

**ОПД.Р.03 СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА
РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ РАМ
МЕТОДОМ СИЛ**

Методическое пособие для студентов
строительных специальностей

Содержит указания по расчету статически неопределимых систем методом сил. Дан пример расчета рамы. Вычислительные операции произведены в среде MathCad 2000. Контроль расчета выполнен с использованием системы "COMPASS".

Степень статической неопределимости системы

Статически неопределимыми называются геометрически неизменяемые системы, имеющие лишние связи. Для расчета таких систем недостаточно использовать только уравнения равновесия, необходимо сформировать дополнительные уравнения, полученные из условий совместности их деформаций. За неизвестные при этом принимаются внутренние усилия либо опорные реакции.

Считается, что система имеет лишние связи, если удаление этих связей не нарушает геометрическую неизменяемость этой системы. Понятию лишних связей можно противопоставить понятие необходимой связи. Удаление необходимой связи делает систему геометрически изменяемой. Например, балка, показанная на рисунке 1, имеет 4 лишние связи. При этом связь, препятствующая горизонтальному перемещению, является необходимой.

Число лишних связей системы равно степени ее статической неопределимости n , которая может быть найдена как число степеней свободы системы W , взятое с обратным знаком ($n = -W$). W определяется по формуле Чебышева

$$W = 3D - 2ш - C_o, \text{ где}$$

D – число статически определимых дисков;

$ш$ – число шарниров, которыми диски связаны между собой;

C_o – число опорных связей.

Другим способом степень статической неопределимости может быть найдена через замкнутый контур системы. С учетом того, что замкнутый контур трижды статически неопределим, а введение одного шарнира уменьшает степень статической неопределимости на единицу, получим следующее выражение для степени статической неопределимости:

$$n = 3k - ш, \quad (1)$$

где k – число замкнутых контуров;

$ш$ – число простых шарниров, включая опорные.

Балка, показанная на рис. 1, имеет 5 замкнутых контуров и 11 шарниров. Она четырежды статически неопределима.

Под простым шарниром понимают шарнир, соединяющий два элемента. Сложный шарнир может быть эквивалентен нескольким простым. Их количество равно числу дисков, которые соединяют шарнир, минус единица. На рис. 2 показан сложный шарнир, эквивалентный трем простым (4 соединения минус 1). Рама, показанная на рис. 3, имеет 3 контура и 6 простых шарниров. Она трижды статически неопределима.

Основные свойства статически неопределимых систем

1. Усилия в статически неопределимых системах зависят не только от внешней нагрузки (как в статически определимых), но и от соотношения между жесткостями элементов системы. Таким образом, при расчете таких систем на

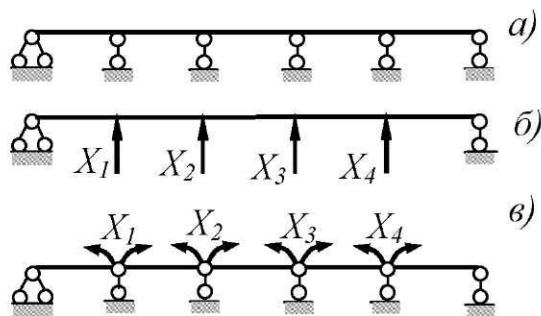


Рис. 1

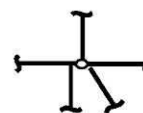


Рис. 2

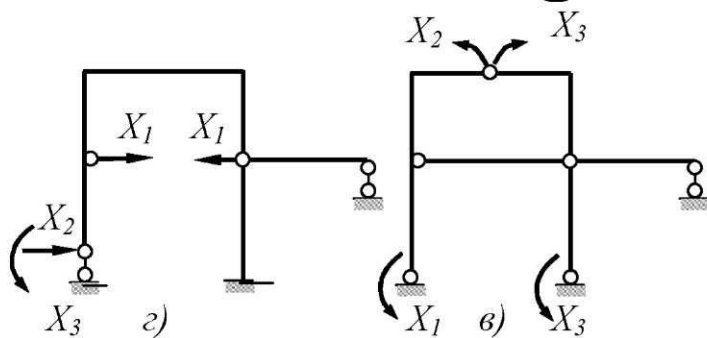
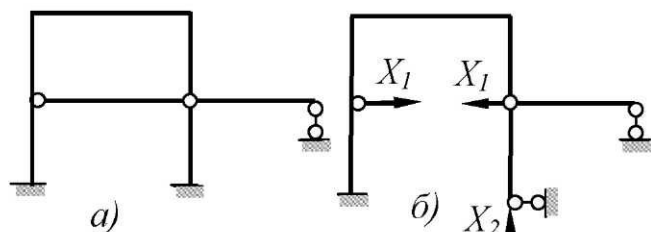


Рис. 3

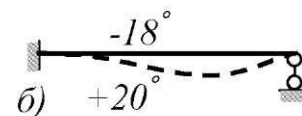
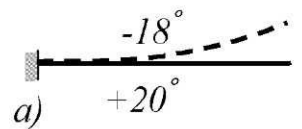


Рис. 4

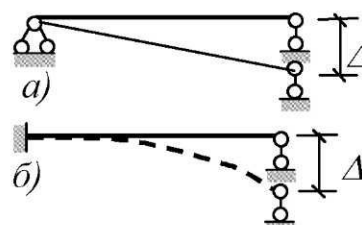


Рис. 5

силовое воздействие необходимо задавать соотношением жесткостей различных элементов системы.

2. В статически определимых системах температурные воздействия не вызывают внутренних усилий, а вызывают только перемещения точек системы (рис. 4,а). В статически неопределимых системах лишние связи препятствуют свободному перемещению. Поэтому в таких системах от действия температуры будут возникать внутренние усилия, которые зависят от жесткости системы (рис. 4,б).

3. В статически определимых системах смещение опорных связей также не вызывает усилий (система свободно перемещается, рис. 5,а). В статически неопределимой системе смещение опорных связей вызывает деформации, а следовательно, и внутренние усилия, которые также являются функциями жесткости системы (рис. 5,б).

4. Статически неопределимые системы более жестки и надежны в эксплуатации, так как исключение из работы лишних связей не приводит к разрушению системы, а лишь уменьшает степень ее статической неопределимости.

Выбор основных систем метода сил

Основная система получается из заданной статически неопределимой системы путем удаления лишних связей. При этом усилия в отброшенных связях обозначаются X . Поскольку за лишние можно принять различные связи системы, то для одной и той же неопределимой системы существует бесконечное множество основных систем. На рис. 1 а,б,в и 3,а,б,в,г показаны варианты основных систем для неопределимой балки и рамы.

Основная система, находящаяся под действием внешней нагрузки и усилий $X_i, i = 1, 2 \dots n$, должна работать так же, как заданная, то есть перемещения по направлению всех отброшенных связей должны отсутствовать. Из этого условия формируется система канонических уравнений метода сил:

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \dots + \delta_{1n}X_n + \Delta_{1p} &= 0; \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \dots + \delta_{2n}X_n + \Delta_{2p} &= 0; \\ \dots & \\ \delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \dots + \delta_{nn}X_n + \Delta_{np} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

или в матричной форме $[\delta]\{X\} + \{\Delta_p\} = 0$, где

$$[\delta] = \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} & \dots & \delta_{1n} \\ \delta_{21} & \delta_{22} & \dots & \delta_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta_{n1} & \delta_{n2} & \dots & \delta_{nn} \end{bmatrix} \quad \{X\} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{Bmatrix} \quad \{\Delta_p\} = \begin{Bmatrix} \Delta_{1p} \\ \Delta_{2p} \\ \dots \\ \Delta_{np} \end{Bmatrix}$$

Смысл i -го канонического уравнения – перемещение в основной системе по направлению i -й отброшенной связи от действия всех лишних неизвестных и внешней нагрузки равно нулю.

δ_{ij} – перемещение в основной системе по направлению X_i от действия силы $X_i=1$ (на основании теоремы о взаимности перемещений $\delta_{ij}=\delta_{ji}$)

Δ_{ip} – грузовое перемещение, возникающее в основной системе по направлению X_i от действия внешней нагрузки.

В дальнейшем будем говорить о статически неопределимых системах, преимущественный вид деформации которых – изгиб. Влиянием осевого сжатия – растяжения и сдвига будем пренебрегать. Тогда выражения для перемещений δ_{ij} и Δ_{ip} с использованием интеграла Мора-Максвелла будут следующие:

$$\delta_{ij} = \sum \int \frac{\overline{M}_i \cdot \overline{M}_j}{EI} dX \quad \Delta_{ip} = \sum \int \frac{\overline{M}_i \cdot M_p}{EI} dX \quad (3)$$

\overline{M}_i – эпюра изгибающих моментов, построенная в основной системе от $X_i=1$;
 M_p – эпюра моментов от силовой нагрузки, построенная также в основной системе;
 EI – жесткость на изгиб.

Сформулируем основные требования, предъявляемые к основной системе метода сил:

- основная система должна быть неизменяемой;
- основная система должна быть статически определима (хотя иногда и используют неопределимые основные системы);
- если исходная система симметрична, то и основную систему рационально выбирать симметричной. При этом, если единичные эпюры не являются симметричными либо кососимметричными, необходимо произвести группировку неизвестных;
- наиболее выгодной будет такая основная система, где наибольшее число побочных членов уравнений (2) равно нулю (это облегчает процесс решения системы уравнений);
- основную систему желательно выбирать такой, чтобы ее работа была близка к работе заданной системы. Тогда алгоритм расчета более устойчив к ошибкам округления.

На рис. 1,а, 1,б показано два варианта основных систем для неразрезной балки. Наиболее рациональной будет основная система, полученная врезанием опорных шарниров (рис. 1,б), так как ее работа достаточно близка к заданной. Матрица коэффициентов для такой системы будет трехдиагональной; коэффициенты $\delta_{13} - \delta_{31} = 0$, $\delta_{14} - \delta_{41} = 0$, $\delta_{24} - \delta_{42} = 0$. Для системы, показанной на рис. 1, а, матрица коэффициентов будет полностью заполненной.

Порядок расчета статически неопределимых систем при силовом воздействии

1. Определяем степень статической неопределимости системы (1).
2. Производим выбор основной системы. По направлению отброшенных связей прикладываем силы $X_i, i=1, 2 \dots n$.
3. Формируем систему канонических уравнений (2) в общем виде.
4. Строим в основной системе единичные эпюры \bar{M}_i от $X_i=1$, грузовую эпюру M_p , а также суммарную единичную эпюру \bar{M}_s .
5. Используя выражения (3), определяем коэффициенты δ_{ij} и свободные члены Δ_{ip} .
6. Производим проверку правильности вычисления коэффициентов и свободных членов.

