Линии влияния и их применение для расчета статически определимых балок

Принцип независимости действия сил позволяет расчленять нагрузку на отдельные части и вести расчет порознь на действие каждой из них. Простейшей базовой нагрузкой является единичная сосредоточенная сила, приложенная в определенной точке и в определенном направлении. Из сосредоточенных сил можно получить любую нагрузку, в том числе и распределенную, путем предельного перехода к бесконечной сумме бесконечного числа сосредоточенных сил. Поэтому, имея расчет системы на действие единичной сосредоточенной силы, приложенной в произвольной

точке и по произвольному направлению, мы можем легко рассчитать систему на любую нагрузку. Данный подход является аналогом известного метода функций Грина из математики.

При перемещении точки приложения сосредоточенной силы усилие в рассматриваемом сечении системы, естественно, изменяется. График, изображающий закон изменения усилия или деформационного фактора в данном сечении в зависимости от положения на сооружении единичного груза $s=1$, называется *линией влияния*.

Точно также можно определить линию влияния какого-либо перемещения, например прогиба в определенной точке, от действия единичной сосредоточенной нагрузки, приложенной в различных местах системы.

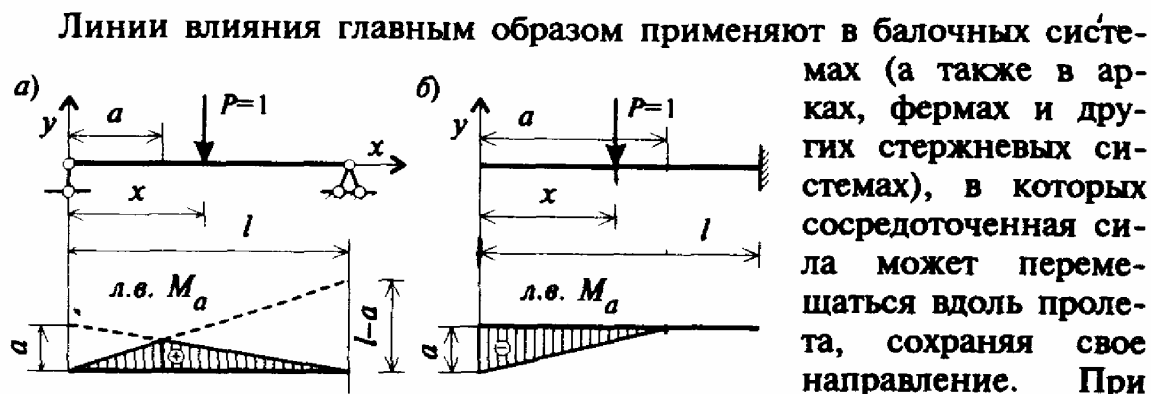


Рис. 1.6

Линии влияния главным образом применяют в балочных системах (а также в арках, фермах и других стержневых системах), в которых сосредоточенная сила может перемещаться вдоль пролета, сохраняя свое направление. При помощи линий влияния легко рассчитать балку на подвижную нагрузку, возникающую, например, при движении поезда или потока автомашин на мостовом пролете.

Нетрудно построить линии влияния усилий в простых статически определимых балках. Опорные реакции балки (рис. 1.6, а) при единичной сосредоточенной силе, приложенной на расстоянии x от левой опоры, равны:

$$R_A = \frac{l-x}{l}; \quad R_B = \frac{x}{l}, \quad (1.2)$$

где l — пролет балки.

Для сечений, расположенных слева от точки приложения сил ($a < x$), изгибающий момент $M_A = R_A a$, а для сечений, расположенных справа от этой точки ($a > x$), $M_A = R_B (l - a)$.

Следовательно, линию влияния изгибающего момента в сечении, расположенном на расстоянии a от левой опоры однопролетной балки, описывает график функции

$$\begin{cases} M_a = \frac{(l-a)x}{l}, & \text{при } 0 < x < a; \\ M_a = \frac{a(l-x)}{l}, & \text{при } a < x < l. \end{cases} \quad (1.3)$$

Откуда следует, что линия влияния имеет вид треугольника с вершиной в заданном сечении a (рис. 1.6, a).

Линия влияния изгибающего момента в консольной балке для сечения, расположенного на расстоянии a от свободного конца (рис. 1.6, b), выражается формулами:

$$\begin{cases} M_a = x - a, & \text{при } 0 < x < a; \\ M_a = 0, & \text{при } a < x < l. \end{cases} \quad (1.4)$$

Аналогично строится линия влияния поперечной силы в произвольной точке, находящейся на расстоянии a от левого конца однопролетной или консольной балки. Эти линии влияния выражаются уравнениями:

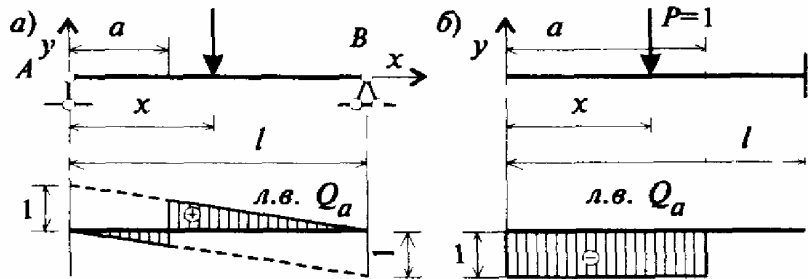


Рис. 1.7

для однопролетной балки (рис. 1.7, a)

$$\begin{cases} Q_a = -R_B = -\frac{x}{l}, & \text{при } 0 < x < a; \\ Q_a = R_A = \frac{l-x}{l}, & \text{при } a < x < l. \end{cases} \quad (1.5)$$

для консольной балки (рис. 1.7, b)

$$\begin{cases} Q_a = 1, & \text{при } 0 < x < a; \\ Q_a = 0, & \text{при } a < x < l. \end{cases} \quad (1.6)$$

При $x = a$ линии влияния поперечных сил имеют скачок на величину, равную единице.

Несколько сложнее построение линий влияния усилий в элементах статически определимых ферм, арок, а также статически неопределимых систем.

Заметим также, что линии влияния усилий в статически определимых системах при движении груза по прямой изображаются отрезками прямых линий, в то время как линии влияния усилий в статически неопределимых системах, как правило, криволинейные.

По линиям влияния можно находить усилие, действующее в данном сечении. Если нагрузка представляет собой систему сосредоточенных грузов $P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$ (рис. 1.8), то усилие:

$$N = P_1 y_1 + P_2 y_2 + \dots + P_n y_n = \sum_{i=1}^n P_i y_i, \quad (1.7)$$

где y_i — ординаты линий влияния под грузами P_i ($i = 1, 2, 3, \dots, n$).

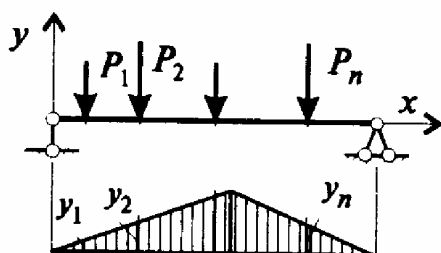


Рис. 1.8

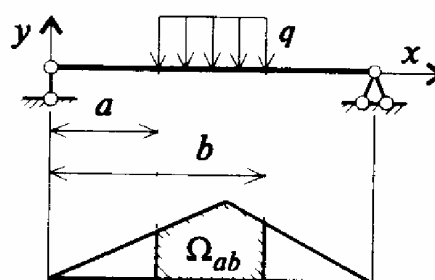


Рис. 1.9

От распределенной нагрузки $q(x)$ усилие через линии влияния определяется:

$$N = \int_a^b q(x) y(x) dx, \quad (1.8)$$

где a и b — координаты начальной и конечной точек действия распределенной нагрузки.

Для равномерно распределенной нагрузки (рис. 1.9) $q = \text{const}$:

$$N = q \int_a^b y(x) dx = q \Omega_{ab}, \quad (1.9)$$

где Ω_{ab} — площадь, ограниченная линией влияния, осью абсцисс и прямыми $x = a$ и $x = b$.

Следует подчеркнуть различие между понятиями линии влияния и эпюры, которая по определению также является графическим изображением закона изменения усилия или перемещения.

Ординаты y_i и линии влияния, и эпюры моментов являются здесь функциями от координаты x . Однако в случае линий влияния эта координата определяет положение груза $P = 1$, а в случае эпюры — положение сечения, в котором находится момент.

Часто нагрузка передается на конструкцию не непосредственно, а через систему статически определимых балок (рис. 1.10, a). Тогда, если единичный груз находится в начале пролета балки, т.е. в

точке a , то он целиком передается на основную конструкцию и вызывает усилие, для которого построена линия влияния, численно равное y_a — ординате линии влияния, соответствующей I основной конструкции (рис. 1.10, б).

Если груз находится в конце пролета балки (точка b), то он также передается на основную конструкцию, вызывая усилие, численно равное y_b — ординате линии влияния в точке b основной конструкции.

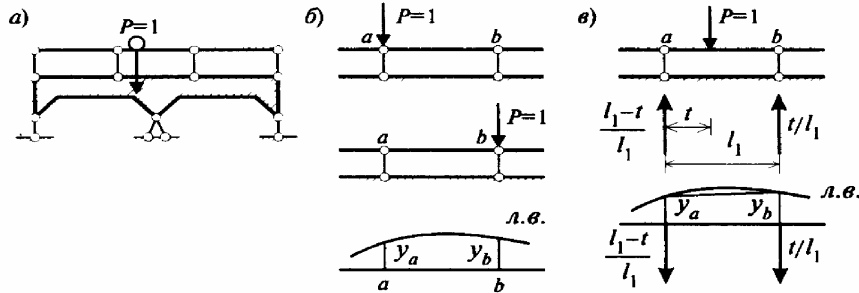


Рис. 1.10

Наконец, если груз находится в пролете балки на расстоянии t от точки a (рис. 1.10, в), то левая реакция балки будет равна $(l_1 - t)/l_1$, а правая t/l_1 , (l_1 — пролет балки). Значение усилия в основной конструкции:

$$y = \frac{(l_1 - t) y_a}{l_1} + \frac{t y_b}{l_1} = y_a + \frac{(y_b - y_a) t}{l_1}, \quad (1.10)$$

т.е. линия влияния на участке движения груза по балке будет прямолинейная. Если основная линия влияния на этом участке ломаная или криволинейная, то при передаче нагрузки через статически определимую балку при переходе от ординаты y_a к ординате y_b эта линия влияния спрямляется.

Описанный способ передачи нагрузки на основную конструкцию называется *узловой передачей нагрузки*. Он особенно часто встречается в фермах, где опоры балок настила располагаются над узлами фермы, и балками служат сами панели верхнего или нижнего пояса (рис. 1.11).

Правило построения линии влияния усилия S при узловой передаче нагрузки заключается в следующем:

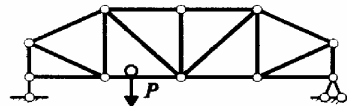


Рис. 1.11

1. Построить предварительно линию влияния искомого усилия при движении груза по основной части конструкции.

2. Зафиксировать ординаты построенной линии влияния под узлами передачи нагрузки

3. Соединить прямой линией ординаты линий влияния под узлами передачи нагрузки

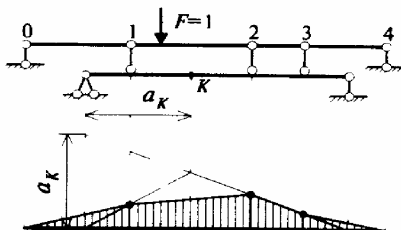


Рис. 1.8

Эта линия называется *передаточной прямой* линии влияния. Пример применения этого правила для построения линии влияния изгибающего момента для сечения K балки приведен на рис. 1.12.

1.2. Практическая часть.

Пример расчета статически определимой многопролетной балки

Для многопролетной статически определимой балки требуется (рис. 1.9, а):

- 1. Проверить геометрическую неизменяемость системы.**
- 2. Построить эпюры изгибающих моментов M и поперечных сил Q от заданной нагрузки.**
- 3. Построить линии влияния M и Q для заданного сечения I статическим способом.**
- 4. Загрузить эти линии влияния заданной внешней нагрузкой и сравнить полученные результаты со значениями ординат эпюр M и Q в этом же сечении в п. 2.**

Решение

1. Проверка геометрической неизменяемости системы

Размеры балки и заданная система внешних сил показаны на рис. 1.9, а.

Многопролетная статически определимая балка (рис. 1.9, а) состоит из трех балок (дисков), соединенных между собой шарнирами C и E , и имеет 5 опорных стержней. Число степеней свободы рассматриваемой системы подсчитываем по формуле:

$$W=3D-2Ш-С_0=3\cdot3-2\cdot2-5=0.$$

Степень статической изменяемости системы:

$$n=3D-С=3\cdot3-9=0.$$

Следовательно, рассматриваемая статически определимая балка имеет необходимое количество связей и является геометрически неизменяемой системой.

Для проверки неизменяемости данной многопролетной балки проведем ее геометрический анализ, начиная с рассмотрения балки ABC . Она соединена с землей тремя непараллельными и не пересекающимися в одной точке опорными стержнями и, следовательно, геометрически неизменяема, и может быть названа основной.

Балка CDE , являясь дополнительной по отношению к балке ABC , прикреплена к неизменяемой системе с помощью шарнира C , кинематически эквивалентного двум связям, а к земле — с помощью одного опорного стержня D . Так как направление указанного опорного стержня не проходит через шарнир C , балка CDE является геометрически неизменяемой.

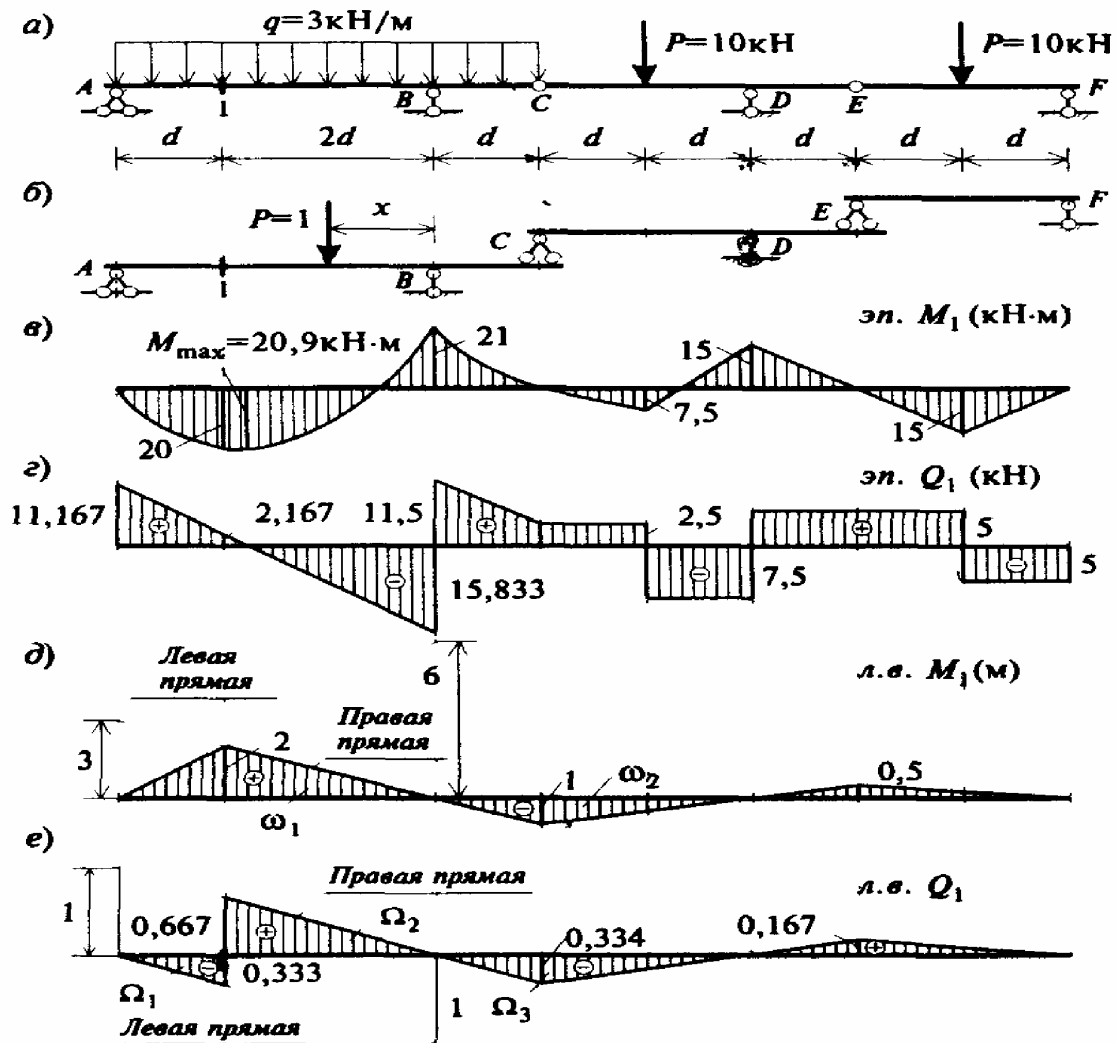


Рис. 1.9

Балка EF является дополнительной и прикреплена к неизменяемой системе шарниром E , эквивалентным двум связям, а к земле - опорным стержнем F , направление которого не проходит через шарнир E , и поэтому эта балка также геометрически неизменяема. Таким образом, данная многопролетная статически определимая балка является геометрически неизменяемой.

2. Построение эпюр изгибающих моментов M и поперечных сил Q от заданной нагрузки

Для построения эпюр изгибающих моментов M и поперечных сил Q для многопролетной статически определимой балки необходимо отдельно построить эпюры для каждой балки (основной и дополнительных), а затем их совместить. При этом определение

ординат изгибающих моментов и поперечных сил следует вначале проводить для таких дополнительных балок, опорные реакции которых не зависят от нагрузок на других балках.

По расчетной («этажной») схеме (рис. 1.14, б) видно, что такой балкой является балка EF .

2.1. Построение эпюр M и Q для дополнительной балки EF . Однопролетная балка EF имеет два участка (рис. 1.15, а). Так как сосредоточенная сила P приложена в середине пролета, то

опорные реакции:

$$R_E = R_F = \frac{P}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ кН.}$$

Максимальный изгибающий момент будет под силой и определится по формуле:

$$M = \frac{Pl}{4} = \frac{10 \cdot 6}{4} = 15 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Поперечная сила:

$$\text{на I участке} \quad Q = R_E = 5 \text{ кН,}$$

$$\text{на II участке} \quad Q = -R_F = -5 \text{ кН.}$$

По полученным значениям ординат строим для балки EF эпюры изгибающих моментов M (рис. 1.15, б) и поперечных сил Q (рис. 1.15, в).