а). Построчная проверка. Вычисляем

$$\delta_{is} = \sum \int \frac{\bar{M}_i \cdot \bar{M}_s}{EI} dX \quad i = 1, 2 \dots n$$

δ_{is} должно равняться сумме всех коэффициентов i -го уравнения системы (2)

$$\delta_{is} = \delta_{i1} + \delta_{i2} + \dots + \delta_{in} \quad (4)$$

б). Проверка свободных членов канонического уравнения делается по формуле:

M – эпюра от внешней нагрузки, построенная в исходной статически неопределимой системе;

\bar{M} – единичная эпюра (единичная сила прикладывается по направлению искомого перемещения) построенная в основной системе. Тот же результат можно получить другим способом: грузовую эпюру M построить в основной системе, а единичную \bar{M} – в исходной статически неопределимой. Кроме того обе эпюры могут быть построены в статически неопределимой системе.

Б. Перемещение от действия температуры

$$\Delta_t = \Sigma \int \frac{M_t \cdot \bar{M}}{EI} dX + \Delta_t^{o.c.} \quad (17)$$

Здесь M_t – эпюра от действия температуры, построенная в исходной системе;

\bar{M} – единичная эпюра, построенная в основной системе;

$\Delta_t^{o.c.}$ – перемещение от температурного воздействия в той же основной системе, для которой строилась эпюра \bar{M} .

В. Перемещение от смещения опор

$$\Delta_{\Delta} = \Sigma \int \frac{M_{\Delta} \cdot \bar{M}}{EI} dX + \Delta_{\Delta}^{o.c.}, \quad (18)$$

где M_{Δ} – эпюра от смещения опор, построенная в исходной системе;

\bar{M} – единичная эпюра, построенная в основной системе;

$\Delta_{\Delta}^{o.c.}$ – перемещение от смещения опоры в основной системе, где строилась эпюра \bar{M} .

Пример расчета статически неопределимой рамы методом сил

Для рамы, показанной на рис. 6, а, требуется построить эпюры M , Q , N от действия силовой нагрузки, температурного воздействия на участке стройки, а также от смещения правой опоры на величину Δ . Найти вертикальное перемещение точки C от всех трех видов внешнего воздействия.

Исходные данные:

$$EI_{\text{рис}} = 0,5 \cdot 10^5 \text{ кНм}^2; h = 0,5 \text{ м}; \frac{I_{\text{ст}}}{I_{\text{рис}}} = \frac{2}{1}; \alpha = 3 \cdot 10^{-6} \text{ градус}^{-1}; t_1 = 20^{\circ}; t_2 = -16^{\circ};$$

$$\Delta = 0,02 \text{ м.}$$

Расчет на действие силовой нагрузки

1. Число лишних связей определяют по выражению (1). Рама имеет 3 контура и 6 шарниров: $n = 3 \cdot 3 - 6 = 3$.

2. Основная система показана на рис. 6, б.

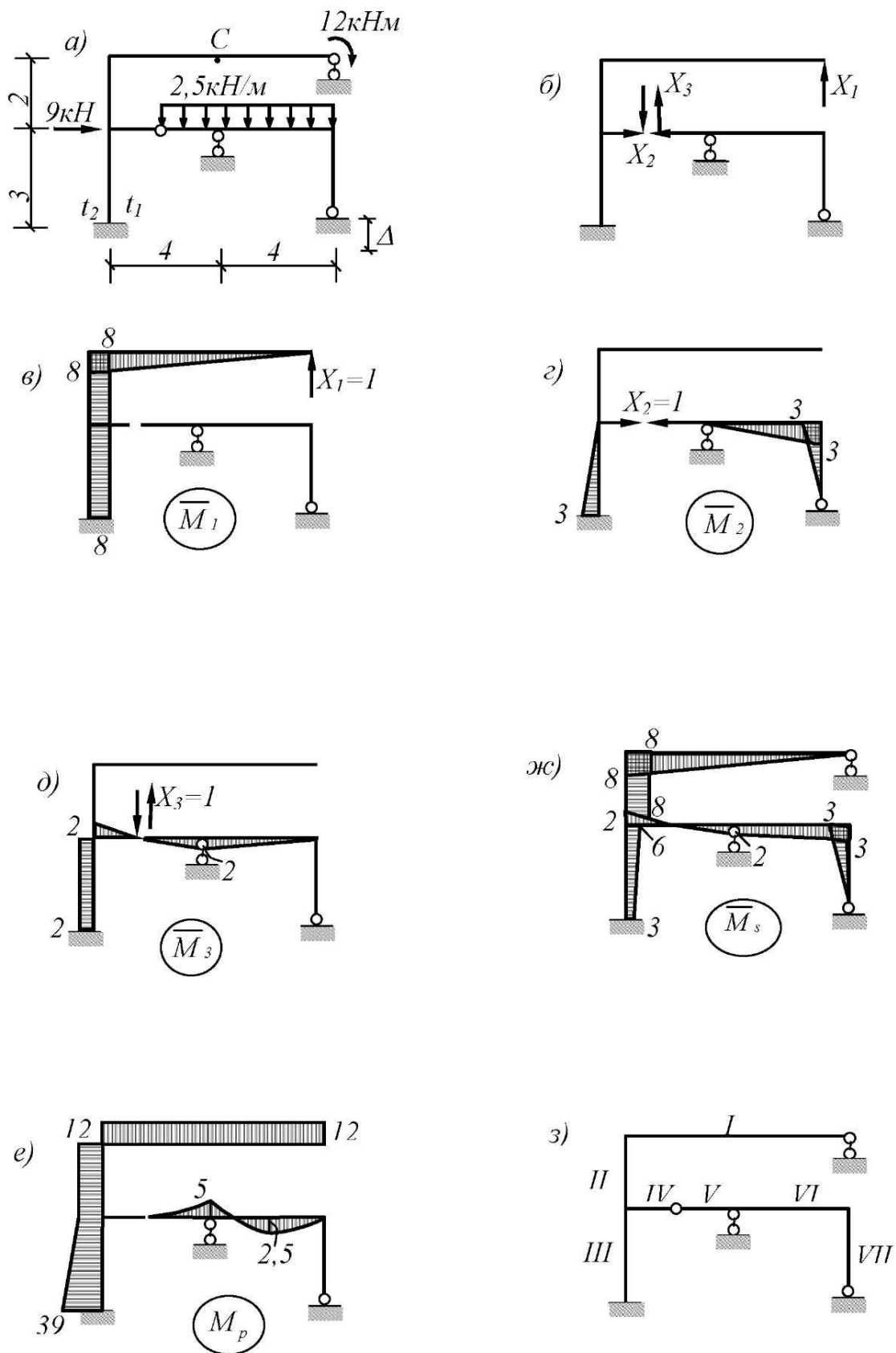


Рис. 6

3. Систему канонических уравнений метода сил (2) имеет вид:

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1p} = 0;$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2p} = 0;$$

$$\delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3p} = 0.$$

4. В основной системе строим единичные эпюры $\overline{M}_1, \overline{M}_2, \overline{M}_3$, а также грузовую эпюру M_p (рис. 6, в-е).

5. Используя правило Верещагина, а также формулы, приведенные в приложении, определяем коэффициенты при неизвестных и свободные члены:

$$\delta_{11} = \sum \int \frac{\overline{M}_1^2}{EI} dX = \frac{1}{EI} \left(\frac{8 \cdot 8 \cdot 8}{3} + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \cdot 8 \right) = \frac{330,667}{EI};$$

$$\delta_{22} = \sum \int \frac{\overline{M}_2^2}{EI} dX = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{3} + \frac{3 \cdot 4}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 \right) = \frac{21}{EI};$$

$$\delta_{33} = \sum \int \frac{\overline{M}_3^2}{EI} dX = \frac{1}{EI} \left(\frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 + \frac{2 \cdot 4}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 \right) = \frac{16,667}{EI};$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \sum \int \frac{\overline{M}_1 \overline{M}_2}{EI} dX = \frac{1}{EI} \left(\frac{-3 \cdot 3}{2} \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} \right) = -\frac{18}{EI};$$

$$\delta_{13} = \delta_{31} = \sum \int \frac{\overline{M}_1 \overline{M}_3}{EI} dX = \frac{1}{EI} \left(-2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} \right) = -\frac{24}{EI};$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = \sum \int \frac{\overline{M}_2 \overline{M}_3}{EI} dX = \frac{1}{EI} \left(\frac{3 \cdot 3}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{2 \cdot 4}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \right) = \frac{8,5}{EI};$$

$$\Delta_{1p} = \sum \int \frac{\overline{M}_1 M_p}{EI} dX = \frac{1}{EI} \left[-\frac{8 \cdot 8}{2} \cdot 12 - \frac{1}{2} \left(12 \cdot 2 + \frac{12 + 39}{2} \right) \cdot 8 \right] = -\frac{786}{EI};$$

$$\Delta_{2p} = \sum \int \frac{\overline{M}_2 M_p}{EI} dX = \frac{1}{EI} \left[\frac{3}{6} (2 \cdot 39 \cdot 3 + 12 \cdot 3) \cdot \frac{1}{2} - \frac{4}{6} (4 \cdot 2,5 \cdot 1,5) \right] = \frac{77,5}{EI};$$

$$\Delta_{3p} = \sum \int \frac{\overline{M}_3 M_p}{EI} dX = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{(39 + 12)}{2} \cdot 3 \cdot 2 - \frac{5 \cdot 2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot 2 + \frac{4}{6} (-2 \cdot 5 + 4 \cdot 2,5 \cdot 1) \right] = \frac{71,5}{EI};$$