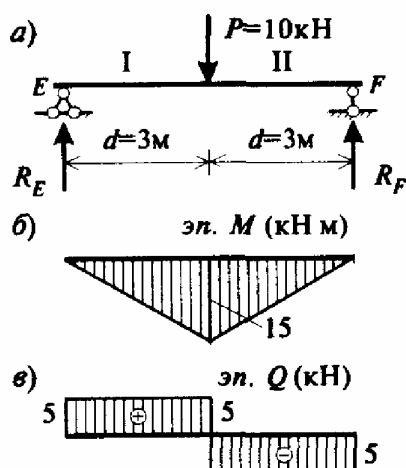


Рис. 1.15

2.2. Построение эпюр M и Q для консольной дополнительной балки CDE . Данная однопролетная балка с консолью имеет три участка (рис. 1.16, а). На консоли в точке E от дополнительной балки EF действует сила $P/2 = 5$ кН.

Опорные реакции определяем из уравнений равновесия балки:

$$\sum M_C = 10 \cdot 3 + 5 \cdot 9 - R_D \cdot 6 = 0,$$

откуда

$$R_D = \frac{10 \cdot 3 + 5 \cdot 9}{6} = 12.5 \text{ кН;}$$

$$\sum M_D = -10 \cdot 3 + 5 \cdot 9 + R_C \cdot 6 = 0,$$

откуда

$$R_C = \frac{10 \cdot 3 - 5 \cdot 3}{6} = 2.5 \text{ кН.}$$

Обязательным является проверка правильности вычисления опорных реакций. В нашем случае

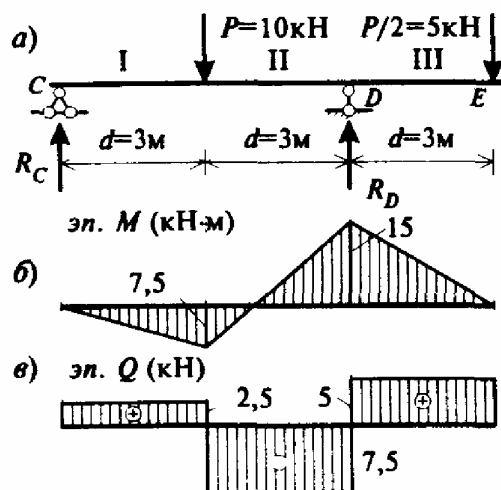


Рис. 1.16

$$\sum y = R_C + R_D - P - \frac{P}{2} = 2.5 + 12.5 - 10 - 5 = 0.$$

Следовательно, реакции определены правильно. Экстремальные значения изгибающего момента возникают в сечении:

под действующей силой P $M = R_C \cdot d = 2.5 \cdot 3 = 7.5 \text{ кН}\cdot\text{м};$

в сечении D $M = -\frac{P \cdot d}{2} = -5 \cdot 3 = -15 \text{ кН}\cdot\text{м}.$

Поперечная сила по участкам принимает значения:

на I участке $Q = R_C = 2.5 \text{ кН};$

на II участке $Q = R_C - P = 2.5 - 10 = -7.5 \text{ кН};$

на III участке $Q = P/2 = 5 \text{ кН}.$

По вычисленным ординатам строим эпюры M и Q (рис. 1.16, б, в).

2.3. Построение эпюр M и Q для основной балки ABC . Эту однопролетную балку разбиваем на два расчетных участка. Основной расчетной нагрузкой балки является равномерно распределенная нагрузка. Кроме того, на консоли в точке C действует реактивная сила $R'_C = 2.5 \text{ кН}$, возникшая от опорной реакции дополнительной балки CDE (рис. 1.17, а).

Опорные реакции определяем из уравнений равновесия балки:

$$\sum M_A = R_C \cdot 12 - R_B \cdot 9 + \frac{q \cdot 12^2}{2} = 0,$$

откуда

$$R_B = \frac{2.5 \cdot 12 + 1.5 \cdot 12^2}{9} = 27.33 \text{ кН};$$

$$\sum M_B = R_A \cdot 9 + R'_C \cdot 3 - \frac{q \cdot 9^2}{2} + \frac{q \cdot 3^2}{2} = 0,$$

$$\text{откуда } R_A = \frac{-2.5 \cdot 3 + 3 \cdot \frac{9^2}{2} - 3 \cdot \frac{3^2}{2}}{9} = 11.167 \text{ кН}.$$

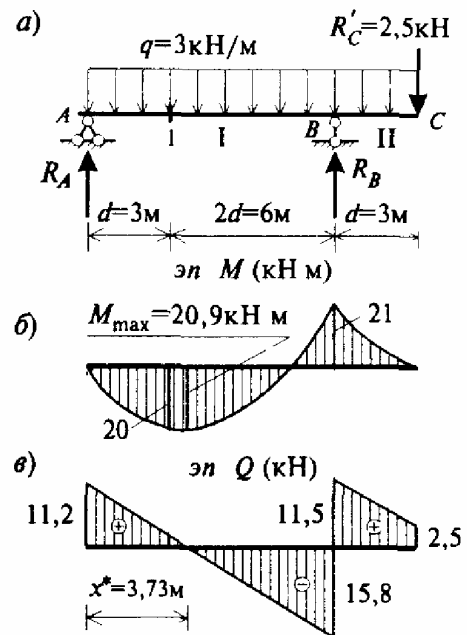


Рис. 1.17

Проверим правильность вычисления опорных реакций по уравнению:

$$\sum y = R_A + R_B - 3q - R_c = 11.167 + 27.333 - 36 - 2.5 = \\ = 38.5 - 38.5 = 0.$$

Отсюда следует, что опорные реакции определены правильно. Для определения M_{\max} в пролете балки найдем вначале значение x^* , при котором $dM/dx=Q=0$. Приравняв выражение для Q на этом участке нулю, получим:

$$R_A - qx^* = 0.$$

Откуда:

$$x = \frac{R_A}{q} = \frac{11.167}{3} = 3.73 \text{ м.}$$

Подставляя найденное значение $x^* = 3.73$ м в аналитическое выражение для изгибающего момента на I участке, найдем значение M_{\max} :

$$M_{\max} = R_A x^* - \frac{qx^{*2}}{2} = 11.167 \cdot 3.73 - \frac{3 \cdot 3.73^2}{2} = 20.91 \text{ кН}\cdot\text{м.}$$

Наибольший изгибающий момент на II участке будет в сечении B. Написав аналитическое выражение для M_B и подставив значение параметров, найдем:

$$M_B = -\frac{qd^2}{2} - R_c d = -\frac{3 \cdot 3^2}{2} - 2.5 \cdot 3 = -21 \text{ кНм.}$$

Определим значение поперечной силы в характерных сечениях. В опорном сечении A: $Q_A = R_A = 11.167$ кН.

Левее опоры B $Q_B^{\text{лев}} = R_A - q \cdot 9 = 11.167 - 3 \cdot 9 = -15.833$ кН.

Правее опоры B $Q_B^{\text{прав}} = R_B - Q_B^{\text{лев}} = 27.333 - 15.833 = 11.500$ кН.

По полученным значениям M и Q в характерных сечениях участков строим эпюры.

При этом необходимо иметь в виду, что ординаты эпюры M откладываем со стороны «растянутых волокон», а эпюры Q — положительные ординаты откладываем вверх, а отрицательные — вниз.

Совместив эпюры M и Q всех трех балок, получим эпюры M и Q для многопролетной шарнирной балки (рис. 1.9, в, г).

2.4. Определение изгибающего момента M и поперечной силы Q в сечении 1:

$$M_1 = R_A \cdot 3 - \frac{q \cdot 3^2}{2} = 11.167 \cdot 3 - \frac{3 \cdot 3^2}{2} = 20 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$Q_1 = R_A - q \cdot 3 = 11.167 - 3 \cdot 3 = 2.167 \text{ кН.}$$

3. Построение линий влияния M и Q для сечения 1

Построение линий влияния внутренних силовых факторов M и Q выполним статическим способом в следующем порядке:

- устанавливаем взаимодействие основной и дополнительных балок по «этажной» схеме (рис. 1.9, б);

- строим линии влияния внутренних усилий для однопролетной балки, в которой находится рассматриваемое сечение (см. методические указания к построению линий влияния в балках и рис. 1.4 и 1.5);

- полученную линию влияния распространяем на всю длину многопролетной балки с учетом узловой передачи нагрузок. При этом следует иметь в виду, что при положении груза $P=1$ над опорами балок внутренние усилия во всех сечениях равны нулю;

- определяем из подобия треугольников значения ординат.

Характерные из них указываем на линиях влияния, причем положительные ординаты откладываем вверх. Характерными точками линий влияния являются точки перелома под шарнирами.

Построим линии влияния M_1 и Q_1 в сечении 1 (рис. 1.9, д, е). Сечение 1 находится в основной однопролетной балке с консолью. Поэтому для нее линии влияния строятся, как для однопролетной балки с консолью. При их построении необходимо рассмотреть положение груза $P=1$ правее и левее сечения 1.

Левая и правая прямые линии влияния момента пересекаются под сечением 1, а линии влияния поперечной силы в этом случае имеют скачок на величину, равную единице. Ордината изгибающего момента под сечением определяется по формуле $P \frac{ab}{l} = 1 \cdot \frac{3 \cdot 6}{9} = 2$ м, где $a=3$ м и $b=6$ м — расстояния от сечения 1 до опор A и B соответственно; $l=9$ м — пролет балки.

Далее линии влияния M_1 и Q_1 распространяются на правую панель, т.е. правую прямую следует продлить до конца консоли. Влияние дополнительных балок учитываем по правилу узловой передачи нагрузок следующим образом.

Так как ордината линии влияния в сечении 1 равна нулю, когда груз расположен над опорами D и F , то с конца консоли балки ABC проводим прямую, проходящую через нуль в сечении D и продолжаем до конца консоли балки CDE , откуда проводим прямую, проходящую через нуль в сечении F .

4. Определение M_1 и Q_1 от заданной внешней нагрузки с помощью построенных линий влияния

Для вычисления изгибающего момента и поперечной силы по линиям влияния от нагрузки q ее интенсивность умножаем на алгебраическую сумму площадей соответствующих участков линии влияния. От сосредоточенных сил величину моментов и поперечных сил вычисляем как алгебраическую сумму произведений P_i на величину ординаты y_i взятых на линиях влияния под точками приложения грузов.

Так как в данной задаче многопролетная статически определимая балка загружена равномерно распределенной нагрузкой q и сосредоточенными силами, то изгибающий момент в сечении 1 определяем, пользуясь линией влияния (рис. 1.14, *d*), по формуле:

$$M_1 = \sum \omega_k q_k + \sum P_i y_i, \quad (1.10)$$

где:

$$\sum \omega_k = \omega_1 - \omega_2 = \frac{2 \cdot 9}{2} - \frac{1 \cdot 3}{2} = 7.5 \text{ м}^2.$$

Тогда $M_1 = 22.5 - 2.5 = 20$ кНм. Полученное значение изгибающего момента в сечении 1 соответствует ранее определенному аналитическим способом.

Определим значение поперечной силы в сечении 1 по линии влияния Q_1 (рис. 1.14, *e*), пользуясь формулой:

$$Q_1 = \sum \omega_k q_k + \sum P_i y_i \quad (1.11)$$

$$\text{где } \sum \omega_k = -\omega_1 + \omega_2 - \omega_3 = -\frac{0.333 \cdot 3}{2} + \frac{0.667 \cdot 6}{2} - \frac{0.334 \cdot 3}{2} = 1 \text{ м};$$

$$\sum \omega_k q_k = 1 \cdot 3 = 3 \text{ кН};$$

$$\sum P_i y_i = -0.167 \cdot 10 + 0.0835 \cdot 10 = -0.835 \text{ кН}.$$

$$\text{Тогда } Q_1 = 3 - 0.835 = 2.165 \text{ кН}.$$

Полученные значения Q_1 вычисленные аналитически и с применением линий влияния практически совпали: разница составляет всего 0.09%.

1.3. Задание для самостоятельной (индивидуальной) работы.

ЗАДАНИЕ к РГР№ 1

Расчет многопролетной шарнирной балки

Пятиопорная шарнирная балка (рис. 1.13) состоит из четырех балок (дисков), соединенных тремя шарнирами, указанными на схемах балок. Балка загружена по всей длине расчетной равномерно распределенной нагрузкой q . Расстояния сечений 1, 2, 6, 7, 11, 12, 16, 17, 21, 22 до ближайших опор следует считать бесконечно малыми.

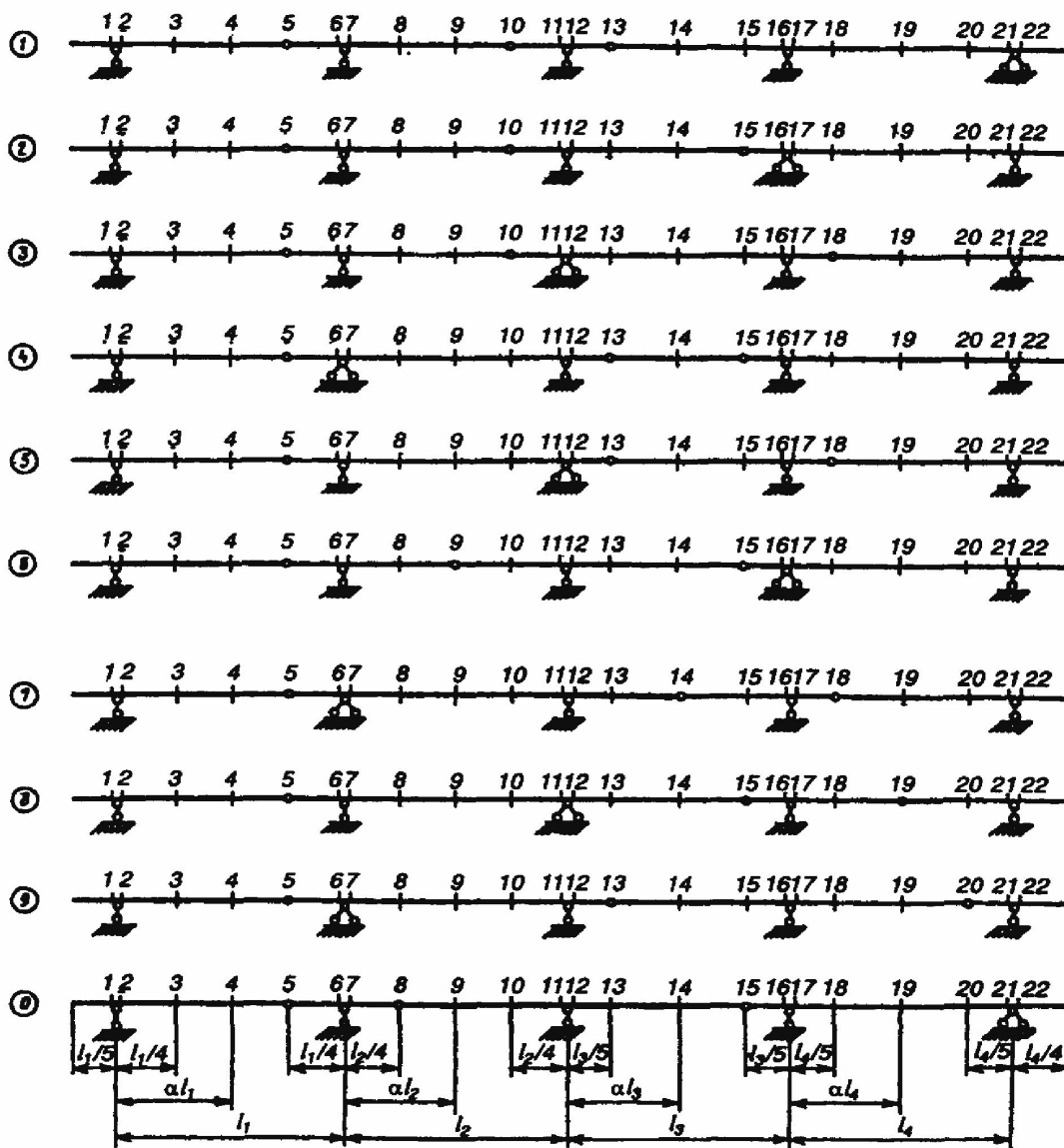


Рис. 1.13

Требуется:

1. Вычертить в масштабе схему шарнирной балки, ее расчетную (позтажную) схему, указать размеры в метрах, после чего вспомогательную нумерацию сечений с 1 по 22 можно опустить, оставив согласно варианту только нумерацию исследуемых сечений.

2. Проверить геометрическую неизменяемость системы.

3. Построить восемь линий влияния:

а) линию влияния реакции крайней левой опоры;

б) линию влияния реакции средней опоры;

в) три линии влияния изгибающего момента и три линии влияния поперечной силы, возникающих в исследуемых сечениях (см. последний столбец δ табл. 1.1).

Построение линий влияния следует сопровождать краткими пояснениями и необходимыми расчетными схемами.

4. Аналитически вычислить величину реакции крайней левой опоры, поперечной силы и изгибающего момента в исследуемом сечении первой балки, а также построить эпюры M и Q для этой балки.

5. С помощью линий влияния, построенных согласно п. 3, проверить реакцию, поперечную силу и изгибающий момент, полученные аналитически по п. 4.

6. По величине M_{max} для первой балки подобрать из условия прочности двутавровое сечение балки по ГОСТ 8239-72, $[\sigma] = 200$ МПа (сталь).

Таблица 1.1

Номер строки	Схема (рис. 1.1)	l_1 , м	l_2 , м	l_3 , м	l_4 , м	a	q , кН/м	Исследуемые сечения
1	1	16	15	7	14	0,5	14	3-12-21
2	2	18	14	8	13	0,6	14	4-16-17
3	3	20	13	9	12	0,7	13	3-11-16
4	4	22	12	10	11	0,6	13	4-12-22
5	5	15	11	11	10	0,5	12	3-6-17
6	6	18	10	12	9	0,6	12	4-7-16
7	7	16	9	13	8	0,5	11	3-11-17
8	8	20	8	14	7	0,6	11	4-7-12
9	9	20	7	15	6	0,7	10	3-16-22
0	0	15	6	16	5	0,5	10	4-1-21
	e	δ	Γ	a	b	b	a	δ

1.4. Тестовые вопросы к модулю №1 «Расчет многопролетных статически определимых балок»

- 1. Какая балка называется многопролетной шарнирной балкой.**
- 2. Расчет числа шарниров многопролетной шарнирной балки.**
- 3. Правило расстановки шарниров у многопролетной шарнирной балки.**
- 4. Основные элементы многопролетной шарнирной балки.**
- 5. Расчет основных балок многопролетной шарнирной балки.**
- 6. Расчет подвесных балок многопролетной шарнирной балки.**
- 7. Определение опорных реакций многопролетной шарнирной балки.**
- 8. Виды внутренних усилий многопролетной шарнирной балки.**
- 9. Порядок построения эпюр изгибающих моментов в поперечных сечениях многопролетной шарнирной балки.**
- 10. Порядок построения эпюр поперечных сил в сечениях многопролетной шарнирной балки.**
- 11. Отличия между многопролетной шарнирной балкой и простой составной балкой.**
- 12. Какой график называется линией влияния.**
- 13. Какой график называется эпюрой.**
- 14. Чем отличается линия влияния от эпюры.**
- 15. Виды линий влияния.**
- 16. Порядок построения линий влияния опорных реакций.**
- 17. Порядок построения линий влияния изгибающих моментов для сечений простой балки.**
- 18. Порядок построения линий поперечных сил для сечений простой балки.**
- 19. Что собой представляют ординаты линии влияния опорной реакции, изгибающего момента, поперечной силы.**
- 20. Особенности построения линий влияния реакций и усилий для многопролетной шарнирной балки.**
- 21. Как определить величину опорной реакции с помощью линии влияния.**
- 22. Как определить изгибающий момент с помощью линии влияния.**
- 23. Как определить поперечную силу с помощью линии влияния.**
- 24. Линии влияния реакций, изгибающих моментов и поперечных сил в заданном сечении.**
- 25. Как определить влияние сосредоточенного изгибающего момента на величину опорной реакции, изгибающего момента и поперечной силы в заданном сечении.**

2. Смысловой модуль №2: «РАСЧЕТ ТРЕХШАРНИРНЫХ СИСТЕМ»

Теоретическая часть

2.1.1. Расчет трехшарнирных арок и рам

Трехшарнирной аркой называется трехшарнирная система из двух криволинейных брусьев (рис. 2.1, а). Трехшарнирные арки относятся к *распорным системам*, которые характеризуются тем, что вертикальные нагрузки вызывают горизонтальные опорные реакции – *распор* (рис. 2.1, б).

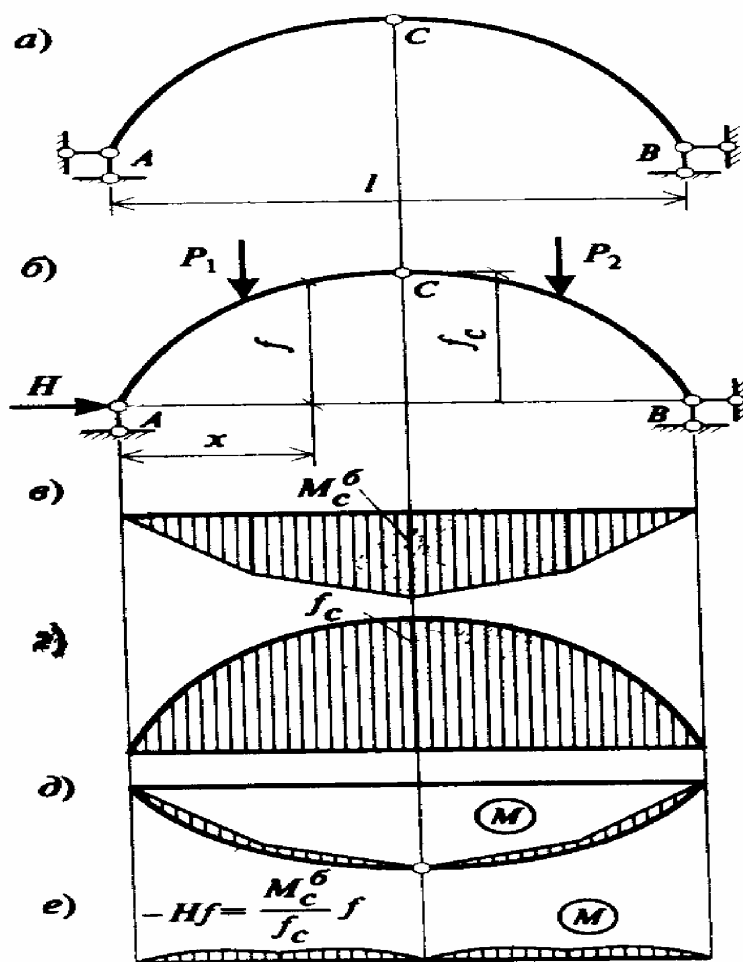


Рис. 2.1

Для расчета трехшарнирной арки применяют следующий подход. Исключают средний шарнир арки, заменив его жесткой связью между половинками арки, и удалив одну горизонтальную опору. Полученная новая система представляет собой статически определимую однопролетную балку с криволинейной осью (рис. 2.1, б). Отброшенную горизонтальную опору заменяют усилием H - пока неизвестным распором арки. От действия внешней нагрузки строят вдоль горизонтальной проекции арки эпюру моментов, как в обычной балке (рис. 2.1, в).

От действия единичного усилия $H=1$ также строят эпюру моментов, ординаты которой будут совпадать с ординатами оси арки (рис. 2.1, г). Окончательно эпюру моментов в арке можно вычислить по формуле:

$$M = M^{\circ} - H f, \quad (2.1)$$

где M° — ординаты балочной эпюры моментов от внешней нагрузки;
 f - ординаты оси балки и эпюры моментов в криволинейной балке от единичного распора;

H – распор.

С введением среднего шарнира момент в точке C арки должен быть равен нулю

$$M_c = M_c^{\circ} - H f_c = 0, \quad (2.2)$$

Отсюда получаем

$$H = \frac{M_c^{\circ}}{f_c}, \quad (2.3)$$

и подставляем это значение распора H в формулу (2.1)

$$M = M^{\circ} - M_c^{\circ} \frac{f}{f_c}. \quad (2.4)$$

Окончательная эпюра моментов в арке показана на рис. 2.1, д. и на рис. 2.1, е в виде «спрямленной эпюры».

В описанном подходе использован принцип выбора основной системы, которая получается из заданной путем введения и отбрасывания некоторых связей. Этот принцип широко применяется в классических методах расчета статически определимых систем,

как в данном случае, так и в случаях расчета некоторых сложных статически определимых ферм.

К распорным системам относятся также сложные арки, элементы которых в свою очередь представляют стержневые системы ферм (рис. 2.2, а) или рам (рис. 2.2, б).

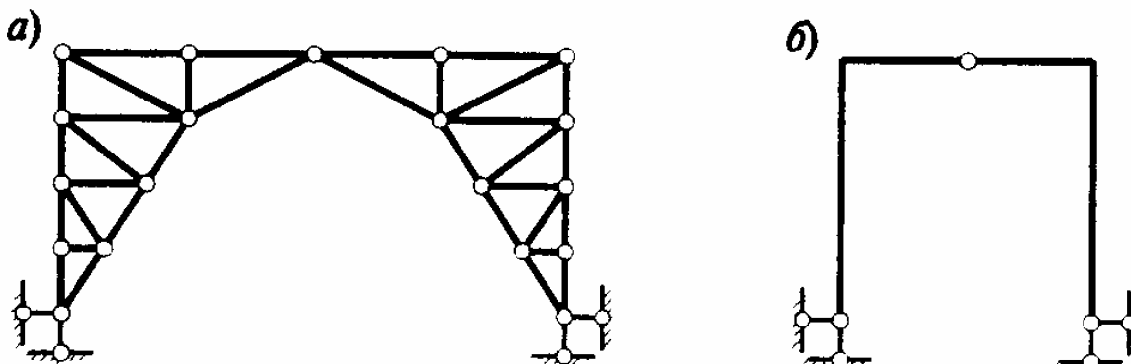


Рис. 2.2

Продольные и поперечные силы в любом сечении арки или рамы определяются из условия равновесия части системы, расположенной по одну сторону от рассматриваемого сечения. Предварительно заметим, что сумма вертикальных сил, приложенных

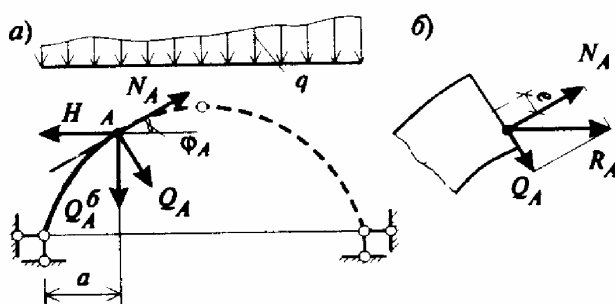


Рис. 1.22

слева от заданного сечения, равна балочной поперечной силе Q_c^b в спрямленной балке, свободно лежащей на крайних опорах арки и нагруженной заданной вертикальной нагрузкой.

Проектируя все силы, действующие слева от сечения $x = a$, на направление касательной к оси арки в точке A (рис. 1.22, а), получим выражение для продольной силы

$$N = -Q_A^b \sin \varphi_A - H \cos \varphi_A, \quad (1.22)$$

где φ_A — угол касательной к оси арки в точке A .

Проектируя те же силы на направление нормали к оси арки, получим поперечную силу

$$Q = Q_A^b \cos \varphi_A - H \sin \varphi_A. \quad (1.23)$$

Если на арку действует не только вертикальная, но и горизонтальная нагрузка P , то вместо распора H в формулах (2.5) и (2.6) следует брать сумму всех горизонтальных сил, действующих слева от точки A .

Разделив момент M_A на продольную силу N_A , получим эксцентриситет e ее действия в сечении арки, который определит точку пересечения равнодействующей внутренних сил в сечении арки с плоскостью этого сечения (рис. 2.3, б).

Геометрическое место таких точек, построенных для всех сечений арки, называется кривой давления арки. Она представляет собой линию действия внутренней силы, передающейся вдоль оси арки. Отношение Q_A/N_A равно тангенсу угла между касательными к кривой давления и к оси арки в том же сечении.

В особых случаях кривая давления может совпадать с осью арки. При этом изгибающие моменты по всей длине арки будут равны нулю. Такой случай будет иметь место, например, при нагружении круговой арки равномерной радиальной нагрузкой или при нагружении параболической арки равномерной вертикальной нагрузкой. Очертание оси арки, совпадающее с кривой давления, является оптимальным, т.е. наиболее выгодным при данной нагрузке.

2.1.2. Линии влияния опорных реакций и усилий

В линейно-деформируемых системах с линиями влияния можно осуществлять простые арифметические действия: сложение, вычитание и умножение на постоянную величину, как с обычными числами или векторами. Учитывая это, для построения линий влияния моментов, поперечных и продольных сил в трехшарнирных арках можно воспользоваться формулами (2.1), (2.5), (2.6), причем линии влияния балочных моментов M_A° и балочных поперечных сил Q_A° строятся как в обычной однопролетной балке, а линии влияния распора H легко построить по формуле (2.3), как линию влияния балочного момента M_A° , деленную на стрелу подъема арки f_c . Построение линий влияния в арке таким способом показано на рис. 2.4 и 2.5.

При выполнении расчетов для построения линий влияния в арке применяется и другой способ, называемый способом *нулевых точек*, который будет продемонстрирован ниже при расчете трехшарнирной арки и рамы.

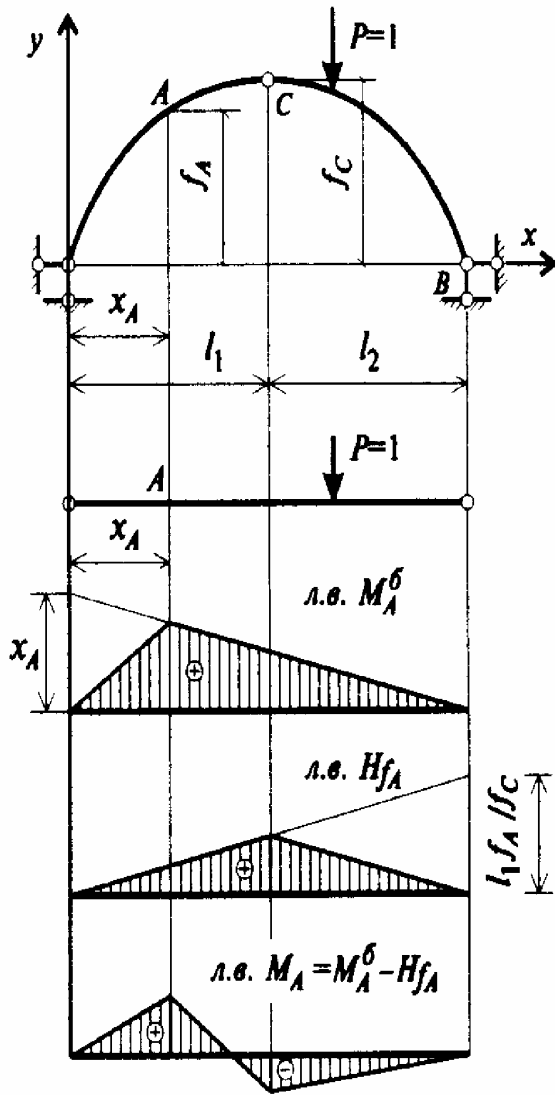


Рис.2.4

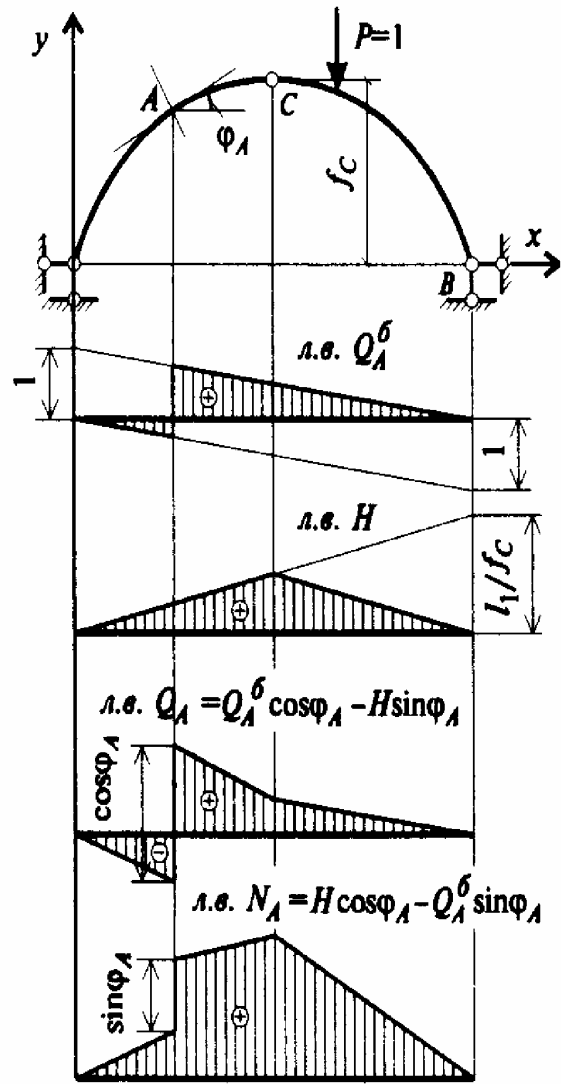


Рис. 2.5

2.2. Практическая часть

2.2.1. Пример расчета трехшарнирной арки

Для трехшарнирной арки с очертанием оси по квадратной параболе (рис. 2.6, а) необходимо:

1. Определить величины вертикальных опорных реакций и распора.

2. Определить внутренние усилия M_K , Q_K , N_K сечения $K-K$ от нагрузок P и q аналитически.

3. Построить линии влияния изгибающего момента M_K , поперечной силы Q_K , продольной силы N_K сечения $K-K$.

4. Вычислить величины M_K , Q_K и N_K по линиям влияния от заданной нагрузки P и q и сравнить их со значениями, определенными аналитически (п. 2 задания).