6. Подставляем полученные значения δ_{ij} и Δ_{ip} в систему уравнений, домножив при этом каждое уравнение на EI :

$$330,667X_1 - 18X_2 - 24X_3 = 786;$$

$$-18X_1 + 21X_2 + 8,5X_3 = -77,5;$$

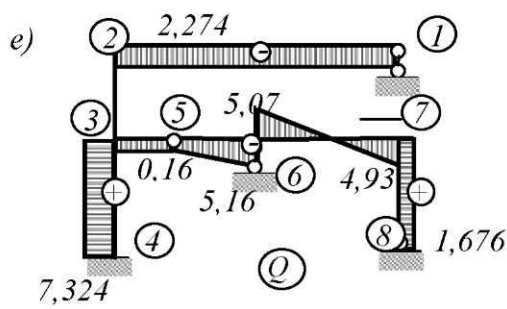
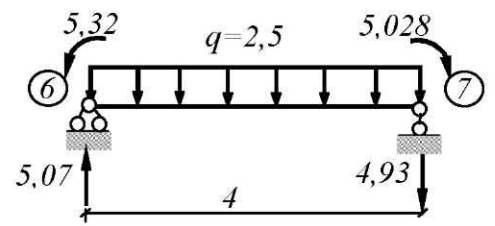
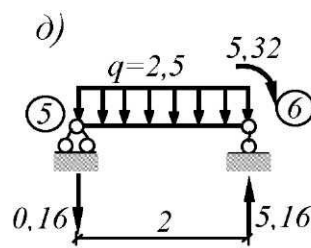
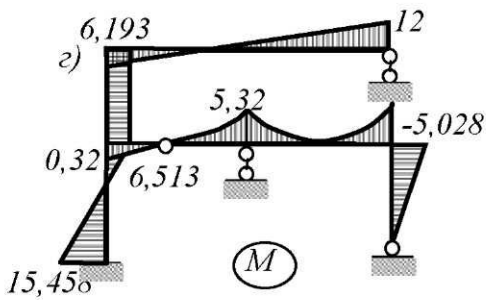
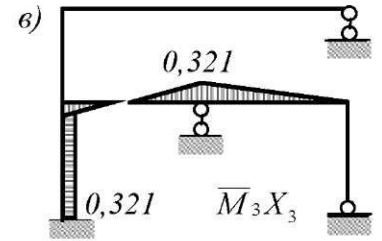
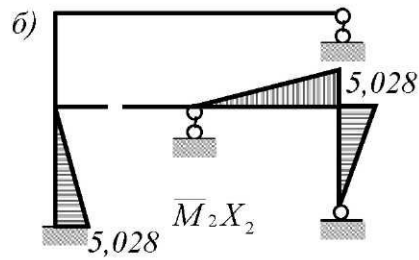
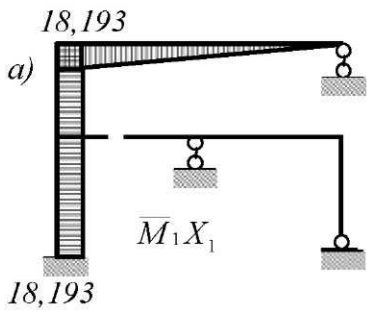
$$-24X_1 + 8,5X_2 + 16,667X_3 = -71,5.$$

Эта система уравнений имеет следующие решения:

$$X_1 = 2,274; \quad X_2 = -1,676; \quad X_3 = -0,16.$$

7. Строим окончательную эпюру моментов по выражению (6)

$$M = M_1 X_1 + M_2 X_2 + M_3 X_3 + M_p.$$



$$Q_{5-6} = -\left(\frac{5,32}{2}\right) + \frac{2,5 \cdot 2}{2} = -0,16;$$

$$Q_{6-5} = -\left(\frac{5,32}{2}\right) - \frac{2,5 \cdot 2}{2} = -5,16;$$

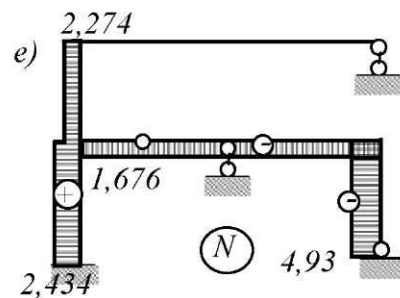
$$Q_{6-7} = \frac{(5,32 - 5,028)}{4} + \frac{2,5 \cdot 4}{2} = 5,07;$$

$$Q_{7-6} = \frac{(5,32 - 5,028)}{4} - \frac{2,5 \cdot 4}{2} = -4,93$$

ж) $\sum X = 0, N_{1-2} = 0;$
 $\sum Y = 0, N_{2-3} = 2,274.$

$\sum X = 0, N_{3-5} = 1,676;$
 $\sum Y = 0, N_{3-4} = 2,434.$

$\sum X = 0, N_{7-6} = -1,676;$
 $\sum Y = 0, N_{8-7} = -4,93$



Эпюры M_1X_1, M_2X_2, M_3X_3 , а также окончательная эпюра M показаны на рис. 7, а-г.

9. Производим кинематическую проверку правильности эпюры M :

$$\sum \int \frac{M\bar{M}_1}{EI} dX = \frac{1}{EI} \left(\frac{8}{6} (2 \cdot 8 \cdot 6,193 - 8 \cdot 12) + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2 \cdot 6,193 + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 \cdot \frac{(6,513 - 15,458)}{2} \right) =$$

$$= \frac{1}{EI} \cdot (53,661 - 53,672) = \frac{-0,011}{EI}.$$

Относительная погрешность $\varepsilon = \frac{0,011}{53,661} \cdot 100\% = 0,02\%$.

Так как относительная погрешность не превышает 3 %, проверка удовлетворена.

10. Эпюру поперечных сил строим по эпюре моментов из условия $Q = \frac{dM}{dX}$. В этом случае поперечная сила равна тангенсу угла наклона эпюры моментов к оси на прямолинейных участках эпюры M и определяется по выражению $Q = \frac{M^n - M^m}{l}$. Например,

$$Q_{12} = \frac{6,193 + 12}{8} = 2,274; \quad Q_{23} = 0; \quad Q_{34} = \frac{6,513 + 15,458}{3} = 7,324;$$

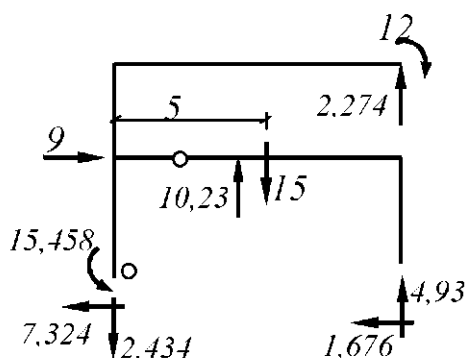
$$Q_{35} = -\frac{0,32}{2} = -0,16; \quad Q_{78} = \frac{5,028}{3} = 1,676.$$

Если участок рамы загружен распределенной нагрузкой и эпюра M криволинейна, то значения поперечной силы находится по выражению (7).

Эпюра Q показана на рис. 7, е.

11. Эпюру продольных сил строим по эпюре Q путем вырезания узлов. При этом в каждом узле должно быть не более двух неизвестных Эпюра N показана на рис. 7, ж.

12. Производим статическую проверку. Рассмотрим равновесие рамы в целом:



$$\sum X = 0; \quad 7,324 + 1,676 - 9 = 0;$$

$$\sum Y = 0; \quad 15 + 2,434 - 4,93 - 2,274 - 10,23 = 0;$$

$$\sum M_0 = 0; \quad 12 + 9 \cdot 3 + 15 \cdot 5 - (2,274 + 4,93) \cdot 8 -$$

$$- 10,23 \cdot 4 - 15,458 = 114 - 114,01 = -0,01.$$

Рис. 8

Расчет на температурное воздействие

Будем использовать ту же основную систему (см. рис. 6,а)

1. Систему канонических уравнений имеет вид (9)

$$\begin{aligned}\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \Delta_{1t} &= 0; \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2t} &= 0; \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3t} &= 0.\end{aligned}$$

2. Коэффициенты этой системы δ_{ij} уже определены. Требуется найти Δ_{1t} , Δ_{2t} , Δ_{3t} по выражению (11). Так как выражение содержит площади $\omega_{\bar{N}_i}$, необходимо построить единичные эпюры $\bar{N}_1, \bar{N}_2, \bar{N}_3$ (рис. 9,а-в).

$$t_0 = \frac{20 - 16}{2} = 2; \quad \Delta t = |-16 - 20| = 36;$$

$$\Delta_{1t} = \alpha \left(2 \cdot 1 \cdot 3 + \frac{36}{0,5} \cdot 8 \cdot 3 \right) = 1734\alpha; \quad \Delta_{2t} = \alpha \left(-\frac{3 \cdot 3}{2} \cdot \frac{36}{0,5} \right) = -324\alpha;$$

$$\Delta_{3t} = \alpha \left(-1 \cdot 3 \cdot 2 + (-2 \cdot 3) \cdot \frac{36}{0,5} \right) = -438\alpha.$$

3. Подставляя эти значения в систему канонических уравнений, получим

$$\begin{aligned}\frac{330,667}{EI} X_1 - \frac{18}{EI} X_2 - \frac{24}{EI} X_3 &= -1734\alpha; \\ -\frac{18}{EI} X_1 + \frac{21}{EI} X_2 + \frac{8,5}{EI} X_3 &= 324\alpha; \\ -\frac{24}{EI} X_1 + \frac{8,5}{EI} X_2 + \frac{16,667}{EI} X_3 &= 438\alpha.\end{aligned}$$

Преобразуем эту систему к более удобному виду, домножив ее на EI , учитывая при этом, что $\alpha \cdot EI = 0,15$:

$$\begin{aligned}330,667 X_1 - 18 X_2 - 24 X_3 &= -260,1; \\ -18 X_1 + 21 X_2 + 8,5 X_3 &= 48,6; \\ -24 X_1 + 8,5 X_2 + 16,667 X_3 &= 65,7.\end{aligned}$$

Система имеет решение: $X_1 = -0,545$; $X_2 = 0,717$; $X_3 = 2,791$.