Решение

1. Определение вертикальных опорных реакций и распора

Предварительно необходимо начертить строго в масштабе расчетную схему оси арки, ординаты которой должны быть вычислены по ее уравнению

$$y = f = 4f_c \frac{(l-z)z}{l^2}.$$

В нашем случае

$$\text{при } z_K = 2 \text{ м, } y_K = 4 \cdot 8 \frac{(16-2) \cdot 2}{16^2} = 3.5 \text{ м;}$$

$$\text{при } z = 4 \text{ м, } y = 4 \cdot 8 \frac{(16-4) \cdot 4}{16^2} = 6.0 \text{ м;}$$

$$\text{при } z = 6 \text{ м, } y = 4 \cdot 8 \frac{(16-6) \cdot 6}{16^2} = 7.5 \text{ м; и т.д.}$$

Вертикальные опорные реакции V_A , V_B и горизонтальные опорные реакции (распор) H_A и H_B вычисляем из уравнений равновесия системы. В данном примере имеем:

$$\sum M_A = 0, -V_B \cdot 16 + P \cdot 12 + q \cdot 8 \cdot 4 = 0, V_B = \frac{40 \cdot 12 + 2 \cdot 8 \cdot 4}{16} = 34 \text{ кН;}$$

$$\sum M_B = 0, -V_A \cdot 16 - P \cdot 4 - q \cdot 8 \cdot 12 = 0, V_A = \frac{40 \cdot 4 + 2 \cdot 8 \cdot 12}{16} = 22 \text{ кН;}$$

$$\sum M_C^{\text{лев.}} = 0, -V_A \cdot 8 - H_A \cdot 8 - q \cdot 8 \cdot 4 = 0, H_A = \frac{22 \cdot 8 - 2 \cdot 8 \cdot 4}{8} = 14 \text{ кН;}$$

$$\sum Z = 0, H_A - H_B = 0, H_A = H_B = 14 \text{ кН.}$$

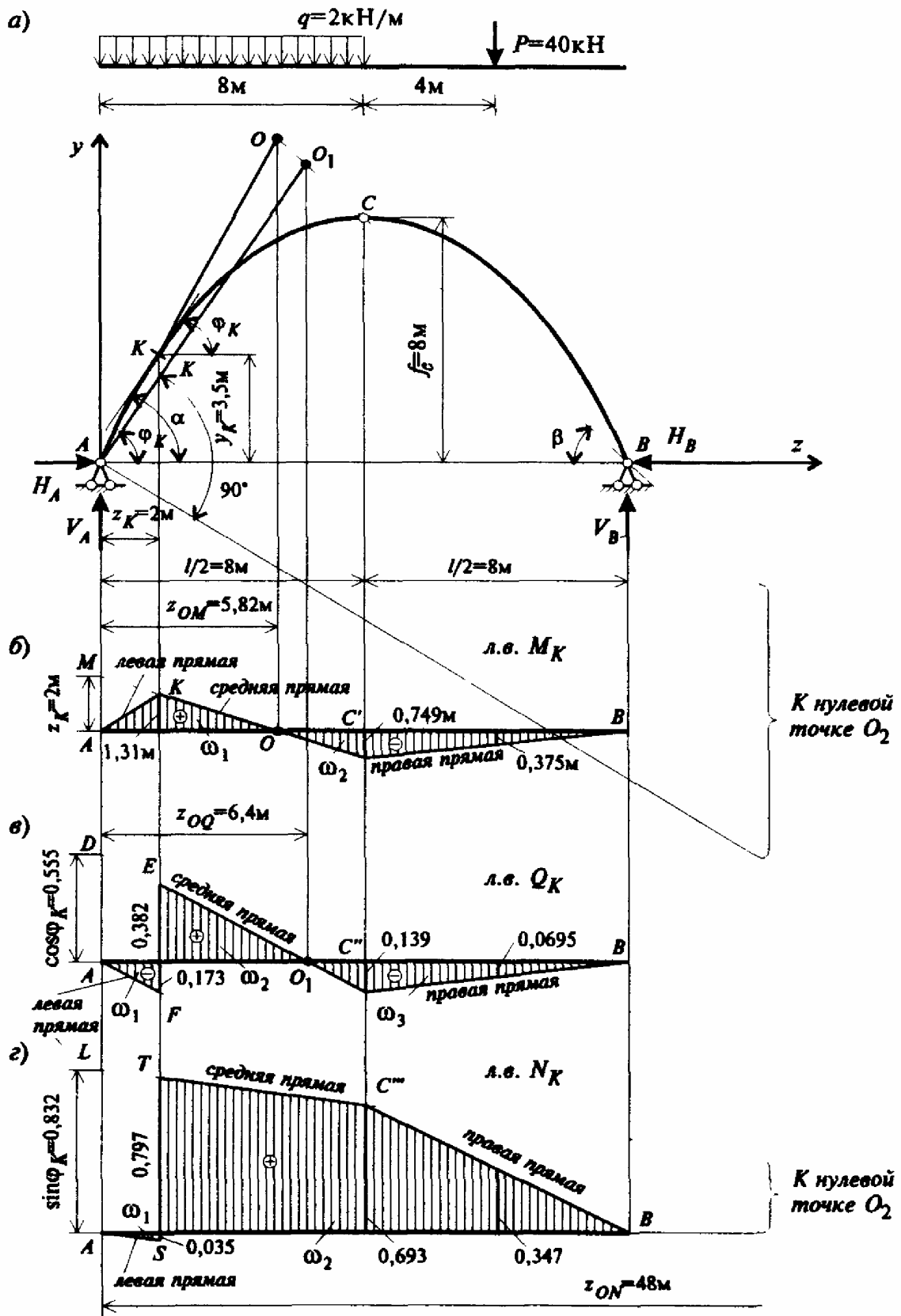


Рис.2.6

Для проверки правильности определения опорных реакций составим следующие неиспользованные уравнения равновесия системы:

$$\sum y = 0, \quad V_A - q \cdot 8 - P + V_B = 0, \\ 22 - 2 \cdot 8 - 40 + 34 = 0, \quad 56 - 56 = 0, \quad 0 = 0;$$

$$\sum M_C^{npas} = 0, \quad -V_B \cdot 8 + H_B \cdot 8 + P \cdot 4 = 0, \\ -34 \cdot 8 + 14 \cdot 8 + 40 \cdot 4 = 0, \quad -272 + 112 + 160 = 0, \quad 0 = 0.$$

Уравнения тождественно удовлетворяются. Следовательно, вертикальные опорные реакции и распор определены верно.

2. Определение внутренних усилий M_K , Q_K и N_K , возникающих в сечении $K-K$ от нагрузок q и P , аналитически

Внутренние усилия M_K , Q_K и N_K , возникающие в заданном сечении от нагрузок q и P , вычисляем по формулам (2.1), (2.5), (2.6) соответственно:

$$M_K = M_K^{\bar{0}} - H_A y_K;$$

$$Q_K = Q_K^{\bar{0}} \cos \varphi_K - H_A \sin \varphi_K;$$

$$N_K = -Q_K^{\bar{0}} \sin \varphi_K - H_A \cos \varphi_K,$$

где $M_K^{\bar{0}}$, $Q_K^{\bar{0}}$ — изгибающий момент и поперечная сила в сечении $K-K$ двухопорной балки с пролетом, равным пролету трехшарнирной арки и загруженной той же нагрузкой; y_K — ордината оси трехшарнирной арки в сечении $K-K$; φ_K — угол наклона касательной к оси трехшарнирной арки в сечении $K-K$.

При этом правило знаков для M и Q принимаем такое же, что и в балках, а для продольной силы N в арочных системах положительным принято считать сжатие.

В рассматриваемом примере

$$M_K^{\bar{0}} = V_A z_K - \frac{q z_K^2}{2}; \quad Q_K^{\bar{0}} = V_A - q z_K;$$

$$\operatorname{tg} \varphi_K = \frac{dy}{dz} = 4f \frac{(l - 2z_K)}{l^2} = 4 \cdot 8 \cdot \frac{(16 - 2 \cdot 2)}{16^2} = 1.5;$$

$$\sin \varphi_K = 0.832; \quad \cos \varphi_K = 0.555; \quad y_K = 3.5 \text{ м.}$$

Подставим найденные значения M_K^0 , Q_K^0 , $\cos\varphi_K$, $\sin\varphi_K$ и U_K в формулы, получим величины внутренних усилий, возникающих в сечении $K-K$ от нагрузок q и P :

$$M_K = V_A z_K - \frac{q z_K^2}{2} - H_A u_K = 22 \cdot 2 - \frac{2 \cdot 2^2}{2} - 14 \cdot 3.5 = -9 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$Q_K = (V_A - q z_K) \cos\varphi_K - H_A \sin\varphi_K = (22 - 2 \cdot 2) \cdot 0.555 - 14 \cdot 0.835 = -1.66 \text{ кН};$$

$$N_K = (V_A - q z_K) \sin\varphi_K + H_A \cos\varphi_K = (22 - 2 \cdot 2) \cdot 0.835 + 14 \cdot 0.555 = 22.764 \text{ кН}.$$

3. Построение линий влияния M_K , Q_K и N_K

В рассматриваемом примере все линии влияния строим способом нулевых точек.

Линии влияния внутренних усилий M_K , Q_K и N_K могут быть получены сложением известных линий влияния балочных моментов M_K^0 и балочных поперечных сил Q_K^0 , а также линий влияния распора H , умноженных на соответствующие коэффициенты выражений (2.1), (2.5), (2.6), что приводит к простым правилам построения линий влияния внутренних усилий в арках.

Ввиду того, что все слагаемые в этих формулах представлены кусочно-линейными функциями, определим абсциссы тех точек, в которых ординаты линий влияний равны нулю. Эти точки называются *нулевыми*.

Очевидно, что к их числу относятся опорные точки шарнирной арки. Далее предположим, что при действии единичного груза $P=1$ в точке, принадлежащей арке с абсциссой z_{om} (см. рис. 2.6, а), вектор равнодействующих всех внешних сил, действующих в части системы, расположенной левее точки K , проходит через эту точку. Тогда вполне очевидно, что в этом случае изгибающий момент в сечении K будет равен нулю. При определении величины z_{om} с учетом геометрических соображений (рис. 2.6, а), имеем:

$$z_{om} \operatorname{tg}\alpha = (\ell - z_{om}) \operatorname{tg}\beta,$$

откуда

$$z_{om} = \ell \frac{\operatorname{tg}\beta}{\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta}.$$

Далее предположим, что, если единичная сила $P=1$ будет расположена в точке, принадлежащей арке, с абсциссой z_{os} , а вектор равнодействующей всех внешних сил, действующих левее сечения K , параллелен касательной оси арки, проходящей через точку K , то

поперечная сила в этом сечении будет равна нулю. Из рис. 1.25, а, имеем

$$z_{OQ} \operatorname{tg} \varphi_K = (l - z_{OQ}) \cdot \operatorname{tg} \beta,$$

откуда

$$z_{OQ} = l \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \varphi_K + \operatorname{tg} \beta}.$$

Для определения нулевой точки линии влияния N_K , нужно определить абсциссу точки приложения единичной силы $P = 1$, при котором нормальная внутренняя сила в сечении K равна нулю. Следовательно, нам необходимо определить такую точку приложения единичной силы $P = 1$, при котором общий вектор равнодействующей всех сил, расположенных левее сечения K , имеет направление, параллельное нормали оси арки, проведенной через сечение K (рис. 1.25, а). Таким образом,

$$z_{ON} \operatorname{tg} (90 - \varphi_K) = (z_{ON} - l) \cdot \operatorname{tg} \beta,$$

откуда:

$$z_{ON} = l \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{ctg} \varphi_K}.$$

3.1. Построение линий влияния M_K . Линию влияния изгибающего момента M_K для сечения $K-K$ строим в следующем порядке:

1. Определяем положение нулевой точки O линии влияния M_K на ее оси абсцисс. Для этого проводим на схеме трехшарнирной арки прямые AK и BC и точку пересечения их (O) сносим по вертикали на ось абсцисс линии влияния (точка O на рис. 1.25, б).

Расстояние этой точки от левой опоры находим по формуле

$$z_{OM} = l \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} = 16 \cdot \frac{1.0}{1.75 + 1.0} = 5.82 \text{ м},$$

где $\operatorname{tg} \alpha = \frac{y_K}{z_K} = \frac{3.5}{2} = 1.75; \operatorname{tg} \beta = \frac{f}{l/2} = \frac{8}{8} = 1.0.$

2. Зная положение нулевой точки O , проводим прямую линию, соединяя точку O с концом ординаты $\eta = z_K = 2$ м, отложенной вверх от оси абсцисс по вертикали, проходящей через опору A .

3. На проведенную прямую MO и ее продолжение сносим по вертикалям сечение $K-K$ и средний шарнир C (точки K и C). Отрезок прямой KC' является средней прямой линии влияния.

4. Соединяя точку K с нулевой ординатой под опорой A , а точку C' с нулевой ординатой под опорой B , получаем левую (AK) и правую ($C'B$) прямые линии влияния M_K .

Построенная таким образом линия влияния M_K показана на рис. 2.6, б.

3.2. Построение линии влияния Q_K . Эту линию влияния строим также способом нулевых точек в следующем порядке:

1. Определяем положение нулевой точки линии влияния Q_K . Для этого проводим из точки A прямую, параллельную касательной к оси трехшарнирной арки в сечении $K-K$, до пересечения с прямой, соединяющей точки B и C (рис. 2.6, а), а затем точку их пересечения O_1 проектируем на ось абсцисс линии влияния (рис. 2.6, в). Полученная точка O_1 и является нулевой точкой линии влияния Q_K . Ее расстояние от левой опоры определяем по формуле

$$z_{O_1} = l \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \varphi_K + \operatorname{tg} \beta} = 16 \cdot \frac{1.0}{1.0 + 1.5} = 6.4 \text{ м.}$$

2. Откладываем на левой опорной вертикали положительную ординату $\eta = \cos \varphi_K = 0.555$ (отрезок AD) и проводим прямую DO_1 .

3. Через нулевую ординату под опорой A (точка A) проводим прямую AN , параллельную DO_1 .

4. На параллельные прямые AN и DO_1 проектируем сеч. $K-K$ (точки E и F) и получаем левую прямую AF линии влияния. Если прямая DO_1 не пересекается с вертикалью, проходящей через средний шарнир C , продлеваем прямую DO_1 до пересечения с этой вертикалью и получаем точку C'' . Соединив точку C с нулем под опорой B (точка B), получим правую прямую ($C''B$) линии влияния Q_K . Прямая линия, соединяющая точки E и C'' , является средней прямой линии влияния Q_K , а прямая EF носит название соединительной прямой линии влияния Q_K .

3.3. Построение линии влияния N_K . Линию влияния N_K строим также способом нулевых точек в следующем порядке:

1. Нулевую точку O_2 линии влияния N_K находим как проекцию на ось абсцисс линии влияния точки пересечения прямой, проведенной из точки A перпендикулярно касательной к оси арки в сечении $K-K$ (AO_2), с прямой, проведенной через правую опорную точку B и средний шарнир C (рис. 2.6, а, г).

На рис. 2.6, г нулевая точка O_2 расположена за пределами данного чертежа. Расстояние этой точки от левой опоры определяем по формуле

$$z_{ON} = l \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta - \operatorname{ctg} \varphi_K} = 16 \cdot \frac{1.0}{1.0 - 0.667} = 48.0 \text{ м,}$$

где $l = 16 \text{ м}$; $\operatorname{ctg} \varphi_K = 1/1.5 = 0.667$; $\operatorname{tg} \beta = f/0.5 l = 8/8 = 1/0$.

2. Откладываем вверх на левой опорной вертикали ординату $\eta = \sin \varphi_K = 0.832$ (отрезок AL). Соединив точку L с нулевой точкой O_2 прямой линией и продолжив ее (если это необходимо) до пересечения с вертикалью, проходящей через средний шарнир (т. C'''), получаем прямую $LC'''O_2$. В нашем примере точка O_2 находится правее опоры A на расстоянии 48 м от нее и поэтому на чертеже не показана (рис. 2.6, г).

3. Через нуль опорной вертикали (точка A) проводим линию, параллельную прямой $LC'''O_2$.

4. На эти параллельные прямые проектируем сечение $K-K$ (точки T и S). Полученная прямая AS носит название левой прямой, TS - соединительной прямой, а отрезок прямой TC''' - средней прямой линии влияния N_K .

5. Соединив точку C''' с нулем под правой опорой, получаем правую прямую (прямая $C'''B$) линии влияния N_K .

4. Вычисление величин M_K , Q_K и N_K по их линиям влияния от заданной нагрузки q и P

Загрузив каждую линию влияния заданной нагрузкой q и P (см. рис. 2.6, б, в, г), величины внутренних усилий M_K , Q_K и N_K находим по формуле

$$L = q\omega + P\eta, \quad (2.8)$$

где L — внутренние усилия соответственно M_K , Q_K и N_K , возникающие в сечении $K-K$; q — интенсивность заданной равномерно распределенной нагрузки ($q = 2 \text{ кН/м}$); ω — алгебраическая сумма площадей участков линий влияния соответственно M_K , Q_K и N_K , расположенных под равномерно распределенной нагрузкой; P — величина заданной сосредоточенной нагрузки ($P = 40 \text{ кН}$); η — ординаты линий влияния M_K , Q_K и N_K под сосредоточенной нагрузкой P .

Следует подчеркнуть, что все характерные ординаты линий влияния и ординаты под нагрузками необходимо всегда определять аналитически из подобия треугольников.

Подставив в формулу (2.8) числовые значения P , q , ω и η для каждой из линий влияния, вычислим величины M_K , Q_K и N_K :

$$M_K = q\omega + P\eta = 2 \cdot 2.2995 + 40 \cdot (-0.375) = 5.9914 - 15.00 = -9.0086 \text{ кН}\cdot\text{м,}$$

где $\eta = -0.375 \text{ м}$;

$$\omega = \omega_1 + \omega_2 = \frac{5.82 \cdot 1.31}{2} - \frac{0.49 \cdot 2.18}{2} = 3.8121 - 0.8164 = 2.995 \text{ м},$$

$$Q_K = q\omega + P\eta = 2 \cdot 0.5562 + 40 \cdot (-0.0695) = 1.1124 - 2.78 = -1.6666 \text{ кН},$$

где $\eta = -0.0695 \text{ м}$;

$$\omega = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = \frac{-0.173 \cdot 2}{2} + \frac{0.382 \cdot 4.4}{2} + \frac{0.139 \cdot 1.6}{2} = 0.5562 \text{ м},$$

$$N_K = q\omega + P\eta = 2 \cdot 4.435 + 40 \cdot 0.347 = 8.870 + 13.88 = 22.75 \text{ кН},$$

$$\text{где } \eta = 0.374 \text{ м}; \omega = \omega_1 + \omega_2 = \frac{-0.035 \cdot 2}{2} - \frac{(0.797 + 0.693) \cdot 6}{2} = 4.435 \text{ м}.$$

Сравнение величин $M_{K\kappa}$, Q_K и N_K , полученных аналитическим способом и с применением линий влияния, приведено в табл. 2.1.

Из таблицы 2.1 видно, что результаты практически совпадают. В расчетных работах, выполняемых студентами, допускается расхождение величин не более чем на 3%.

Таблица 2.1

Усилие	Значение усилий, полученных аналитически	Значение усилий, полученных при помощи линий влияния	Процент расхождения
$M_{K\kappa}$ кНм	-9.000	-9.009	0.1%
$Q_{K\kappa}$ кН	-1.660	-1.668	0.5%
$N_{K\kappa}$ кН	+22.746	+22.750	0.02%

2.2.2. Пример расчет трехшарнирной рамы

Для трехшарнирной рамы (рис. 2.7, а), принимая $l=6\text{м}$; $f= 3 \text{ м}$; $z_K = 2 \text{ м}$; $P = 34 \text{ кН}$; $q = 20 \text{ кН/м}$, требуется:

1. Определить вертикальные опорные реакции и распор.
2. Определить внутренние усилия $M_{K\kappa}$, Q_K и N_K в сечении $K-K$.
3. Построить линии влияния изгибающего момента $M_{K\kappa}$ поперечной силы Q_K и продольной силы N_K для сечения $K-K$.
4. Вычислить величины $M_{K\kappa}$, Q_K и N_K по линиям влияния от заданной нагрузки P и q и сравнить их со значениями, полученными аналитически (п. 2 задания).

Решение

1. Определение вертикальных опорных реакций и распора

Вертикальные опорные реакции V_A , V_B а также горизонтальные опорные реакции (распор) H_A и H_B вычисляем из уравнений равновесия системы:

$$\sum M_A = 0, \quad -V_B \cdot 6 + P \cdot 5 + q \frac{2^2}{2} = 0, \quad V_B = \frac{34 \cdot 5 + 20 \frac{2^2}{2}}{6} = 35 \text{ кН};$$

$$\sum M_C = 0, \quad V_A \cdot 6 - P \cdot 1 - q \cdot 2 \cdot 5 = 0, \quad V_A = \frac{34 \cdot 1 + 20 \cdot 10}{6} = 39 \text{ кН};$$

$$\sum M_C^{\perp e \sigma} = 0, \quad V_A \cdot 3 - H_A f - q \cdot 2 \cdot 2 = 0, \quad H_A = \frac{39 \cdot 3 - 20 \cdot 4}{3} = 12.333 \text{ кН};$$

$$\sum z = 0, \quad H_A - H_B = 0, \quad H_A = H_B = 12.333 \text{ кН}.$$

Для проверки правильности определения опорных реакций составим следующие уравнения равновесия системы $\sum y = 0$ и $\sum M_C^{n \text{ рас}} = 0$:

$$\sum y = 0, \quad V_A - q \cdot 2 - P + V_B = 0, \quad 39 - 20 \cdot 2 - 34 + 35 = 0, \quad 0 = 0;$$

$$\sum M_C^{n \text{ рас}} = 0, \quad -V_B \cdot 3 + H_B \cdot 3 + P \cdot 2 = 0, \quad -35 \cdot 3 + 12.333 \cdot 3 + 34 \cdot 2 = 0, \\ 0 = 0.$$

Уравнения $\sum y = 0$ и $\sum M_C^{n \text{ рас}} = 0$ удовлетворяются. Следовательно, вертикальные опорные реакции и распор определены верно.

2. Определение внутренних усилий M_K , Q_K и N_K

Внутренние усилия M_K , Q_K и N_K вычисляем по формулам (1.18), (1.22), (1.23) соответственно:

$$M_K = M_K^b - H_A u_K;$$

$$Q_K = Q_K^b \cos \varphi_K - H_A \sin \varphi_K;$$

$$N_K = -Q_K^b \sin \varphi_K - H_A \cos \varphi_K,$$

где M_K^b , Q_K^b — изгибающий момент и поперечная сила в сечении $K-K$ двухопорной балки с пролетом, равным пролету рамы и загруженной той же нагрузкой; $u_K = f$ — ордината оси трехшарнирной рамы в сечении $K-K$; φ_K — угол наклона касательной к оси трехшарнирной рамы в сечении $K-K$.

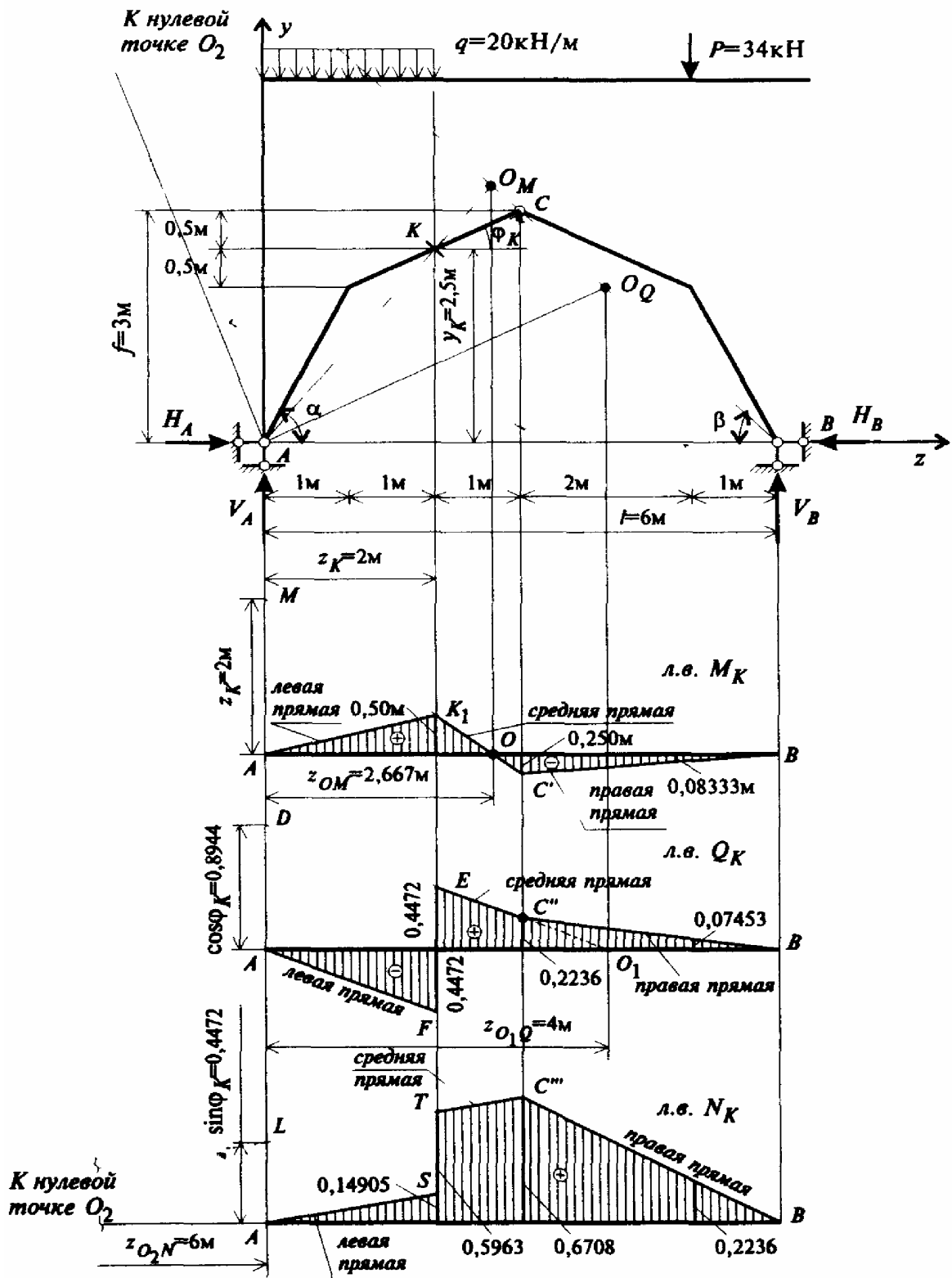


Рис. 2.7

При этом правило знаков для M и Q принимаем такое же, что и в обычных балках, а для продольной силы N в арочных системах положительным принято считать сжатие. В рассматриваемом примере:

$$M_K = V_A z_K - \frac{q z_K^2}{2} - H_A y_K = 39 \cdot 2 - \frac{20 \cdot 2^2}{2} - 12.333 \cdot 2.5 = 7.167 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$Q_K = (V_A - q z_K) \cos j_K - H_A \sin j_K = (39 - 20 \cdot 2) \cdot 0.8944 - 12.333 \cdot 0.4472 = -6.41 \text{ кН};$$

$$N_K = (V_A - q z_K) \sin \varphi_K + H_A \cos \varphi_K = (39 - 20 \cdot 2) \cdot 0.4472 + 12.333 \cdot 0.8944 = 10.58 \text{ кН},$$

где $\operatorname{tg} \varphi_K = \frac{0.5}{1} = 0.5$; $\varphi_K = 25.5^\circ$; $\sin \varphi_K = 0.4472$; $\cos \varphi_K = 0.8944$.

3. Построение линий влияния M_K , Q_K и N_K

3.1. Построение линий влияния M_K (рис. 1.26, б). Определяем положение нулевой точки на оси абсцисс при $z_K = 2$ м.

Расстояние этой точки от левой опоры находим по формуле

$$z_{ON} = \frac{2f}{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta} = \frac{2 \cdot 3}{1.25 + 1} = 2.66 \text{ м},$$

где $f = h = 3$ м; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2.5}{2} = 1.25$; $\operatorname{tg} \beta = \frac{3}{3} = 1$.

Зная положение нулевой точки O_m , проводим среднюю прямую линию (OM), соединяя точку O с концом ординаты $z_K = 2$ м (точка M), отложенной вверх от оси абсцисс по вертикали, проходящей через опору A . На проведенную прямую MO проектируем сечение $K-K$, и полученную точку K_1 соединяем с нулевой ординатой под опорой A . Таким образом, получаем левую прямую AK_1 .

Для построения правой прямой вначале находим точку пересечения C' средней прямой (OM) с вертикалью, проходящей через средний шарнир, и соединяем ее с нулевой ординатой под опорой B .

Таким образом, полученная линия $C'B$ есть правая прямая линии влияния M_K . Затем из подобия треугольников находим все характерные ординаты линии влияния M_K .

3.2. Построение линии влияния Q_K (рис. 2.7, в). Положение нулевой точки O_1 линии влияния Q_K находим по формуле:

$$z_{O_1Q} = l \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \varphi_K + \operatorname{tg} \beta} = 6 \frac{1.0}{1.0 + 0.5} = 4 \text{ м}.$$

Для построения средней прямой линии влияния Q_K на левой опорной вертикали откладываем положительную ординату $\cos \varphi_K = 0.8944$ (отрезок AD) и точку D соединяем с нулевой точкой O_1 . Затем через нулевую ординату под опорой A (точка A) проводим прямую AF , параллельную DO_1 . На параллельные прямые AF и DO_1 проектируем сечение $K-K$ (точки E и F). Чтобы построить правую прямую линии влияния Q_K , необходимо найти точку пересечения прямой DO_1 с вертикалью, проходящей через средний шарнир C (точка C''). Соединив точку C'' с нулем под опорой B (точка B), получим правую прямую ($C''B$) линии влияния Q_K . Из подобия треугольников находим все характерные ординаты линии влияния Q_K .

3.3. **Построение линии влияния N_K** (рис. 2.7, г). Положение нулевой точки O_2 линии влияния N_K находим по формуле:

$$z_{O_2N} = l \frac{\operatorname{tg} b}{\operatorname{tg} b - \operatorname{ctg} \varphi_K} = 6 \frac{1.0}{1.0 - 2.0} = -6.0 \text{ м,}$$

где $l = 6 \text{ м}$; $\operatorname{ctg} \varphi_K = \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi_K} = \frac{1}{0.5} = 2.0$.

Среднюю прямую линии влияния N_K строим следующим образом. На левой опорной вертикали откладываем положительную ординату $\sin \varphi_K = 0.4472$ (отрезок AL). Соединим точку L с нулевой точкой O_2 прямой линией, которая и будет средней прямой линии влияния N_K . Для построения левой прямой проводим через точку A линию, параллельную LO_2 . На параллельные прямые AS и LO_2 проектируем сечение $K-K$ (точки T и S).

Чтобы построить правую прямую, вначале находим точку пересечения LO_2 с вертикалью, проходящей через средний шарнир (точка C'''). Точку C''' соединяем с нулем под опорой B . Прямая $C'''B$ и есть правая прямая линии влияния N_K . Масштабы ординат для линий влияния могут быть различными, но постоянными для каждой из них.

4. Вычисление величин M_K , Q_K и N_K по их линиям влияния от заданной нагрузки q и P

Загрузив каждую линию влияния заданной нагрузкой q и P (см. рис. 2.7, б, в, г), величины внутренних усилий M_K , Q_K и N_K находим по формуле (1.25):

$$L = q\omega + Ph,$$

где L - внутренние усилия соответственно M_K , Q_K и N_K , возникающие в сечении $K-K$; q — интенсивность заданной равномерно распределенной нагрузки ($q = 20$ кН/м); ω - алгебраическая сумма площадей участков линий влияния соответственно M_K , Q_K и N_K расположенных под равномерно распределенной нагрузкой; P - величина заданной сосредоточенной нагрузки ($P = 34$ кН); h - ординаты линий влияния M_K , Q_K и N_K под сосредоточенной нагрузкой P .

$$M_K = q \frac{0.5 \cdot 2}{2} + P(-0.0833) = 20 \frac{0.5 \cdot 2}{2} + 34 \cdot (-0.0833) = 7.167 \text{ кН}\cdot\text{м};$$

$$Q_K = 20 \frac{-0.4472 \cdot 2}{2} + 34 \cdot 0.07453 = -6.410 \text{ кН};$$

$$N_K = 20 \frac{0.1490 \cdot 2}{2} + 34 \cdot 0.2236 = 10.58 \text{ кН}.$$

Сравнивая полученные значения усилий, видим, что внутренние усилия M_K , Q_K и N_K найденные различными способами расчета, практически совпадают.

2.3. Задание для самостоятельной (индивидуальной) работы.

ЗАДАНИЕ к РГР№ 2

Расчет трехшарнирных систем

Для трехшарнирной арки или рамы (рис.) требуется:

1. Определить аналитически опорные реакции, поперечную и продольную силы, изгибающий момент в сечении k (с координатой z_k) от заданной нагрузки.
2. Построить линии влияния изгибающего момента M_k , поперечной Q_k и продольной N_k сил в сечении k .
3. Вычислить величины M_k , Q_k и N_k от заданной нагрузки по линиям влияния и сравнить их с полученными в п. 1 задания.

Исходные данные взять из табл. 2.2

Табл. 2.2

Номер строки	Схема (рис. 2.8)	l , м	$f/l = h/l$	z_k/l	β	α только для рам	q , кН/м	u_1	u_2	u_3
1	5	16	0,3	0,25	1,2	0,80	5	0,25	0,50	1,00
2	4	18	0,3	0,75	1,4	0,75	6	0,50	0	0,75
3	3	20	0,4	0,75	1,6	0,60	7	0,75	0	1,00

Номер строки	Схема (рис. 2.8)	$l, \text{ м}$	$f/l = h/l$	z_k/l	β	α только для рам	$q, \text{ кН/м}$	u_1	u_2	u_3
4	2	22	0,5	0,25	1,8	0,50	8	0,50	0,25	1,00
5	1	24	0,3	0,75	2,0	0,75	9	0,25	0,25	0,75
6	5	26	0,5	0,75	2,2	0,80	10	0,75	0	0,75
7	4	28	0,4	0,25	2,4	0,60	11	0,50	0,25	0,50
8	3	30	0,3	0,25	2,5	0,50	12	0,25	0,50	0,75
9	2	32	0,5	0,75	2,06	0,80	13	0,75	0	0,25
0	1	36	0,3	0,25	2,0	0,75	14	0,50	0,75	1,00
	е	б	в	г	е	б	д	а	б	б

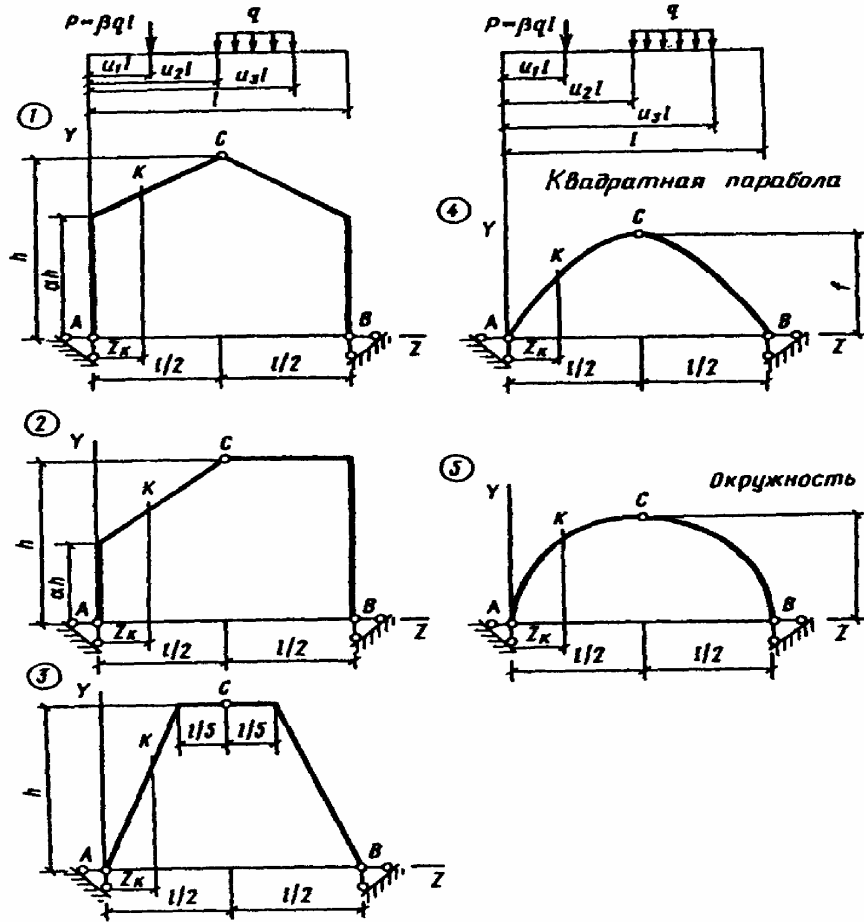


Рис. 2.8

Примечание. Ординаты точек, синусы и косинусы угла φ наклона касательной к оси z следует определять в зависимости от вида схемы заданного сооружения:

- для рамы — из геометрических соотношений;
- для параболической арки (схема 4)

$$y = \frac{4f}{l^2} z(l-z), \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{4f}{l^2} (l-2z),$$

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}}, \quad \sin \varphi = \operatorname{tg} \varphi \cdot \cos \varphi;$$

- при очертании оси арки по окружности радиусом $R = \frac{f}{2} + \frac{l^2}{8f}$ (схема 5)

$$y = \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2} - z\right)^2} - R + f,$$

$$\sin \varphi = \frac{y - 2z}{2R}, \quad \cos \varphi = \frac{y - R - f}{R}.$$

2.4. Тестовые вопросы к модулю №2

«Расчет трехшарнирных систем»

- 1. Какие системы называются распорными?**
- 2. Основные элементы трехшарнирной арки?**
- 3. Типы трехшарнирных арок?**
- 4. Уравнения равновесия, используемые для определения опорных реакций?**
- 5. От чего зависит величина распора трехшарнирной системы?**
- 6. Как определить величину изгибающего момента в сечении трехшарнирной системы?**
- 7. Как определить поперечную и продольную силы в сечении трехшарнирной системы?**
- 8. Чем отличаются усилия в арках от балочных усилий?**
- 9. Как зависят величины изгибающих моментов при действии вертикальных нагрузок от стрелы подъема арки?**
- 10. В чем заключаются особенности расчета арки с затяжками?**
- 11. Когда применение арки с затяжками рационально?**
- 12. В чем особенность работы частей арки, расположенных ниже повышенной затяжки?**
- 13. Отличается ли линия влияния вертикальных составляющих опорных реакций в трехшарнирной арке от балочных реакций?**
- 14. Как строятся линии влияния усилий в сечении арки способом наложения?**
- 15. Как строятся линии влияния усилий в сечении арки способом нулевых точек?**
- 16. Как находятся положения нулевых точек?**
- 17. Из каких участков состоят линии влияния усилий в сечении арки?**
- 18. Может ли линия влияния продольной силы в сечении арки быть двузначной?**
- 19. Что такое многоугольник давления?**
- 20. Порядок построения многоугольника давления?**
- 21. Что собой представляет рациональная ось арки?**
- 22. Какое очертание приобретает рациональная ось арки при действии равномерно распределенной нагрузки?**
- 23. В чем отличия трехшарнирных рам и арок?**
- 24. Чем отличается расчет трехшарнирной рамы от расчета обычных рам?**
- 25. Как определить наибольшее (наименьшее) нормальное напряжение в сечении арки?**

3. Смысловой модуль №3: «РАСЧЕТ ПЛОСКИХ ФЕРМ»

Теоретическая часть.