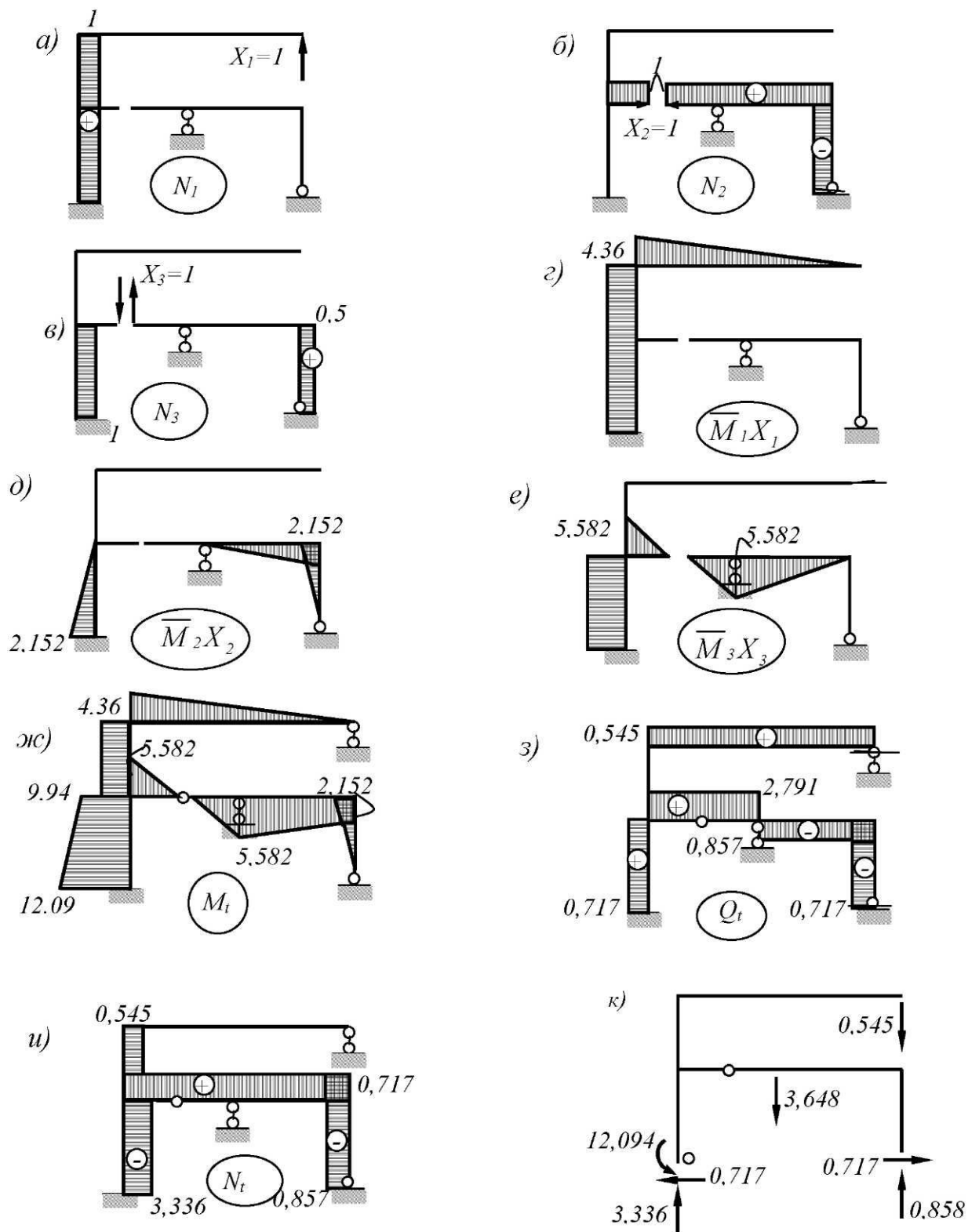
4. Окончательную эпюру M_t построим как сумму эпюр (рис. 9, г-е).

$$M_t = \bar{M}_1 X_1 + \bar{M}_2 X_2 + \bar{M}_3 X_3.$$

5. Эпюру Q_t строим по эпюре моментов, эпюру N_t - по эпюре Q_t . Окончательные эпюры M_t, Q_t, N_t показаны на рис. 9, ж, з, и.

6. Производим кинематическую проверку эпюры M_t (15).

$$\begin{aligned}\sum \int \frac{M_t M_1}{EI} dX + \Delta_{1t} &= \frac{1}{EI} \left(-\frac{8 \cdot 8}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 4,36 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2 \cdot 4,36 - \frac{1}{2} \frac{9,94 + 12,09}{2} \cdot 3 \cdot 8 \right) + \\ + 1734\alpha &= \frac{260,0733}{EI} + 1734\alpha; \quad -260,073 + 260,1 = 0,027.\end{aligned}$$



$$\sum X = 0; \quad 0,717 - 0,717 = 0;$$

$$\sum Y = 0; \quad 3,336 + 0,858 - 3,648 - 0,545 = 0;$$

$$\sum M_p = 0; \quad 12,094 - 3,648 + (0,858 - 0,545) \cdot 8 =$$

$$= 14,598 - 14,592 = 0,006.$$

Рис. 9

Относительная погрешность $\varepsilon = \frac{0.027}{260.1} \cdot 100\% = 0.01\%$, что допустимо.

7. Статическая проверка эюр M_b, Q_b, N_b показана на рис. 9, к.

Расчет на смещения опорных связей

1. Формируем систему канонических уравнений (12):

$$\delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{1n}X_n + \Delta_{1\Delta} = 0;$$

$$\delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2\Delta} = 0;$$

$$\delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3\Delta} = 0.$$

Определяем свободные члены уравнений (выражение (13)). Для этого в основной системе находим опорные реакции

от $\bar{X}_1 = 1, (\bar{R} = 0)$, от $\bar{X}_2 = 1, (\bar{R} = 0,75)$, от $\bar{X}_3 = 1, (\bar{R} = -0,5)$;

Знак минус в последней реакции обусловлен тем, что направление реакции и направление смещения опоры не совпадают.

Величина смещения опоры $\Delta = 0,02$; Тогда

$$\Delta_{1\Delta} = 0;$$

$$\Delta_{2\Delta} = -0,75 \cdot 0,02 = -0,015;$$

$$\Delta_{3\Delta} = -(-0,5) \cdot 0,02 = 0,01.$$

3. Подставляем свободные члены в систему уравнений, домножив при этом каждое уравнение на EI :

$$330,667X_1 - 18X_2 - 24X_3 = 0;$$

$$-18X_1 + 21X_2 + 8,5X_3 = 0,015 \cdot EI;$$

$$-24X_1 + 8,5X_2 + 16,667X_3 = -0,01 \cdot EI.$$

Система имеет следующее решения: $X_1 = -1,267$; $X_2 = 59,868$; $X_3 = -62,357$.

4. Окончательную эюру M_A (рис.10,ж) построим по выражению:

$$M_A = \bar{M}_1X_1 + \bar{M}_2X_2 + \bar{M}_3X_3.$$

5. Эюры Q_A, N_A показаны на рис. 10, з, и.

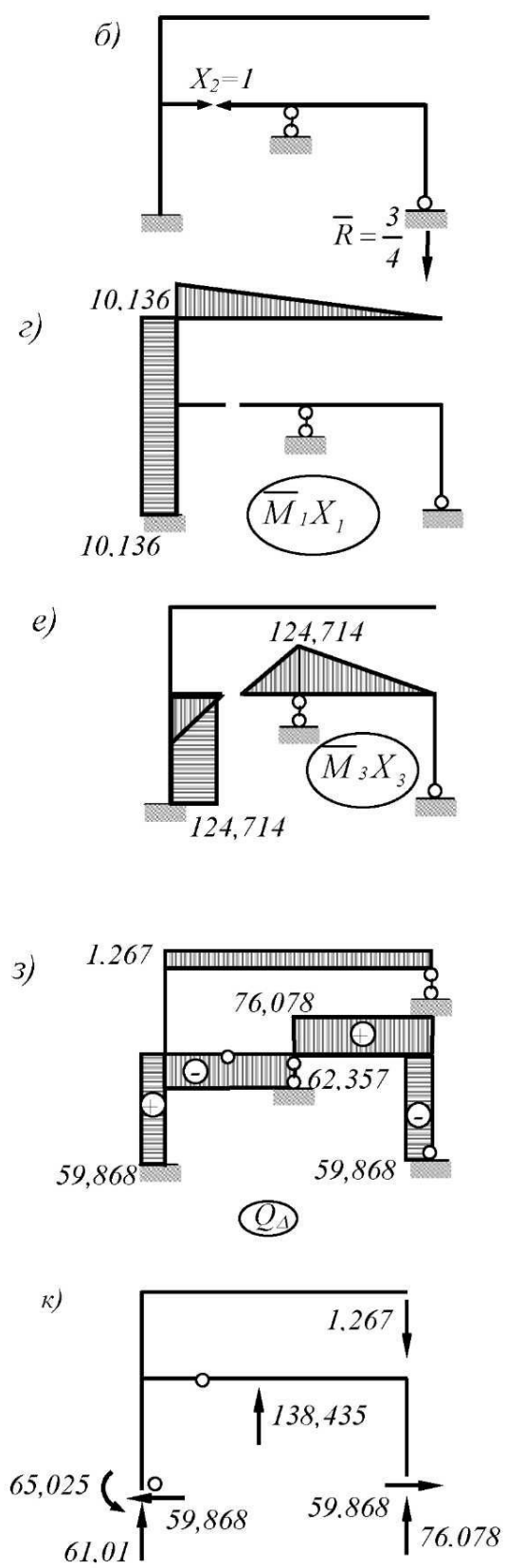
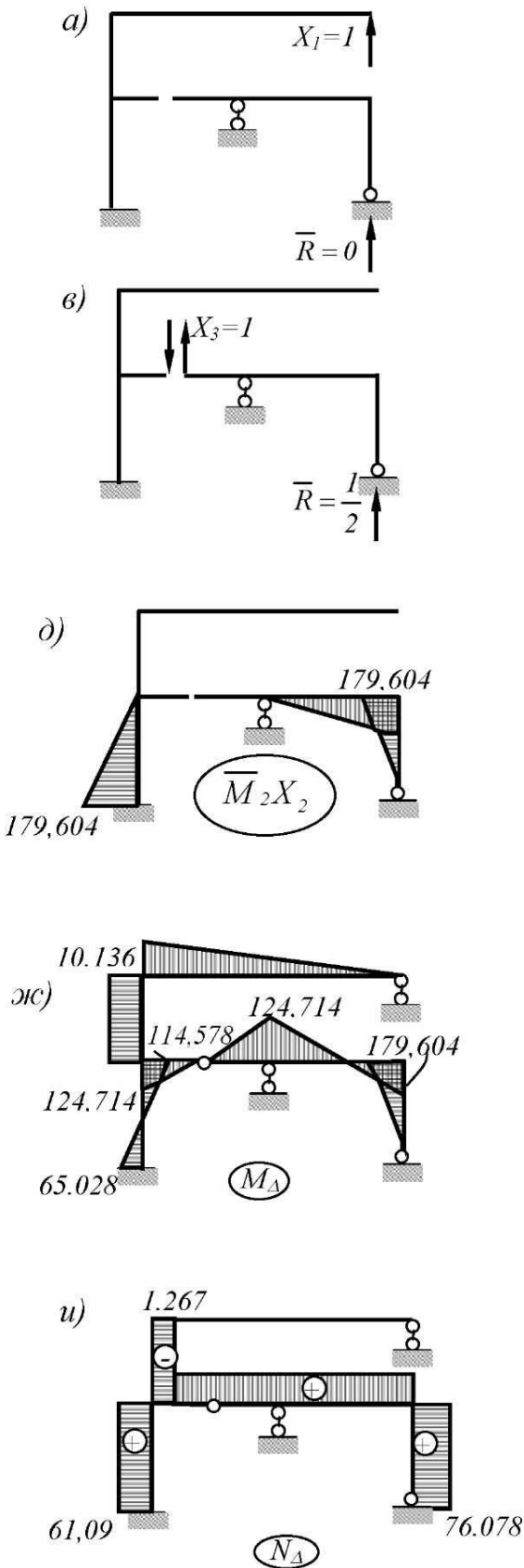
6. Произведем проверку правильности эюры M_A :