3.1.1. Балочные и консольно-балочные плоские фермы.

В шарнирно-стержневой системе элементами являются стержни, шарнирно скрепленные между собой по концам. Точки соединения стержней называются узлами. Для подсчета числа степеней свободы шарнирно-стержневой системы элементами можно считать ее узлы, а стержни, соединяющие узлы, — связями. При этом каждый узел обладает двумя степенями свободы в плоскости и тремя в пространстве. Тогда степень свободы данной системы равна удвоенному числу узлов для плоскости и утроенному — для пространственной шарнирно-стержневой системы, за минусом общего числа стержней, в т.ч. опорных.

В реальных фермах стержни соединены между собой не шарнирно, а жестко. Однако и в этом случае к ним применима с достаточной степенью приближения шарнирно-стержневая расчетная схема. Действительно, в реальных фермах стержни искривляются незначительно, а изгибная жесткость стержней очень мала, поэтому возникающие в стержнях изгибающие моменты пренебрежимо малы по сравнению с продольными силами, и можно полагать, что стержни работают как шарнирно закрепленные. Применимость шарнирно-стержневой схемы к реальным фермам подтверждена экспериментально.

В фермах, применяемых для покрытий и перекрытий, а также для мостов, различают верхний и нижний пояса и решетку. Решетка состоит из наклонных раскосов и вертикальных стоек (рис. 3.1).

Ферма по длине пролета делится на панели, обычно, ограниченные соседними узлами поясов. В однопролетной ферме, нагруженной действующей вниз нагрузкой, верхний пояс сжат, а нижний растянут; нисходящие раскосы вблизи опор фермы растянуты, а восходящие сжаты. Стойки решетки при нагрузке по верхнему поясу сжаты, а при нагрузке по нижнему поясу — растянуты.

В консольных фермах (рис. 3.2) верхний пояс растянут, а нижний — сжат.

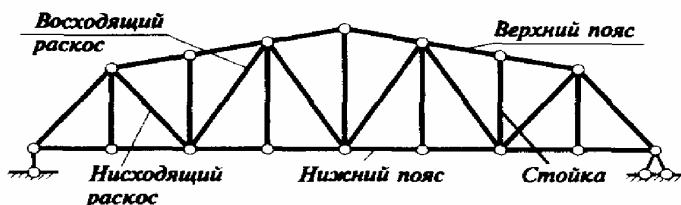


Рис. 1.27

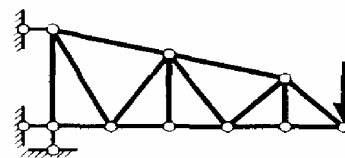


Рис. 1.28

Степень изменяемости шарнирно-стержневой системы определяется по формулам:

– для плоской системы $n = 2Y - C;$ (1.25)

– для пространственной системы $n = 3Y - C.$ (1.26)

Здесь Y — число узлов; C — число стержней, включая опорные.

Рассмотрим ферму, изображенную на рис. 1.27. Здесь $Y = 16$, $C = 32$. Следовательно, $n = 2 \cdot 16 - 32 = 0$.

Для фермы, изображенной на рис. 1.28, имеем $Y = 9$, $C = 18$. Таким образом, $n = 2 \cdot 9 - 18 = 0$.

Степень изменяемости шарнирно-стержневой системы можно определить также по формулам Чебышева, считая каждый стержень диском или блоком, которые соединены друг с другом простыми и сложными шарнирами. Однако этот способ для данного случая является более сложным.

3.1.2. Методы расчета статически определимых ферм

Из условия равновесия фермы в целом с начала определяются опорные реакции, далее для определения усилий в элементах фермы применяются различные подходы.

Наиболее простым методом определения усилий в стержнях статически определимой фермы является *метод вырезания узлов*. Разрезая мысленно стержни, сходящиеся в данном узле, и уравновешивая внешней силой, приложенную к нему, продольными усилиями, действующими по направлению каждого стержня, получаем необходимые уравнения для определения этих сил. При составлении уравнений равновесия предполагаем все внутренние силы растягивающими и действующими по направлению от узла (рис. 3.3, а).

Так как все силы, действующие на узел, пересекаются в одной точке, то для каждого узла плоской фермы можно составить два уравнения равновесия, выражающие равенство нулю сумм проекций всех сил на горизонтальную и вертикальную оси. Всего таким образом можно составить $2C$ независимых уравнений. Поскольку число стержней в статически определимых фермах, включая опорные стержни, тоже равны $2C$, то мы получаем

полную систему 2С алгебраических уравнений с 2С неизвестными усилиями.

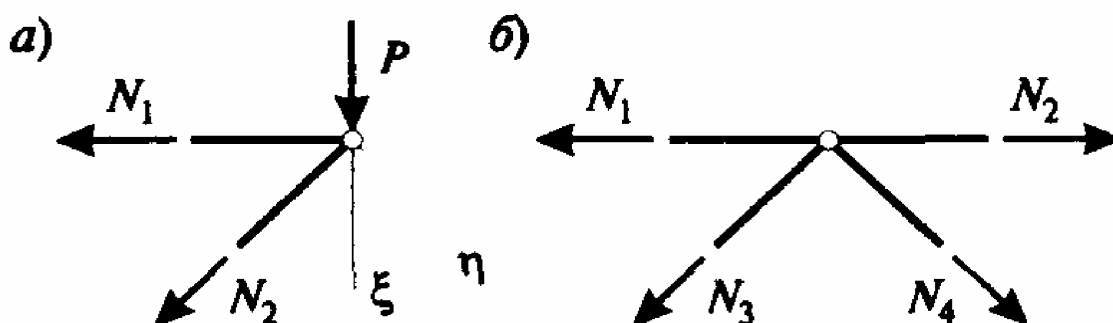


Рис. 3.3

Для упрощения расчета иногда берут сумму проекций всех сил на ось ξ , перпендикулярную одному стержню, и на ось η , перпендикулярную другому стержню (рис. 3.3, б). При этом получают два независимых уравнения, каждое из которых включает одно неизвестное усилие .

Другим эффективным способом расчета усилий в элементах фермы является *метод сечений*. Разрезав мысленно ферму на две части и отбросив одну из них, можно составить три уравнения равновесия для оставшейся части фермы. Если в разрез попадают только три стержня, то при помощи этих уравнений можно определить усилия в разрезанных стержнях.

Систему трех уравнений равновесия можно свести к трем независимым уравнениям, если составить уравнения суммы моментов всех сил, действующих на оставшуюся часть фермы, относительно каждой из трех точек попарного пересечения осей разрезанных стержней. Поэтому для определения усилия в интересующем нас j -м стержне достаточно составить только одно уравнение моментов, взятых относительно точки пересечения двух других стержней. Эта последняя точка называется *моментной точкой* для j -го стержня.

На рис. 3.4 показано применение метода сечений при определении усилий в стержнях второй панели фермы. Для определения усилия в стержне 4—6 следует составить уравнение равновесия моментов сил, приложенных по левую сторону от разреза a — b , относительно узла 5; для определения усилия в стержне 3—5 —

относительно узла 4 и для определения усилия в стержне 4—5 — относительно точки *C*.

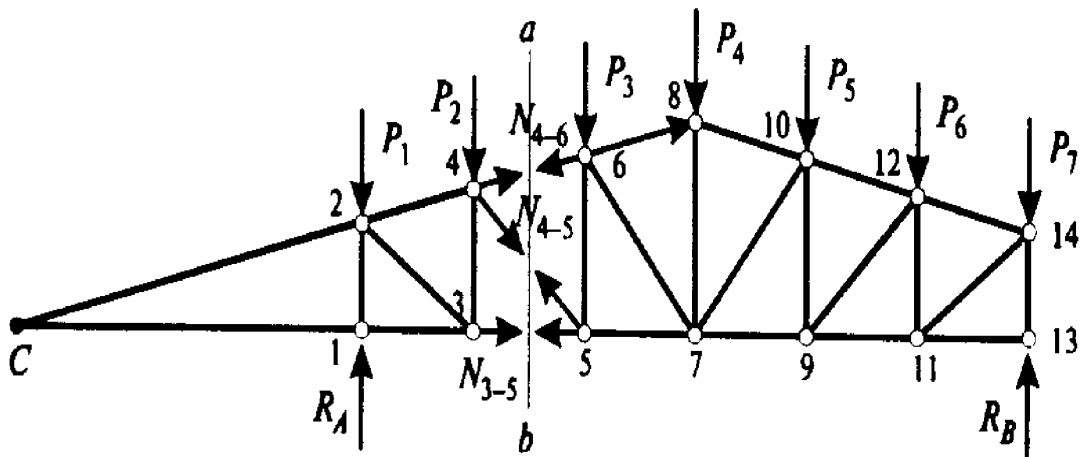


Рис. 3.4

Если два из трех пересеченных стержней параллельны друг другу (рис. 3.5), то моментная точка для третьего стержня уходит в бесконечность. В этом случае составляется условие равенства нулю суммы проекций всех сил, действующих по одну сторону разреза, на направление, перпендикулярное параллельным стержням, попадающим в разрез.

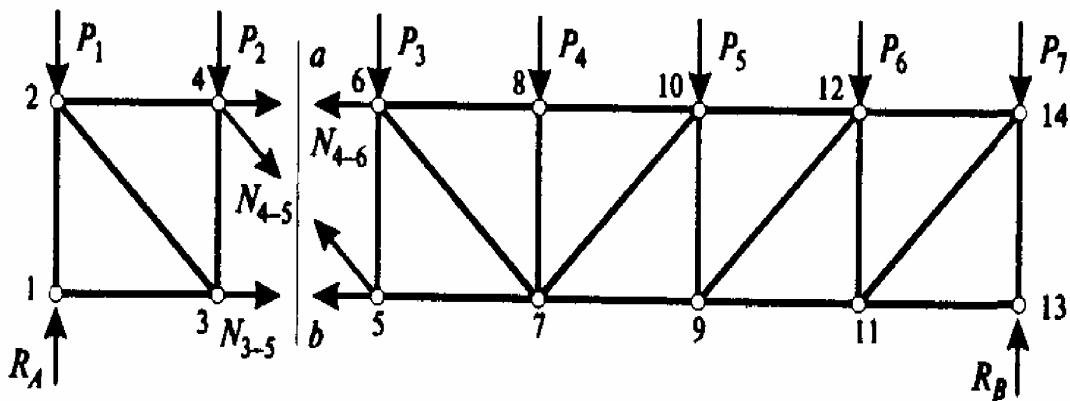


Рис.3.5

3.1.3. Линии влияния усилий в фермах

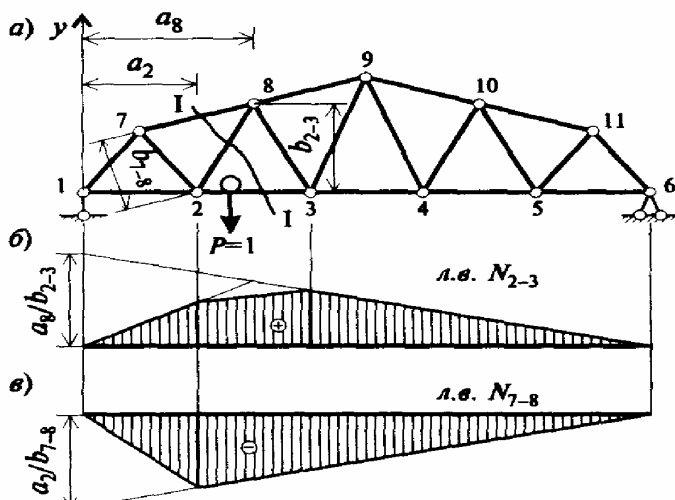
Линии влияния усилий в панелях верхнего и нижнего пояса фермы строятся как линии влияния момента относительно моментной точки с ординатами, деленными на плечо рассматриваемого усилия относительно моментной точки. На протяжении панели, по которой движется груз, производится спрямление линии влияния, как при узловой передаче нагрузок. Таким же образом строятся линии влияния усилий в раскосах и в стойках в случае непараллельных поясов.

Заметим, что обычно сразу указывается, где движется единичный груз, поскольку возможно движение груза как по верхнему, так и по нижнему поясу фермы.

При параллельных поясах линии влияния усилий в раскосах и стойках строятся, как линии влияния поперечной силы для вертикального сечения, пересекающего раскос или стойку, с ординатами, деленными на $\sin\alpha$, где α — угол наклона раскоса; и со спрямлением на длину панели, по которой движется груз.

Рассмотрим четыре характерных примера построения линий влияния для ферм с непараллельными и параллельными поясами (рис. 3.6, а и 3.7, а).

Рассмотрим построение линии влияния N_{2-3} нижнего пояса фермы с непараллельными поясами. Для этого проведем сечение



I—I. Составляем уравнение равновесия всех сил, приложенных к правой части фермы (груз левее сечения I—I) относительно моментной точки 8:

$$\sum M_8^{пр} = R_B (l - a_8) +$$

$$+ N_{2-3} b_{2-3} = 0,$$

откуда

$$N_{2-3} = \frac{-R_B (l - a_8)}{b_{2-3}},$$

Рис. 3.6

Графическое изображение данного выражения является левой ветвью линии влияния рис. 3.6, б.

Аналогично составляется уравнение, когда груз находится правее сечения I-I:

$$\sum M_8^{\text{лев}} = R_A \alpha_8 - N_{2-3} b_{2-3} = 0$$

откуда $N_{2-3} = \frac{R_A}{b_{2-3}} \alpha_8$, правая ветвь линии влияния (рис. 3.6, б).

Воспользовавшись правилом построения линий влияния при узловой передаче нагрузки, получим передаточную прямую.

Для построения линии влияния N_{7-8} верхнего пояса фермы с непараллельными поясами проводим сечение I-I. Составляем уравнение равновесия всех сил, приложенных к правой части фермы (груз левее сечения I-I) относительно моментной точки 2:

$$\sum M_2^{\text{прав}} = R_B (\ell - \alpha_2) + N_{7-8} b_{7-8} = 0,$$

откуда $N_{7-8} = \frac{-R_B}{b_{7-8}} (\ell - \alpha_2)$.

Графическое изображение данного выражения является левой ветвью линии влияния, показанное на рис. 1.32, в.

Аналогично составляется уравнение, когда груз находится правее сечения I—I:

$$\sum M_2^{\text{лев}} = R_A a_2 - N_{7-8} b_{7-8} = 0,$$

откуда $N_{7-8} = \frac{R_A a_2}{b_{7-8}}$, по которой строится правая ветвь линии влияния (рис. 1.32, в).

Воспользовавшись правилом построения линий влияния при узловой передаче нагрузки, получим передаточную прямую.

Для построения линии влияния N_{8-4} раскоса фермы с непараллельными поясами проводим сечение I—I. Составляем уравнение равновесия всех сил, приложенных к правой части фермы (груз левее сечения I—I) относительно моментной точки O:

$$\sum M_O^{\text{прав}} = R_B (l + a) - N_{8-3} b_{8-3} = 0,$$

откуда $N_{8-3} = \frac{R_B (l + a)}{b_{8-3}}$, получаем графическое изображение данного выражения, являющегося левой ветвью линии влияния (рис. 1.33, б).

Аналогично составляется уравнение, когда груз находится правее сечения I—I:

$$\sum M_O^{\text{лев}} = R_A a + N_{8-3} b_{8-3} = 0,$$

откуда $N_{8-3} = \frac{-R_A a}{b_{8-3}}$, получаем правую ветвь линии влияния (рис. 3.7, б).

Воспользовавшись правилом построения линий влияния при узловой передаче нагрузки, получим передаточную прямую.

Для построения линии влияния N_{9-4} раскоса фермы с параллельными поясами, проводим сечение II—II. Моментная точка в этом случае находится в бесконечности, так как верхний и нижний пояс параллельны. Применим метод проекций. Когда груз $P = 1$ находится между узлами 4 и 14 (правее панели 3—4) рассматриваем равновесие левой отсеченной части фермы (рис. 3.7, а). Составим уравнение проекций всех сил на вертикальную ось:

$$\sum y^{\text{лев}} = R_A - N_{9-4} \sin \alpha = 0,$$

откуда $N_{9-4} = \frac{R_A}{\sin \alpha}$, по данному выражению строим левую ветвь линии влияния (рис. 1.33, в).

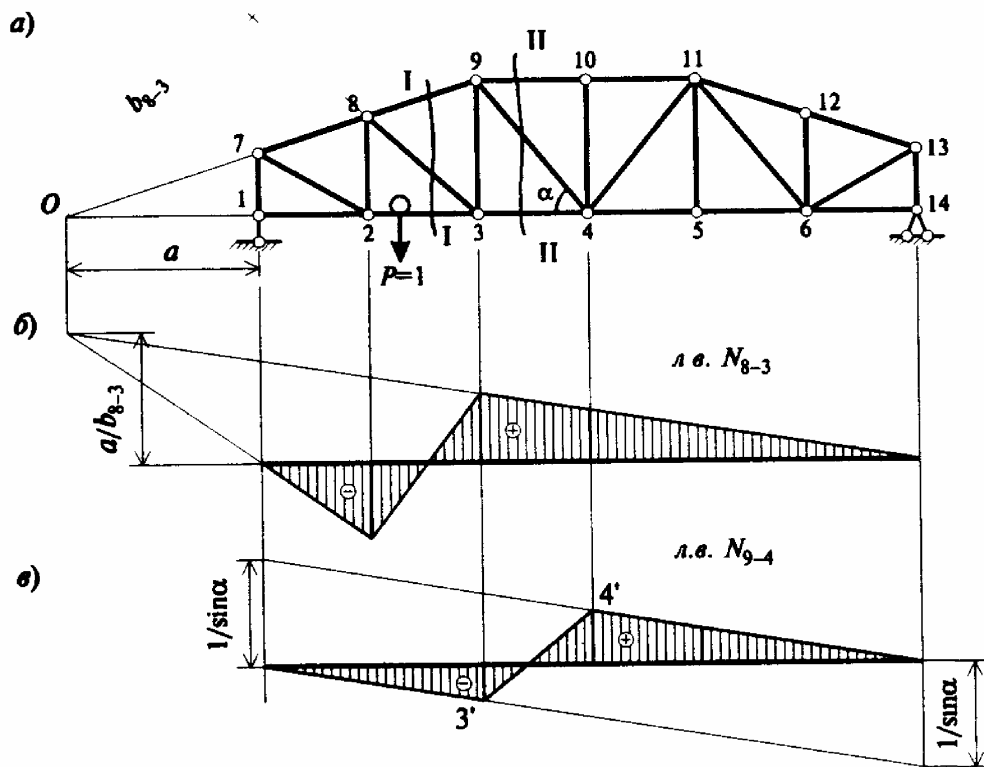


Рис. 3.7

Пусть теперь груз расположен между узлами 1 и 3 (левее панели 3-4), рассматриваем равновесие правой части фермы:

$$\sum y^{\text{прав}} = R_B + N_{9-4} \sin \alpha = 0$$

Откуда $N_{9-4} = -R_B / \sin \alpha$, по которому строим левую ветвь линии влияния. Прямая (3'-4') - передаточная прямая.