$$\sum \int \frac{M_A \bar{M}_1}{EI} dX + \Delta_{1A} = \frac{1}{EI} \left(-\frac{10,136 \cdot 8}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 10,136 \cdot 2 \cdot 8 + \right)$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{(-114,578 + 65,026)}{2} \cdot 3 \cdot 8 = \frac{-297,323}{EI} + \frac{297,312}{EI} = \frac{-0,01}{EI}.$$

Относительная погрешность $\varepsilon = \frac{0.01}{297.312} \cdot 100\% = 0.003\%$, то есть проверка удовлетворяется.

7. Статическая проверка эюр M_A, Q_A, N_A показана на рис. 10, к.



$$\sum X=0; 59868-59868=0;$$

$$\sum Y=0; 138435-6109-76078-1267=0;$$

$$\sum M_p=0; 65026+138435-(1267+76078) \cdot 8=$$

$$=0,006$$

Рис. 10

Определение вертикального перемещения точки С

Для нахождения $\Delta_{C_p}^{верт}$ необходимо построить эпюру M от действия единичной силы, проложенной вертикально в точке C . Эта эпюра строится в основной системе. При этом может быть использована произвольная система. Возьмем основную систему, отличную от системы, которую использовали до сих пор. Эпюра показана на рис. 11, а.

А. Перемещение от действие силовой нагрузки

Используем выражение (13):

$$\Delta_{cp}^{верт} = \sum \int \frac{M\bar{M}}{EI} = \frac{1}{EI} \left(\frac{2 \cdot 8}{2} \cdot \frac{(-12 + 6,193)}{2} \right) = \frac{-23,228}{EI} = 46,456 \cdot 10^5 \text{ м.}$$

Б. Перемещение от действие температуры

Используем выражение (17).

Для определения $\Delta_{ct}^{верт}$ необходимо использовать эпюру \bar{M} от силы $P=1$, приложенной по направлению искомого перемещения (рис. 11, а), а также построить эпюру \bar{N} от действия этой силы (рис. 11, б):

$$\begin{aligned} \Delta_{ct}^{верт} &= \sum \int \frac{M_t \bar{M}}{EI} + \Delta_{t\Delta}^{верт(oc)} = \frac{1}{EI} \left(\frac{-2 \cdot 8}{2} \cdot \frac{4,36}{2} \right) + \alpha \left(-\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 \right) = \\ &= -\frac{17,44}{0,5 \cdot 10^5} - 3 \cdot 10^{-6} \cdot 3 = -34,88 \cdot 10^{-5} - 0,9 \cdot 10^{-5} = -35,78 \cdot 10^{-5} \text{ м.} \end{aligned}$$

В. Перемещение от смещение опорной связи

Используем выражение (18).

$$\Delta_{c\Delta}^{верт} = \sum \int \frac{M_{\Delta} \bar{M}}{EI} + \Delta_{c\Delta}^{верт(oc)} = \frac{1}{EI} \left(\frac{-2 \cdot 8}{2} \cdot \frac{10,136}{2} \right) = \frac{-40,554}{EI} = -81,09 \cdot 10^{-5} \text{ м.}$$

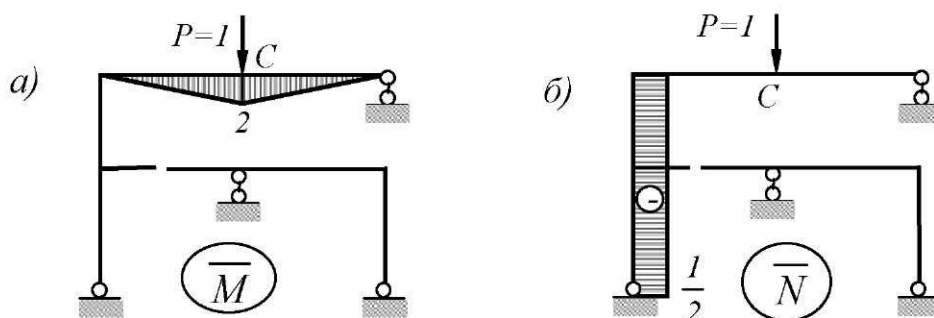


Рис. 11

ЛИТЕРАТУРА

1. Дарков А. В., Шапошников Н. Н. Строительная механика. - М.: Высш. шк., 1986. – 607 с.
2. Довнар Е.П., Коршун Л.И. Строительная механика. Минск, Высшая школа, 1986г.,310стр.
3. Киселев В.А. Строительная механика. Общий курс. - М.: Стройиздат, 1986. – 520 с.
4. Леонтьев Н. Н., Соболев Д. Н., Амосов А. А. Основы строительной механики стержневых систем: Учебник. М.: Изд-во АСВ, 1997.
5. Масленников А.М., Егоян А.Г. Основы строительной механики для архитекторов. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1988. – 264 с.
6. Смирнов А.Ф., Александров А.В., Лашеников Б.Я., Шапошников Н. Н. Строительная механика. Стержневые системы / Под ред. А.Ф. Смирнова. - М.: Стройиздат, 1981. – 512 с.
7. Смирнов В.А., Иванов С.А., Тихонов М.А. Строительная механика. – М.: Стройиздат, 1984. – 208 с.
8. Снитко Н.К. Строительная механика. М.: Высшая школа, 1972. – 488 с.
9. Саргсян А.Е., Демченко А.Т., Дворянчиков Н.В., Джинчвелашвили Г.А. Строительная механика. Основы теории с примерами расчетов: Учебник / Под ред. А.Е. Саргсяна.- 2-е изд., испр. и доп. – М.: Высш. шк. 2000. – 416 с.
- 10.Ржаницын А.Р. Строительная механика. – М.: Высш. школа, 1982. – 400 с.
- 11.Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (статика стержневых систем) / Г.К. Клейн, Н.Н. Леонтьев, М.Г. Ванюшенков и др.; Под ред. Г.К. Клейна. - М.: Высш. шк. / 1980. - 384 с.
- 12.Руководство к практическим занятиям по строительной механике /Д. В. Бычков, Г. К. Клейн, Р. Ф. Габбасов и др. /Под ред. Г. К. Клейна. М., 1973.
- 13.Селюков В.М. Расчетно-проектировочные работы по строительной механике. 1989г.
- 14.Строительная механика в примерах и задачах /В. А. Киселев, А.М. Афанасьев, В. А. Ермоленко и др. М., 1968.
- 15.Бусыгин В.Г. Расчет системы стержневых конечных элементов методом сил: Учеб. пособие. – Барнаул, 1983. – 79 с.
- 16.СНиП II-6-74. Нагрузки и воздействия. М., 1976
- 17.Безделев В.В., Буклемишев А.В., Программная система COMPASS. Руководство пользователя. - Иркутск: Изд-во Иркутск. гос. техн. ун-та, 2000 г. – 120 с.
- 18.Херхагер М. MathCad 2000. Полное руководство. - ВHV, 2000 г. – 416с.
- 19.MATHCAD 6.0 PLUS. Финансовые, инженерные и научные расчеты в среде Windows 95.- Издание 2-е - М.: Информационно-издательский дом "Филинь", 1997 г. – 712с.

1. Вычисление интеграла Мора

А. Использование правила Верещагина

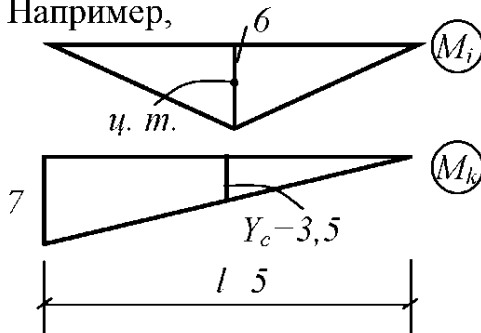
Правило используется в том случае, если одна из перемножаемых эпюр линейна, а жесткость участка постоянна.

$$\sum \int \frac{M_i M_k}{EI} dX = \sum \frac{\omega \cdot Y_c}{EI}$$

Здесь ω - площадь одной из перемножаемых эпюр (например, M_i), положение центра тяжести которой известно. Очертание этой эпюры может быть произвольным.

Y_c - ордината с другой перемножаемой эпюры M_k , взятая под центром тяжести эпюры M_i . Ордината берется обязательно с линейной эпюры.

Например,

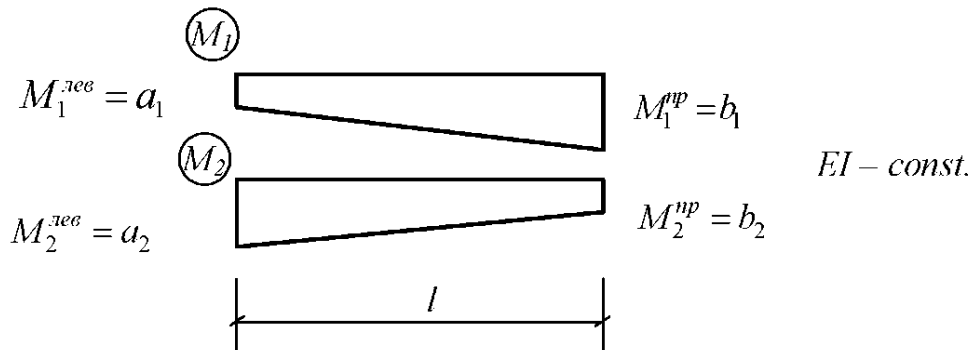


$EI \text{ const.}$

$$\sum \int \frac{M_i M_k}{EJ} dX = \frac{1}{EJ} \cdot \frac{6 \cdot 5}{2} \cdot 3,5 = \frac{52,5}{EJ}$$

Б. Использование формулы трапеции

Формула может быть использована для перемножения двух линейных эпюр.

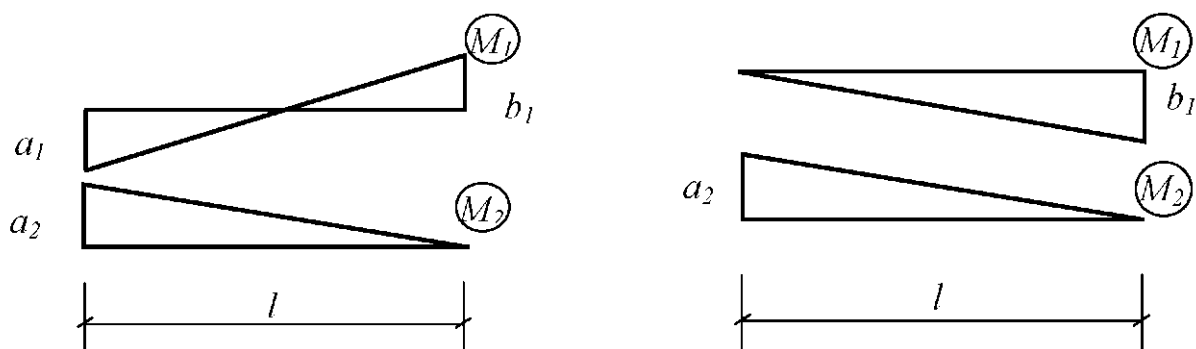


$$\sum \int \frac{M_1 M_2}{EI} dX = \frac{1}{EI} \cdot \frac{l}{6} (2a_1 a_2 + 2b_1 b_2 + a_1 b_2 + b_1 a_2)$$

Учет знаков при перемещении производится следующим образом. Если перемножаются две ординаты, расположенные по одну сторону от оси,

соответствующее слагаемое в формуле имеет знак плюс, если по разные стороны – минус. Формула используется для перемножения трапеции с треугольником, двух треугольников и т.д.

Например,

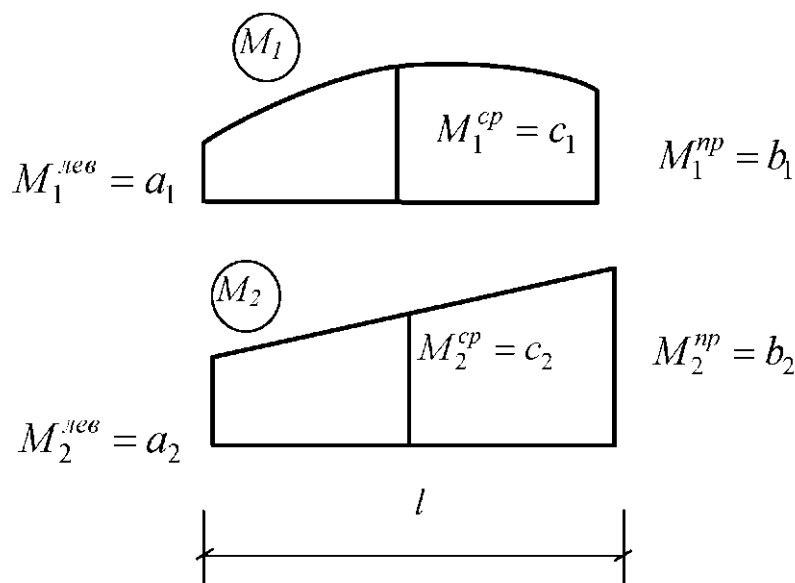


$$\sum \int \frac{M_1 M_2}{EI} dX = \frac{1}{EI} \frac{l}{6} (-2a_1 a_2 + b_1 a_2)$$

$$\sum \int \frac{M_1 M_2}{EI} dX = \frac{1}{EI} \frac{l}{6} (-b_1 a_2)$$

В. Использование формулы Симпсона

Формула дает точный результат, если подинтегральная функция является полиномом не выше третьего порядка:



$EI - const.$

$$\sum \int \frac{M_1 M_2}{EI} dX = \frac{1}{EI} \cdot \frac{l}{6} (a_1 a_2 + 4c_1 c_2 + b_1 b_2)$$

Учет знаков производится так же, как и для формулы трапеции.

2. Пример вычислений в среде MathCAD

1. Формирование матрицы податливости δ

$$\delta_{1,1} := 1 \cdot \left(\frac{8 \cdot 8 \cdot 8}{3} + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \cdot 8 \right) \quad \delta_{1,1} = 330.667$$

$$\delta_{2,2} := 1 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{3} + \frac{3 \cdot 4}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 3 \right) \quad \delta_{2,2} = 21$$

$$\delta_{3,3} := 1 \cdot \left(\frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 + \frac{2 \cdot 4}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 2 \right) \quad \delta_{3,3} = 16.667$$

$$\delta_{1,2} := 1 \cdot \left(\frac{-3 \cdot 3}{2} \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} \right) \quad \delta_{1,2} = -18 \quad \delta_{2,1} := \delta_{01,2}$$

$$\delta_{1,3} := 1 \cdot \left(-2 \cdot 3 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2} \right) \quad \delta_{1,3} = -24 \quad \delta_{3,1} := \delta_{1,3}$$

$$\delta_{2,3} := 1 \cdot \left(\frac{3 \cdot 3}{2} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} + \frac{2 \cdot 4}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 \right) \quad \delta_{2,3} = 8.5 \quad \delta_{3,2} := \delta_{2,3}$$

$$\delta = \begin{pmatrix} 330.667 & -18 & -24 \\ -18 & 21 & 8.5 \\ -24 & 8.5 & 16.667 \end{pmatrix}$$

2. Расчет на силовую нагрузку

$$\Delta p_1 := 1 \cdot \left[\frac{-8 \cdot 8}{2} \cdot 12 - \frac{1}{2} \cdot \left(12 \cdot 2 + \frac{12 + 39}{2} \cdot 3 \right) \cdot 8 \right] \quad \Delta p_1 = -786$$

$$\Delta p_2 := 1 \cdot \left[\frac{3}{6} \cdot (2 \cdot 39 \cdot 3 + 12 \cdot 3) \cdot \frac{1}{2} - \frac{5 \cdot 4}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot 3 + \frac{2 \cdot 5 \cdot 4^3}{12} \cdot 1.5 \right] \quad \Delta p_2 = 77.5$$

$$\Delta p_3 := 1 \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot \frac{(39 + 12)}{2} \cdot 3 \cdot 2 - \frac{5 \cdot 2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot 2 + \frac{4}{6} \cdot (-2 \cdot 5 + 4 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 5) \right] \quad \Delta p_3 = 71.5$$

$$\Delta p = \begin{pmatrix} -786 \\ 77.5 \\ 71.5 \end{pmatrix}$$

$$x := \text{lsolve}(\delta, -\Delta p) \quad x = \begin{pmatrix} 2.274 \\ -1.676 \\ -0.16 \end{pmatrix}$$

кинематическая проверка эпюры M

$$\left[\frac{8}{6} \cdot (2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 1.93 - 8 \cdot 12) + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 1.93 + \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 3 \cdot \left(\frac{6.513 - 15.458}{2} \right) \right] = -8.667 \times 10^{-3}$$

3. Расчет на температурную нагрузку

$$\alpha := 3 \cdot 10^{-6} \quad EJ := 0.5 \cdot 10^5$$

$$\Delta t_1 := \alpha \cdot \left(2 \cdot 1 \cdot 3 + \frac{36}{0.5} \cdot 8 \cdot 3 \right) \quad \Delta t_1 = 5.202 \times 10^{-3}$$

$$\Delta t_2 := \alpha \cdot \left(\frac{-3 \cdot 3}{2} \cdot \frac{36}{0.5} \right) \quad \Delta t_2 = -9.72 \times 10^{-4}$$

$$\Delta t_3 := \alpha \cdot \left[-1 \cdot 3 \cdot 2 + (-2 \cdot 3) \cdot \frac{36}{0.5} \right] \quad \Delta t_3 = -1.314 \times 10^{-3}$$

$$\Delta t = \begin{pmatrix} 5.202 \times 10^{-3} \\ -9.72 \times 10^{-4} \\ -1.314 \times 10^{-3} \end{pmatrix}$$

$$x t := \text{lsolve}(\delta, -\Delta t \cdot EJ) \quad x t = \begin{pmatrix} -0.545 \\ 0.717 \\ 2.791 \end{pmatrix}$$

кинематическая проверка эпюры M_t

$$\frac{1}{EJ} \cdot \left[\frac{-8 \cdot 8}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 \cdot 36 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 36 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{9.94 + 12.09}{2} \right) \cdot 3 \cdot 8 \right] = -5.201 \times 10^{-3}$$

$$-5.201 \times 10^{-3} + \Delta t_1 = 1 \times 10^{-6}$$

4. Расчет на смещение опор

$$\Delta_1 := 0 \quad \Delta_2 := -0.75 \cdot 0.02 \quad \Delta_3 := -(-0.5) \cdot 0.02$$

$$\Delta = \begin{pmatrix} 0 \\ -0.015 \\ 0.01 \end{pmatrix}$$

$$x \Delta := \text{lsolve}(\delta, -\Delta \cdot EJ) \quad x \Delta = \begin{pmatrix} -1.267 \\ 59.868 \\ -62.357 \end{pmatrix}$$

кинематическая проверка эпюры M_Δ

$$\frac{1}{EJ} \cdot \left[\frac{-10.1368}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 10.1362 \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{-114.578 + 65.026}{2} \right) \cdot 3 \cdot 8 \right] = -0.012$$

$$-0.012 + \Delta_1 = -0.012$$

Примечание. При написании векторов Δp , Δt , Δ индексы переставлены !