3.1.4. Неблагоприятнейшее нагружение линии влияния. Критический груз

Рассмотрим движение связанной системы сосредоточенных сил, характеризующих собой давление колес поезда по заданной и, в общем случае, полигональной линии влияния (рис. 3.8). Если для каждого из последовательных положений поезда, определяемых координатой x , вычислять значение усилия S , то можно построить график зависимости $S=S(x)$, представляющий собой полигональную линию, изломы которой соответствуют нахождению одного из грузов над одной из вершин линии влияния.

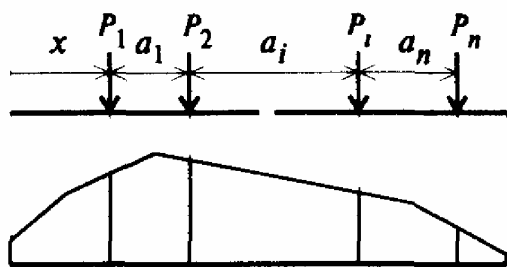


Рис.3.8

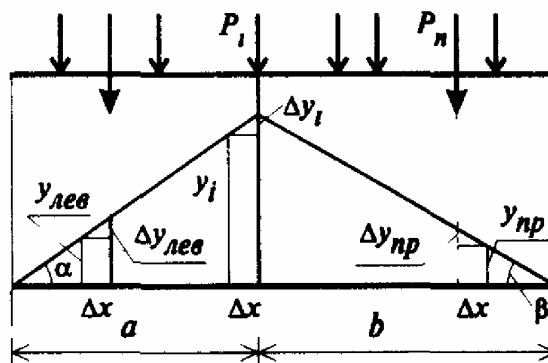


Рис.3.9

Очевидно, что при некотором значении $x = x_0$ этот график может иметь максимум M_{max} , определяющий наибольшее возможное значение искомого усилия. Ясно, что при $x \neq x_0$ будет иметь место неравенство $S(x) < M_{max}$.

Для полигональной линии влияния и при сосредоточенных силах, эта ситуация реализуется только в том случае, если одна из систем подвижных сил располагается над одной из вершин линии влияния. Этот груз, располагающийся над вершиной линии влияния и доставляющий усилию S наибольшее возможное значение, принято называть критическим, а соответствующее расположение поезда — неблагоприятнейшим нагружением линии влияния.

Если известно неблагоприятнейшее нагружение линии влияния, то вычисление максимально возможного усилия сводится к формуле:

$$S = P_1 y_1 + P_2 y_2 + \dots + P_n y_n = \sum_{i=1}^n P_i y_i .$$

На практике часто встречается случай треугольной линии влияния (рис. 3.9). Расположим поезд таким образом, чтобы один из грузов находился над вершиной линии влияния. Пусть груз P_i критический, тогда:

$$S_{\max} = V^{\text{лев}} y^{\text{лев}} + P_i y_i + V^{\text{прав}} y^{\text{прав}}, \quad (3.3)$$

где $V^{\text{лев}}$ и $V^{\text{прав}}$ — равнодействующие сил, действующих слева и справа от P_i соответственно.

При сдвиге поезда влево или вправо на расстояние $\Delta x \neq 0$ приращение усилия составит:

$$\Delta S = S - S_{\max} < 0.$$

Отсюда имеем

– при сдвиге поезда влево

$$\Delta S = -V^{\text{лев}} \cdot \Delta y^{\text{лев}} - P_i \Delta y_i + V^{\text{прав}} \cdot \Delta y^{\text{прав}} < 0;$$

– при сдвиге поезда вправо

$$\Delta S = V^{\text{лев}} \cdot \Delta y^{\text{лев}} - P_j \Delta y_j - V^{\text{прав}} \cdot \Delta y^{\text{прав}} > 0,$$

где $\Delta y_i = \Delta x \operatorname{tg} \alpha$; $\Delta y_j = \Delta x \operatorname{tg} \beta$.

Учитывая, что $\Delta y^{\text{лев}} = \Delta x \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{a}$ и $\Delta y^{\text{прав}} = \Delta x \operatorname{tg} \beta = \frac{h}{b}$, полу-

м:

– при сдвиге поезда влево

$$\frac{V^{\text{лев}} + P_i}{a} > \frac{V^{\text{прав}}}{b};$$

– при сдвиге поезда вправо

$$\frac{V^{\text{лев}}}{a} < \frac{V^{\text{прав}} + P_i}{b}.$$

Таким образом, если для какого-либо груза P_i осуществляется одновременное удовлетворение двух неравенств (3.6) и (3.7), то по определению этот груз является критическим.

В практических задачах приходится иметь дело со строго определенными типами подвижных нагрузок — поездами. Для каждого заданного поезда значение S_{\max} будет определяться лишь положением вершины линии влияния и ее длиной. Для каждого типа поезда вычисляют S_{\max} при различных длинах линии влияния с различными положениями вершины треугольника и вводят условную, равномерно распределенную нагрузку $q_{\text{экв}}$ для которой

$$S_{\max} = q_{\text{экв}} \omega \quad (3.8)$$

эквивалентная равномерно распределенная нагрузка при классе $K=1$ и езде по прямолинейному поясу фермы (см. табл. 3.1, причем $\lambda=l$ — длина линии влияния, м; $\alpha = a/\lambda$ положение вершины линии влияния; a — проекция наименьшего расстояния от вершины до конца линии влияния, м), ω — площадь линии влияния под грузом $q_{\text{экв}}$.

Табл. 3.1

Длина линии влияния, λ , м (промежуточные табличные значения $q_{\text{экв}}$ следует брать по двойной интерполяции, т.е. по λ и по α)	Эквивалентные нагрузки $q_{\text{экв}}$ пути при классе $K=1$, кН/м	
	$\alpha=a/\lambda=0$	$\alpha=a/\lambda=0.5$
1	50.00	50.00
5	20.77	18.10
10	17.81	15.58
20	15.05	13.17
30	13.36	11.69
40	12.25	10.72
50	11.51	10.07
60	11.01	10.01
80	10.46	10.00
100	10.20	10.00
120	10.09	10.00
140	10.04	10.00

Практическая часть.

3.2.1. Пример расчета плоской фермы

Для металлической фермы с размерами и узловыми нагрузками, полученными путем замены собственного веса, равномерно распределенного по всей длине $q = 100$ кН/м, высота фермы $H=d=2$ м, вес двухосной тележки $Q = 500$ кН; движение тележки предполагается по нижнему поясу фермы (рис. 3.10), требуется:

1. Определить аналитически усилия U_{ij} , V_{ij} , D_{ij} в элементах фермы (рис. 3.10, b , $г$).
2. Построить линии влияния усилий в тех же элементах, определив числовые значения их ординат.
3. Вычислить суммарные (расчетные) усилия в элементах фермы от постоянной нагрузки q и временной нагрузки P_Q .
4. Загрузить одну линию влияния (по выбору) постоянной нагрузкой q , определить усилие и сравнить его с полученным в аналитическом расчете по п.1.

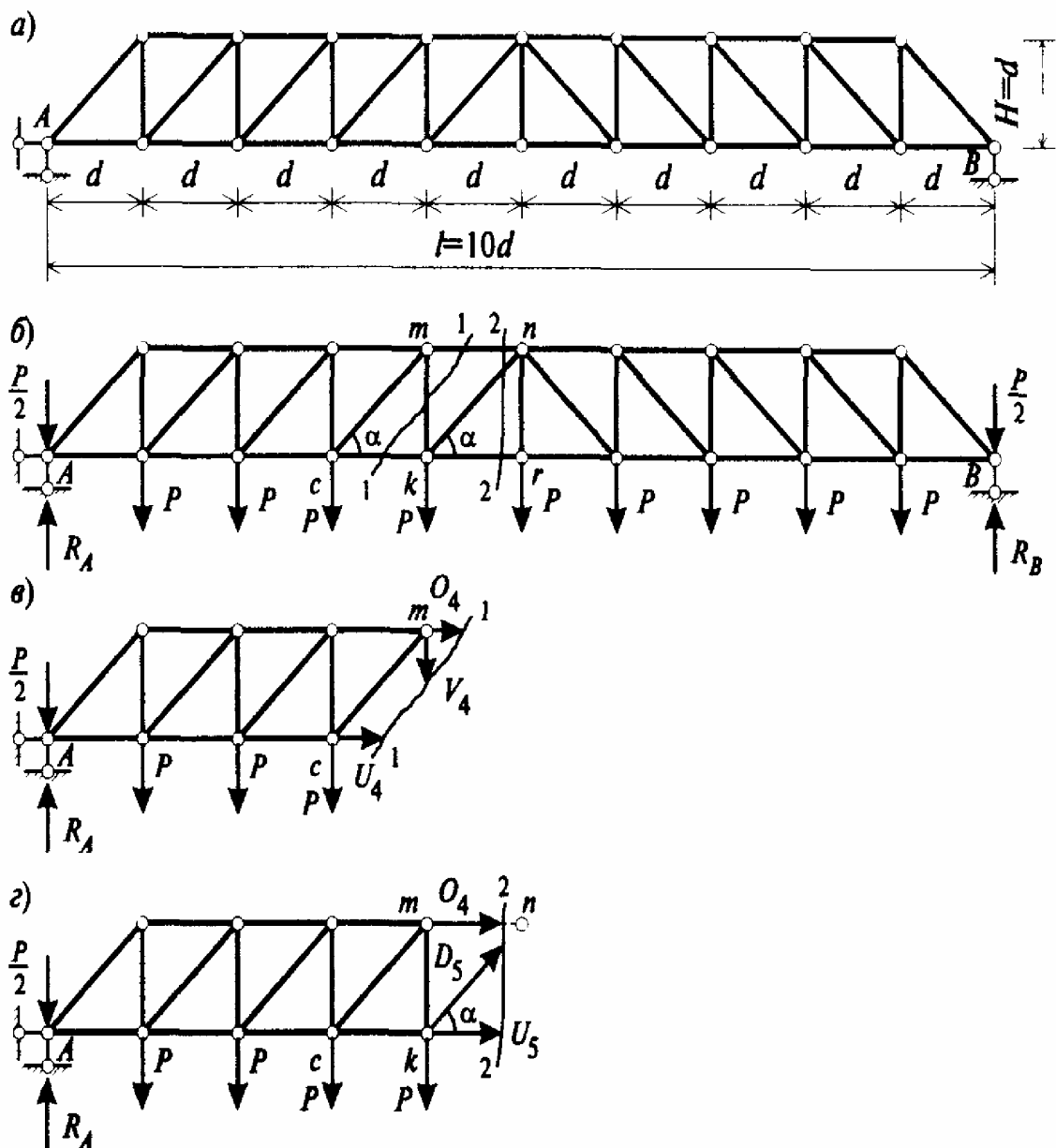


Рис. 3.10

Решение

1. Определение аналитическим способом усилий U_4 , V_4 , D_5 в элементах фермы

Учитывая симметрию фермы и постоянное по ее длине значение постоянной нагрузки q , имеем

$$P=qd=100:2=200 \text{ кН};$$

$$R_A=R_B=ql/2=5P=1000 \text{ кН}.$$

Давление колес на ось двухосной тележки будет равно

$$P_Q = Q/4 = 500/4 = 125 \text{ кН}$$

Для вычисления усилий в элементах фермы U_4 , V_4 , D_5 предварительно подсчитаем геометрические параметры фермы.

$$\text{Длина раскоса } l = \sqrt{H^2 + d^2} = d\sqrt{2} = 2.828 \text{ м.}$$

$$\text{Синус угла наклона раскоса: } \sin \alpha = \frac{H}{l} = \frac{d}{d\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} = 0.707.$$

Для вычисления усилия в нижнем поясе U_4 (рис. 1.37, в) составим уравнение равновесия моментов относительно точки m , т.е. $\sum M_m = 0$:

$$R_A \cdot 4d - \frac{P}{2} \cdot 4d - P \cdot 3d - P \cdot 2d - P \cdot d - U_4 H = 0,$$

откуда

$$U_4 = \frac{5P \cdot 4d - \frac{P}{2} \cdot 4d - P \cdot 3d - P \cdot 2d - P \cdot d}{H} = \frac{12P \cdot d}{d} = 12P = 2400 \text{ кН.}$$

Для вычисления усилия в стойке V_4 составим уравнение $\sum y = 0$ (рис. 1.37, в):

$$R_A - \frac{P}{2} - P - P - P - U_4 = 0,$$

откуда

$$U_4 = 5P - \frac{P}{2} - P - P - P = 1.5 \cdot P = 1.5 \cdot 200 = 300 \text{ кН.}$$

Для вычисления усилия в раскосе D_5 составим уравнение $\sum y = 0$ (рис. 1.37, г):

$$R_A - \frac{P}{2} - P - P - P - P + D_5 \sin \alpha = 0,$$

откуда

$$\begin{aligned} D_5 &= -\frac{R_A - \frac{P}{2} - P - P - P - P}{\sin \alpha} = -\frac{5P - 4.5P}{\sin \alpha} = -\frac{P}{2 \sin \alpha} = \\ &= -\frac{200}{2 \cdot 0.707} = -141.4 \text{ кН.} \end{aligned}$$

2. Построение линии влияния усилий U_4 , V_4 , D_5 в элементах фермы

Для построения линии влияния усилия в поясе U_4 расположим единичный груз $P = 1$ справа от сечения 1—1 (рис. 1.38, а).

Составив уравнение $\sum M_m = 0$ (рис. 1.38, б), получим значение ординаты правой прямой линии влияния U_4 (рис. 1.37, е). В нашем случае

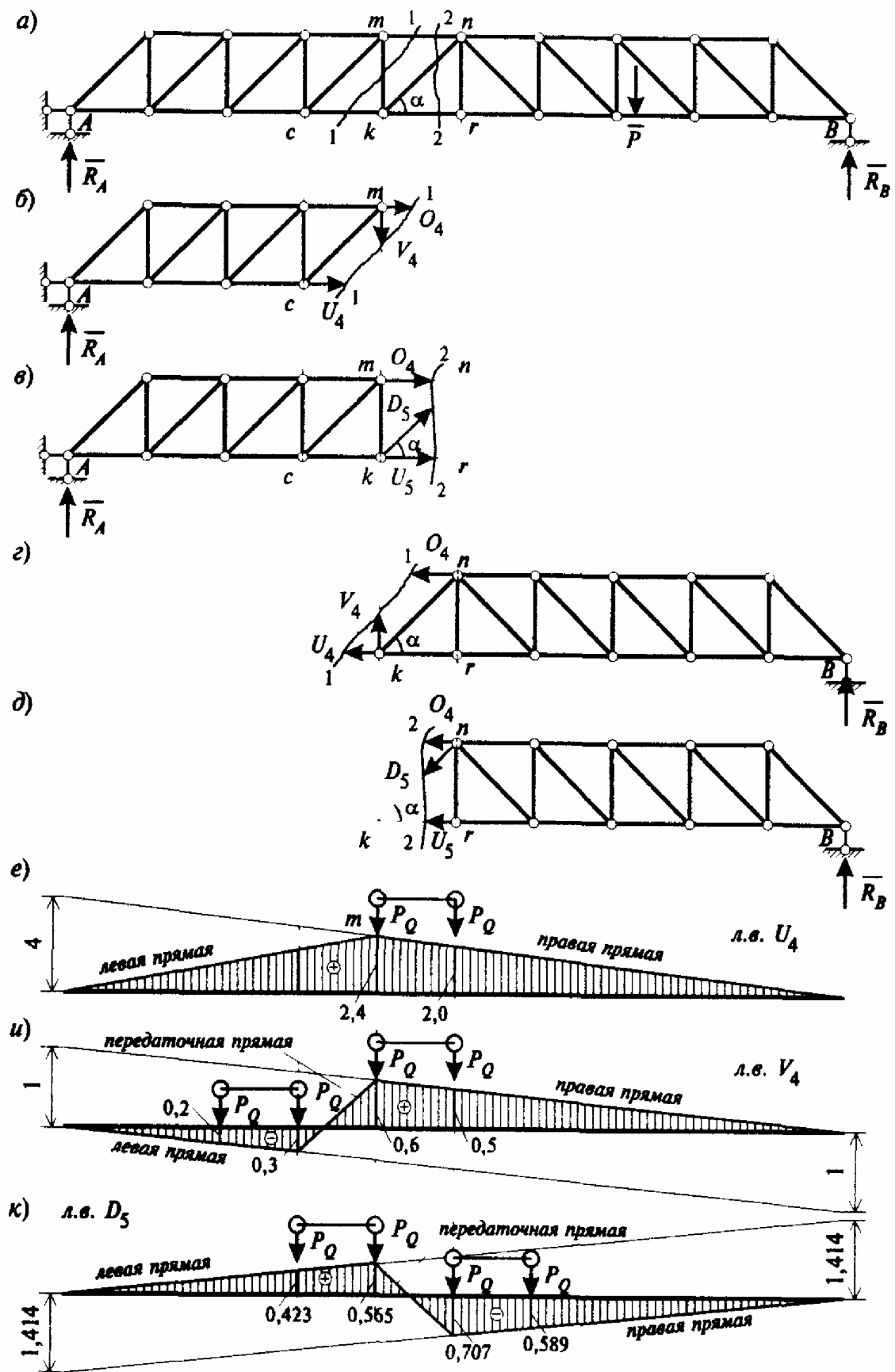


Рис.3.11

$$R_A \cdot 4d - U_4 \cdot H = 0,$$

откуда

$$U_4 = \frac{R_A \cdot 4d}{H} = \frac{1 \cdot 4 \cdot d}{d} = 4.$$

Левую прямую линии влияния U_4 получим, используя известное положение о том, что левая и правая прямые линии влияния в элементе пояса пересекаются под моментной точкой m (рис. 1.38, *e*).