5. Определение перемещения точки С

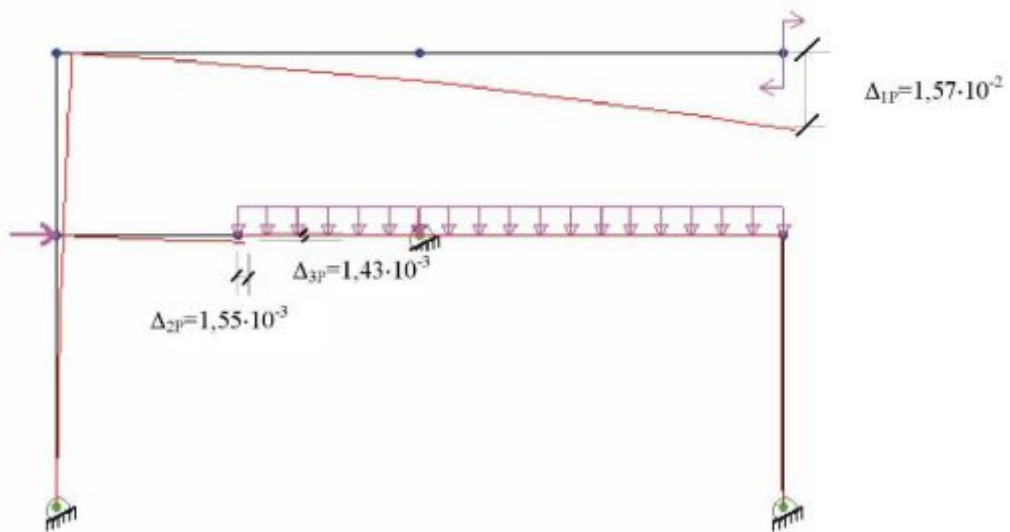
$$\Delta_{cp} := \frac{1}{EJ} \cdot \frac{2.8}{2} \cdot \frac{(-12 + 6.193)}{2} \quad \Delta_{cp} = -4.646 \times 10^{-4}$$

$$\Delta_{ct} := \frac{1}{EJ} \cdot \frac{-2.8}{2} \cdot \frac{4.36}{2} + \alpha \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 \quad \Delta_{ct} = -3.398 \times 10^{-4}$$

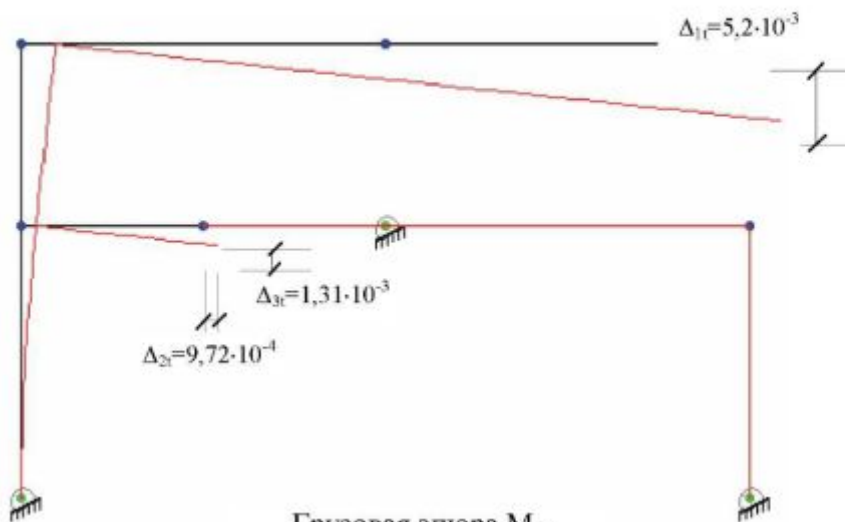
$$\Delta_{c\Delta} := \frac{1}{EJ} \cdot \frac{-2.8}{2} \cdot \frac{10.136}{2} \quad \Delta_{c\Delta} = -8.109 \times 10^{-4}$$

3. Деформированные схемы

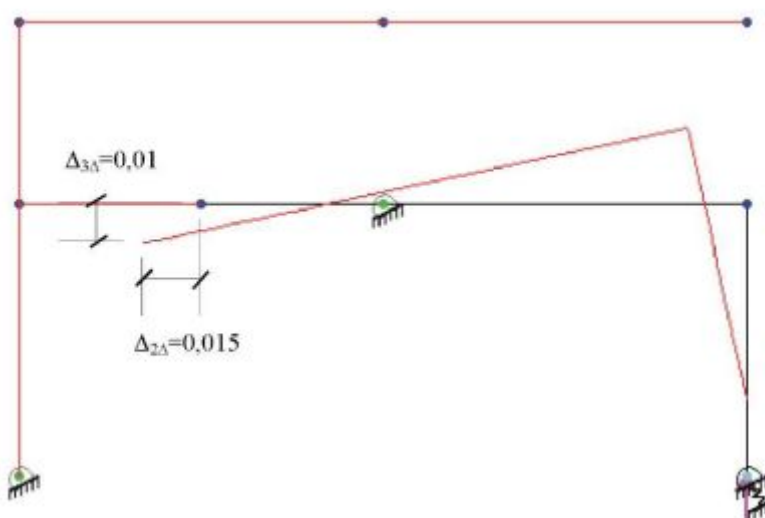
Грузовая эпюра M_P



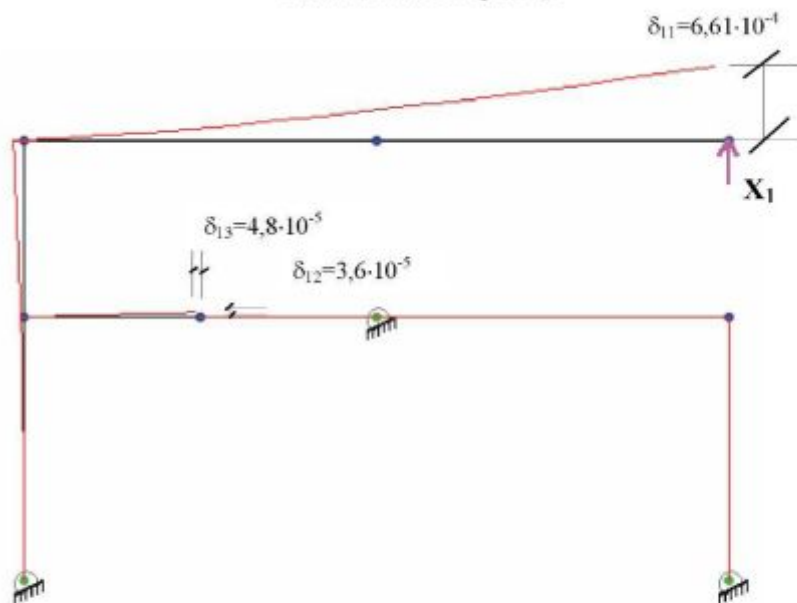
Грузовая эпюра M_t



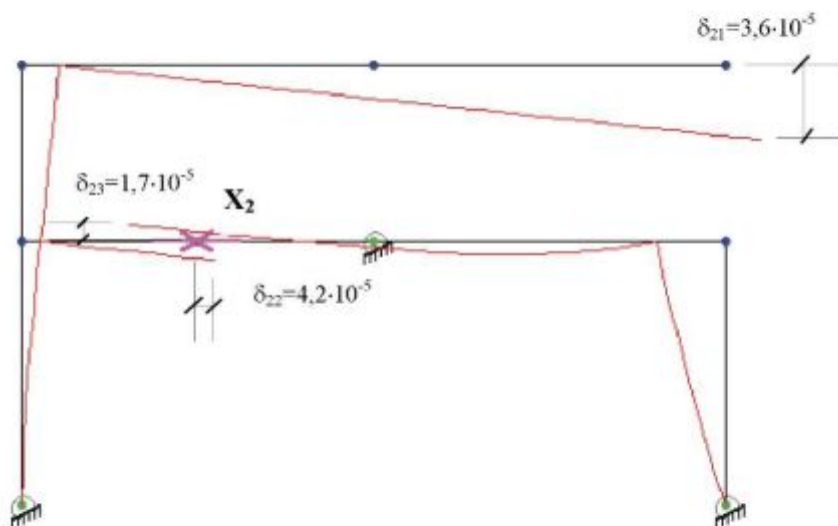
Грузовая эпюра M_Δ



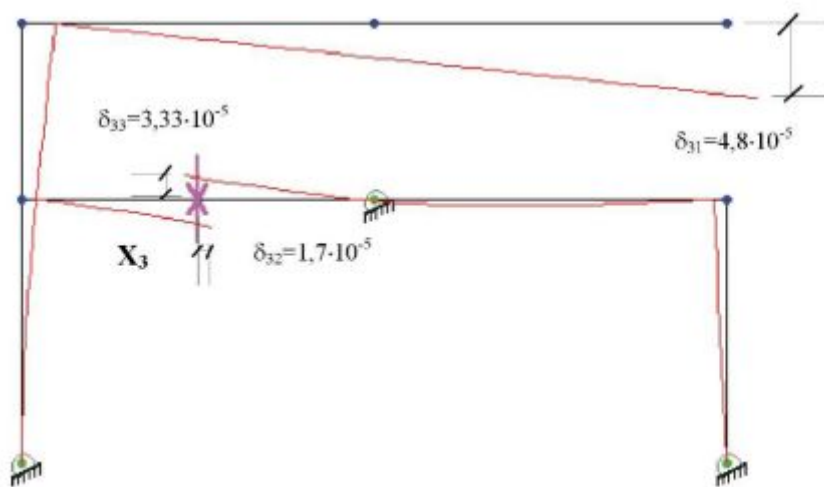
Единичная эюра M_1



Единичная эюра M_2



Единичная эюра M_3



4. Обучающий пример выполнения расчета рамы

Запуск системы COMPASS

Для работы с системой COMPASS необходимо запустить программу COMPASS Studio. Для запуска программы существует несколько способов.

Самый простой – дважды щелкнуть мышкой на иконке программы COMPASS Studio, расположенной на рабочем столе

Windows . Другой способ состоит в выборе пункта из стартового меню Windows, активизируемого кнопкой “Пуск”. Также можно запустить программу посредством проводника Windows, выбрав папку с файлами системы COMPASS и дважды щелкнув на файле с именем COMPASS.EXE. В любом случае после успешного запуска на экране появится главное окно программы с заставкой.