Для вычисления ординат линии влияния в стойке V_4 поочередно будем ставить груз $P = 1$:

– справа от сечения 1–1 (рис. 1.37, *б*), составив уравнение $\sum y = 0$ или

$$R_A - V_4 = 0; V_4 = R_A = 1;$$

– слева от сечения 1–1 (рис. 1.37, *в*), составив уравнение $\sum y = 0$ или

$$R_A + V_4 = 0; V_4 = -R_A = -1.$$

Отметив эти ординаты, получим правую и левую прямые линии влияния V_4 (рис. 1.38, *u*). Между положительной и отрицательной ветвями линии влияния надо провести, так называемую, передаточную прямую. Она пройдет между узлами c и k нижнего пояса (рис. 1.38, *u*).

Для построения линии влияния усилия в раскосе D_5 воспользуемся сечением 2–2 (рис. 1.38, *a*).

Рассмотрим груз $P = 1$, приложенный справа от сечения 2–2 (рис. 1.38, *в*) и составим уравнение равновесия:

$$\sum y = R_A + D_5 \sin \alpha = 0,$$

откуда

$$D_5 = -\frac{R_A}{\sin \alpha} = -\frac{1}{\sin \alpha} = -\frac{1}{0.707} = -1.414.$$

При действии груза $P = 1$ левее сечения 2–2 (рис. 1.38, *д*), имеем

$$\sum y = R_B - D_5 \sin \alpha = 0,$$

откуда

$$D_5 = \frac{R_B}{\sin \alpha} = \frac{1}{\sin \alpha} = \frac{1}{0.707} = 1.414.$$

Передаточная прямая пройдет между узлами k и r нижнего пояса. Линии влияния усилий в элементах фермы U_4 , V_4 , D_5 приведены на рис. 1.38, *e*, *u*, *к*.

3. Вычисление суммарных усилий в элементах фермы от постоянной нагрузки q и временной нагрузки P_Q

Загрузим все линии влияния временной нагрузкой в виде перемещающейся по грузовому поясу тележки с давлением на ось P_Q (см. рис. 1.38, е, и, к).

Вычислим суммарные усилия в указанных элементах от сочетания постоянной расчетной нагрузки q и временной P_Q .

Предварительно вычислим из геометрических соотношений ординаты линий влияния, соответствующие невыгоднейшему положению колес тележки. Примем расстояние между осями тележки $a = 1$ м. При этом ветровые, тормозные и инерционные силы в первом приближении учитывать не будем. Тогда

$$U_4^{\max} = U_4 + P_Q \cdot 2.4 + P_Q \cdot 2.0 = 2400 + 125 \cdot (2.4 + 2.0) = 2950 \text{ кН.}$$

При вычислении суммарного усилия в элементе V_4 необходимо загружать временной нагрузкой положительный и отрицательный участки линии влияния V_4

$$V_4^{\max} = V_4 + P_Q \cdot 0.6 + P_Q \cdot 0.5 = 300 + 125 \cdot 1.1 = 437.5 \text{ кН;}$$

$$V_4^{\min} = V_4 - P_Q \cdot 0.3 + P_Q \cdot 0.2 = 300 - 125 \cdot 0.5 = 237.5 \text{ кН.}$$

Аналогично и для раскоса D_5

$$D_5^{\max} = D_5 + P_Q \cdot 0.565 + P_Q \cdot 0.423 = -141.5 + 123.5 = -18 \text{ кН;}$$

$$D_5^{\min} = D_5 - P_Q \cdot 0.707 - P_Q \cdot 0.589 = -141.5 - 162 = -303.5 \text{ кН.}$$

Таким образом, элементы U_4 , V_4 работают на растяжение, а D_5 на сжатие.

4. Загружение линии влияния постоянной нагрузкой q

Загрузим линию влияния U_4 постоянной нагрузкой q и вычислим усилие U_4 с применением линии влияния. В этом случае

$$U_4 = q\omega = 100 \cdot 0.5 \cdot 2.4 \cdot 10.2 = 2400 \text{ кН,}$$

где $\omega = 0.5 \cdot 2.4 \cdot 10.2$ — площадь линии влияния усилия U_4 (рис. 1.38, е).

Таким образом, значение усилия в элементе U_4 , вычисленное аналитически (см. п.1) и по линии влияния, полностью совпадают.

3.3. Задание для самостоятельной (индивидуальной) работы.

ЗАДАНИЕ к РГР№3

«РАСЧЕТ ПЛОСКИХ ФЕРМ»

Для фермы (рис. 3.12) требуется:

1. Вычертить расчетную схему полностью (в масштабе).
2. От собственного веса фермы q , равномерно распределенного по всей длине, определить аналитические усилия в пяти элементах фермы, указанных в табл. 3.2.
3. Построить линии влияния усилий в тех же элементах. Для всех линий влияния определить значения характерных ординат.
4. Линию влияния усилия в одном из элементов фермы загрузить постоянной нагрузкой от собственного веса фермы интенсивностью q и сравнить с результатом, полученным в п. 2.
5. Треугольную линию влияния усилия в стержне одного из поясов фермы загрузить эквивалентной нагрузкой $q_{\text{экв}}$ класса K (табл. 3.1), которая равна $q_{\text{экв}} = K \cdot q_{\text{экв}}$, где $q_{\text{экв}}$ - эквивалентная нагрузка при $K=1$ (табл. 3.1).

Предполагается, что езда осуществляется по прямолинейному поясу фермы.

Табл. 3.2

№ строки	Схема Рис. 3.13	q , кН/м	d , м	H/d	Элементы					Класс нагрузки, K
					U_1	O_1	D_1	D_2	V_1	
1	1	4.0	4.8	1.1	U_1	O_1	D_1	D_2	V_1	10
2	2	4.5	5.0	1.2	U_2	O_2	D_3	D_4	V_2	11
3	3	5.0	5.2	1.3	U_1	O_1	D_1	D_2	V_1	12
4	4	5.5	5.4	1.4	U_1	O_1	D_1	D_2	V_1	13
5	5	6.0	5.6	1.5	U_2	O_2	D_3	D_4	V_2	14
6	1	4.0	5.8	1.6	U_2	O_2	D_3	D_4	V_2	10
7	2	4.5	6.0	1.7	U_1	O_1	D_1	D_2	V_1	11
8	3	5.0	6.4	1.8	U_2	O_2	D_3	D_4	V_2	12
9	4	5.5	6.6	1.9	U_1	O_1	D_1	D_2	V_1	13
0	5	6.0	6.8	2.0	U_2	O_2	D_3	D_4	V_2	14
	е	d	г	в	б	а	е	d	г	а

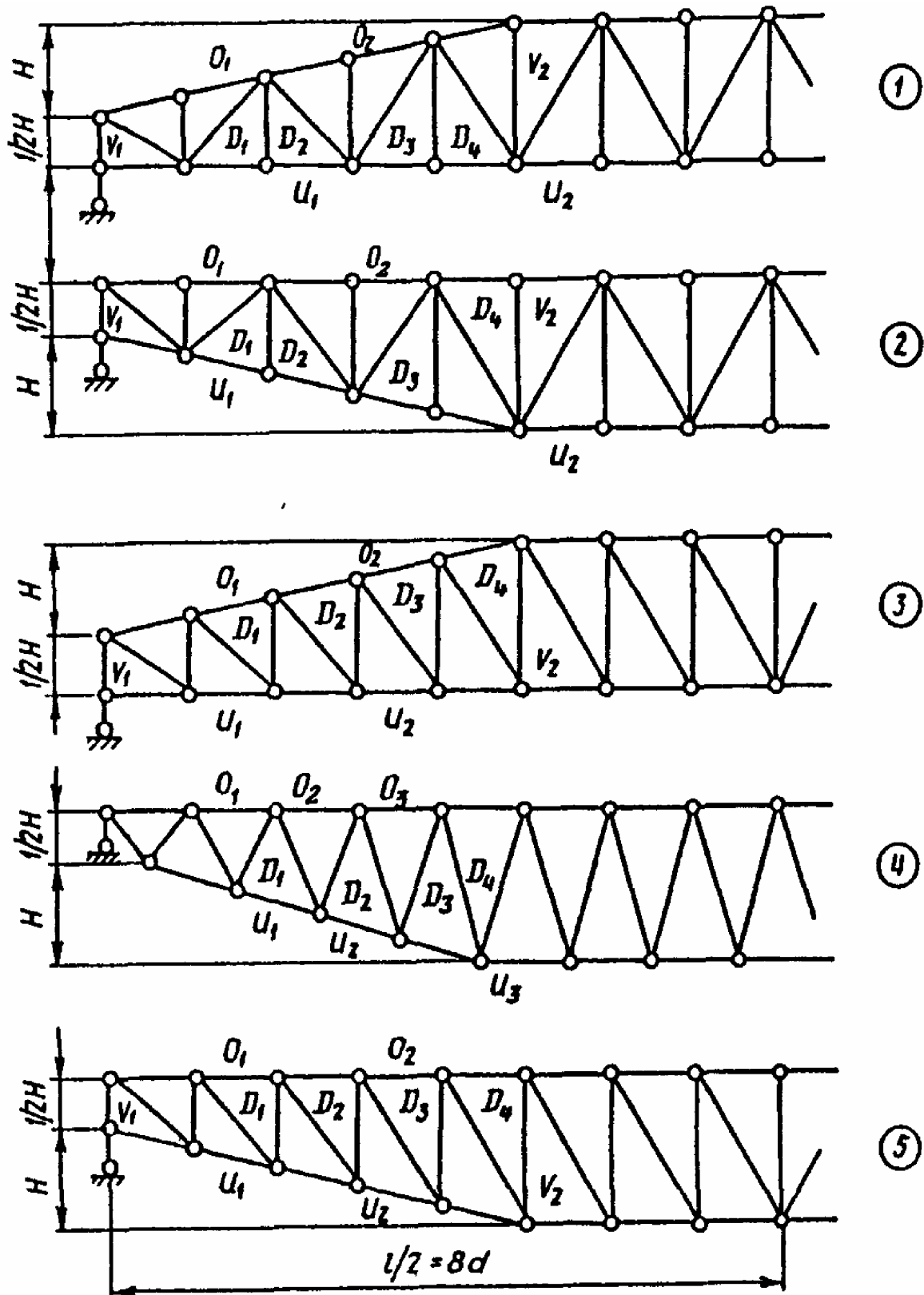


Рис. 3.12

Тестовые вопросы к модулю №3 «РАСЧЕТ ПЛОСКИХ ФЕРМ»

- 1. Что называется фермой?**
- 2. Какие усилия появляются в элементах фермы и почему?**
- 3. Чем определяется экономичность фермы?**
- 4. Какие элементы различают в фермах?**
- 5. По каким признакам классифицируются фермы?**
- 6. Какими методами определяются усилия в стержнях ферм?**
- 7. В чем заключаются достоинства и недостатки способа вырезания узлов?**
- 8. Каков порядок применения способа вырезания узлов?**
- 9. Приведите частные случаи равновесия узлов фермы.**
- 10. В чем отличие простых и сложных ферм?**
- 11. Когда и как применяется метод моментной точки?**
- 12. Какова зависимость усилий в поясных стержнях балочной фермы от ее высоты?**
- 13. Случаи применения способа проекций? В чем отличие характера работы восходящих и нисходящих раскосов балочной фермы?**
- 14. Как изменяются усилия в раскосах балочной фермы вдоль ее пролета?**
- 15. В каких случаях возможно применение балочных усилий для расчета усилий в стержнях фермы?**
- 16. В каких случаях применяется способ замкнутого сечения?**
- 17. Как применяется способ двух сечений?**
- 18. Как применяется для расчета ферм методом замены связей?**
- 19. Из скольких и каких частей состоит линия влияния усилий в стержнях фермы?**
- 20. Как используется балочная аналогия для ускоренного построения линий влияния усилий в поясах и раскосах балочных ферм?**
- 21. Что такое шпренгельная ферма?**
- 22. С какой целью применяют шпренгели?**
- 23. Чем отличается работа двухъярусных шпренгелей от одноярусных?**
- 24. На какие типы делятся стержни шпренгельных ферм?**
- 25. Каковы особенности определения усилий и построения линий влияния в шпренгельных фермах?**

4. МЕТОДИКА МОДУЛЬНОГО КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

1. Оценка самостоятельной работы студента (производится по 100-бальной системе).

1.1. Баллы за своевременность сдачи Расчетно-графической работы (РГР):

- за сдачу РГР в установленный срок: $100 \cdot k_1$, где $k_1=0.2$;
- за каждую просроченную неделю снимаются 20 штрафных баллов.

1.2. Баллы за полноту и качество выполнения представленной к защите самостоятельной работы (РГР):

- за верное выполнение работы в полном объеме: $100 \cdot k_2$, где $k_2=0.4$;
- за каждую существенную ошибку снимается 30 баллов;
- за каждую несущественную ошибку снимается 10 баллов.

1.3. Баллы за глубину знаний студентом предмета защиты: $100 \cdot k_3$, где $k_3=0.4$ (баллы определяются преподавателем по результатам защиты студентом РГР).

2. Оценка аудиторной работы студента (производится по 100-бальной системе).

2.1. Баллы за посещаемость студентом лекций (пропуски занятий по уважительным причинам, согласованным с деканатом, эквивалентны присутствию студента при условии наличия у него конспекта пропущенной лекции): $100 \cdot k_1$, где $k_1=0.2$.

2.2. Баллы за посещаемость студентом практических занятий (пропуски занятий по уважительным причинам, согласованным с деканатом, эквивалентны присутствию студента на практическом занятии при условии наличия у него материала пропущенного занятия): $100 \cdot k_1$, где $k_1=0.2$.

2.3. Контрольный письменный опрос студента по материалам модуля: $100 \cdot k_3$, где $k_3=0.5$ (за каждый правильный ответ из числа 25 вопросов, поставленных преподавателем, дается по 4 балла).

2.4. Баллы за состояние конспекта лекций: $100 \cdot k_4$, где $k_4=0.1$ (в конспекте должны быть все лекции по материалам модуля).

ОБЩАЯ ОЦЕНКА СДАЧИ СТУДЕНТОМ МОДУЛЯ ОПРЕДЕЛЯЕТСЯ КАК СРЕДНЯЯ ЗА ЕГО САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ И АУДИТОРНУЮ РАБОТУ.

Учет самостоятельной и аудиторной работы студентов осуществляется ведущим преподавателем по форме Ф-1СМ.

РЕЗУЛЬТАТЫ СДАЧИ МОДУЛЯ № _____
по строительной механике
студентами строительного факультета

Курс _____

Группа _____

Дата сдачи модуля _____

№ п/п	Ф.И.О.	Оценка РГР				Оценка работы в аудитории					M _c	Подпись преподад.
		С	К	З	М ^{РР}	П ^Л	П ^{ПЗ}	К	О	М ^А		
1.												
2.												
3.												
4.												
5.												
6.												
7.												
8.												
9.												
10.												
11.												
12.												
13.												
14.												
15.												
16.												
17.												
18.												
19.												
20.												
21.												
22.												
23.												
24.												

Примечания:

Оценка РГР:

1. С – баллы за своевременность сдачи РГР ($k_c=0.2$).
 2. К – баллы за полноту и качество выполнения РГР ($k_k=0.4$).
 3. З – баллы за глубину понимания выполненной РГР ($k_z=0.4$)
- $$k_c+k_k+k_z=1$$

Оценка работы в аудитории:

1. П^Л - баллы за посещение лекций ($k_{пл}=0.2$).
2. П^{ПЗ} – баллы за посещение практических занятий ($k_{ппз}=0.2$).
3. К - баллы за состояние конспекта лекций ($k_k=0.1$).
4. О - баллы по результатам опроса ($k_o=0.5$).

$$k_o + k_k + k_{ппз} + k_{пл} = 1$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Строительная механика / Под ред. А.В.Дарков/ - М.: Высш. шк., 1986. – 600 с.
2. Строительная механика / Под ред. Ю.И. Бутенко/ - К.: Вища шк., 1989. – 479 с.
3. Саргсян А.Е., Демченко А.Т. и др. Строительная механика. Основы теории с примерами расчетов. – М.: Высш. шк., 2000. – 416 с.
4. Снитко Н.К. Строительная механика. - М.: Высш. шк., 1981. - 431 с.
5. Строительная механика. Руководство к практическим занятиям. Под ред. Ю.И. Буренко. – К.: Вища шк., 1984. – 328 с.
6. Селюков В.М. Расчетно-проектировочные работы по строительной механике. – М.: Высш. шк., 1989. – 415 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Расчет статически определимых систем. Основные понятия	3
1. Смысловой модуль №1	
«Расчет многопролетных статически определимых балок»	
1.1. Теоретическая часть	
1.1.1. «Расчет многопролетных статически определимых балок»	6
1.1.2. Линии влияния и их применение для расчета статически определимых балок	7
1.2. Практическая часть	
1.2.1. Пример расчета статически определимой многопролетной балки	13
1.3. Задание для самостоятельной (индивидуальной) работы. Задание к РГР№1	20
1.4. Тестовые вопросы к модулю №1	22
2. Смысловой модуль №2	
«Расчет трехшарнирных систем»	
2.1. Теоретическая часть	23
2.1.1. Расчет трехшарнирных арок и рам	
2.1.2. Линии влияния опорных реакций и внутренних усилий	26
2.2. Практическая часть	28
2.2.1. Пример расчета трехшарнирной арки	
2.2.2. Пример расчета трехшарнирной рамы	35
2.3. Задание для самостоятельной (индивидуальной) работы. Задание к РГР№2	40
2.4. Тестовые вопросы к модулю №2	43
3. Смысловой модуль №3	
«Расчет плоских ферм»	
3.1. Теоретическая часть	
3.1.1. Балочные и консольно-балочные плоские фермы ---	44
3.1.2. Методы расчета статически определимых ферм	45
3.1.3. Линии влияния усилий в фермах	48
3.1.4. Невыгоднейшие загрузки линий влияния. Критический груз	52
3.2. Практическая часть	54
3.2.1. Пример расчета плоской фермы	
3.3. Задание для самостоятельной (индивидуальной) работы. Задание к РГР№3	60
3.4. Тестовые вопросы к модулю №3	62
4. Методика модульного контроля знаний	63
Приложение: Форма Ф-1СМ контроля знаний	64
Литература	65
Содержание	66