Рис. 1 Создание нового проекта

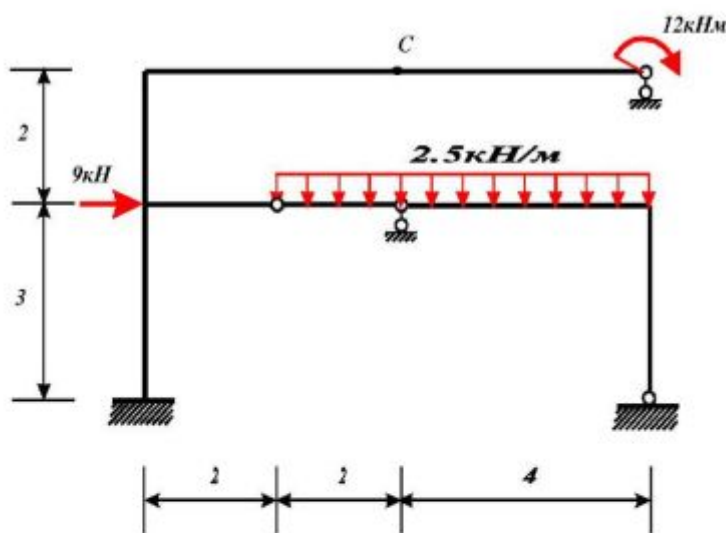
Для решения задач в программе COMPASS необходимо создать проект. Это действие выполняется с помощью команды *Файл\Новая задача*. Данная команда также активизируется кнопкой на стандартной панели инструментов. После выбора команды на экран выводится диалог (рис. 1), в котором необходимо задать следующую информацию о проекте:

Имя (название) проекта по которому будет производиться его идентификация. Имя проекта не должно содержать пробелов, а также следующих символов: точка, тире (минус), косая черта и обратная косая черта.

Директория (папка) где будет создана база данных нового проекта. По умолчанию программа предлагает создать проект в папке *Task*, которая расположена в папке, куда была установлена система COMPASS. С помощью кнопки *Обзор* пользователь может выбрать любое другое место на дисках для расположения нового проекта.

Тип схемы определяет, какая будет рассчитываться схема. В нашем случае необходимо выбрать тип схемы №2 – плоская расчетная схема с двумя линейными и одной угловой степенью свободы в узле.

Введите данные в диалог и нажмите кнопку *Создать*.



Создание геометрии схемы

Найти вертикальное перемещение точки С от силовой нагрузки, температурного воздействия на участок стойки, а также смещения правой опоры.

Исходные данные:

$EI=0.5 \cdot 10^5 \text{ кН} \cdot \text{м}^2$; $h=0.5\text{м}$;
 $\alpha=3 \cdot 10^{-6} \text{ градус}^{-1}$; $t_1=20^\circ$; $t_2=-16^\circ$;
 $\Delta=0.02\text{м}$

Ввод узлов

Откройте окно табличного редактора выполнив команду главного меню *Таблица\Открыть табличный редактор БД*. На экране должно появиться окно. В левой части находится дерево таблиц. В правой части расположена таблица. Для ввода координат узлов раскройте ветвь списка «Узлы» дерева таблиц, щелкнув по символу “+” напротив названия группы таблиц «Узлы». В открывшемся списке выберите таблицу «Координаты узлов». Активизируйте появившуюся в правой части таблицы координат узлов, щелкнув по ней мышью. Для создания расчетной схемы рамы заполните таблицу координат узлов.

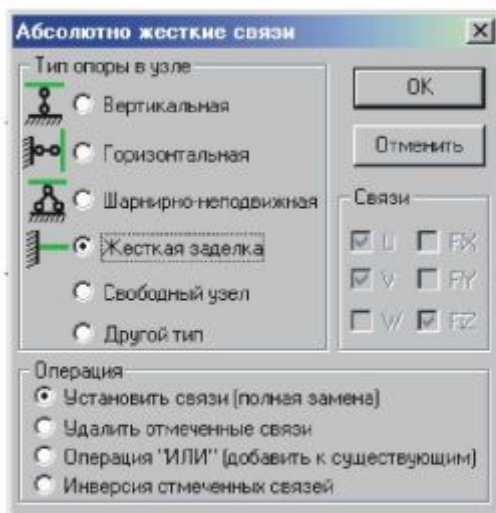



Рис. 2 Назначение связей в опорные узлы рамы

стержень окончательно фиксируется.

Ввода стержней

Включите режим ввода стержней, нажав кнопку  на стандартной панели инструментов, или выбрав команду *Схема\Стержневые КЭ\Ввод стержней мышью по двум узлам*.

Для ввода стержня необходимо щелкнуть по первому узлу, затем передвинуть курсор мыши к другому узлу стержня и также щелкнуть по нему. Если первый узел воспринят программой правильно, то при движении мыши ко второму узлу рисуется линия, показывающая положение будущего стержня. После указания второго узла

Назначение связей в узлах

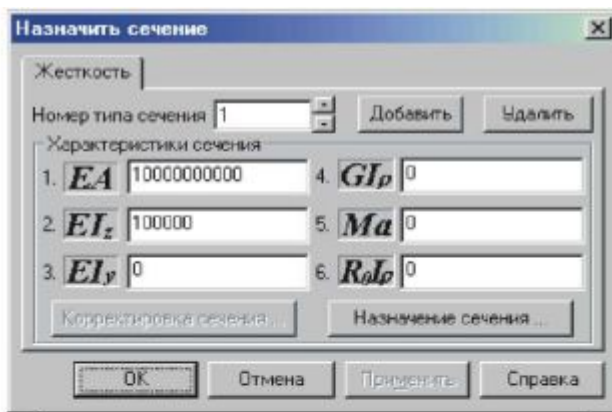






Рис. 3 Назначение жесткости

В узлах 1 и 8 рамы необходимо установить жесткую заделку. Для этого включите режим выбора объектов , и выделите на схеме узлы 1 и 8 (они должны поменять цвет). Теперь нужно применить к выделенным узлам команду назначения абсолютно жестких связей – *Схема\Назначить свойства узлам\Абсолютно жесткие связи*. Для

выбора команды можно также нажать кнопку  на панели инструментов *Редактирование*. Должен появиться диалог, показанный на рис. 2. Выберите тип опоры в узле, установив переключатель напротив надписи «жесткая заделка». Таким же способом назначается шарнирно подвижная опора в 4 и 6 узле.

Назначение жесткостей стержням

Сначала зададим жесткости подкрановым частям колонн. Для этого включите режим выбора объектов  и выделите соответствующие стержни на схеме 1. Выберите команду меню *Схема\Назначить свойства стержням\Назначить тип сечения* или нажмите кнопку  на панели инструментов «Редактирование». В появившемся диалоге (рис. 3.9) необходимо нажать кнопку «Добавить». Будет добавлен первый тип сечения, для которого необходимо ввести следующие характеристики $EA=10^{10}$ кН и EI_z кН*м² (рис. 3.9) заданное по условию. Для выполнения команды нажмите кнопку «ОК».

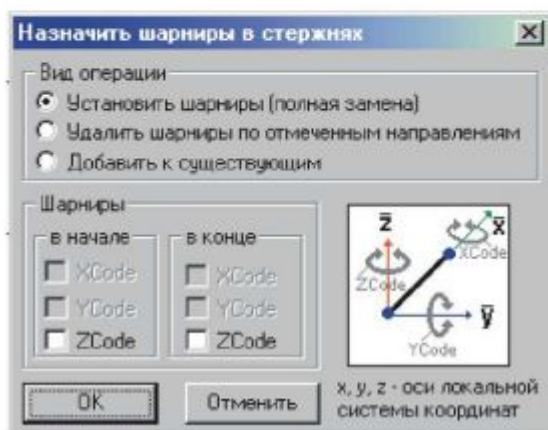

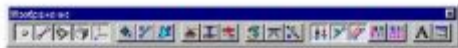










Рис. 4 Установка шарнира

Назначение шарниров

Щелкните по стержню и нажмите кнопку . В появившемся диалоге (рис. 4) установите галочки напротив ZCode в начале или в конце стержня. Завершите действия нажатием кнопки “ОК”.




Назначение некоторых кнопок на панели инструментов «Изображение»:

-  показать на схеме узлы;
-  показать на схеме стержни;
-  показать шарниры в стержнях;
-  показать абсолют. жесткие связи;
-  показать оси глоб. системы коорд.;
-  подписать номера узлов;
-  подписать номера стержней;
-  подписать типы сечений стержней;

подписать номера стержней;
подписать типы сечений стержней;

Задание нагрузок

Заключительный этап подготовки данных – задание нагрузок. Как правило, задают несколько различных загрузений схемы нагрузками. Добавить новое загрузение . При нажатии кнопки добавляется новое загрузение, ему присваивается номер по порядку. Добавленное загрузение делается *активным*.

Удаление активного загрузения . По этой команде удаляется активное загрузение и все заданные в нем нагрузки. Добавьте загрузение нажав кнопку

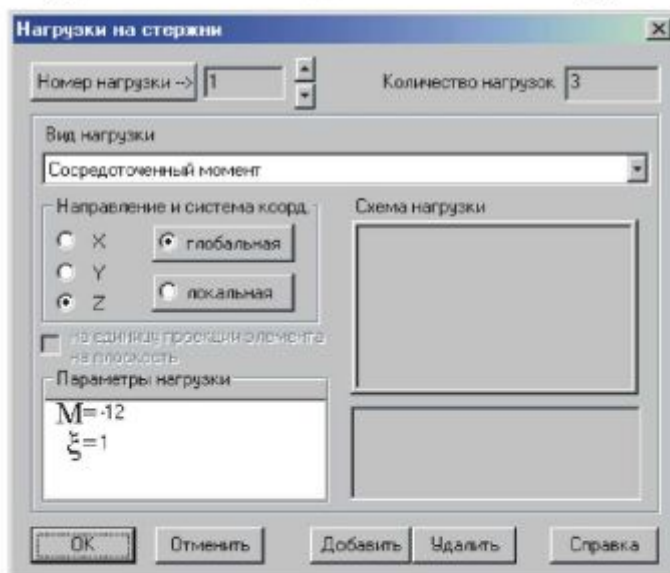



Рис. 5 Описание типа нагрузки

выберите команду *Нагрузки\Назначить*

. В списке загрузений появится строка «1-е Загрузение», значит это загрузение стало *активным* – теперь можно задавать в нем нагрузки. Поскольку нагрузки являются такими же свойствами стержней, как типы сечений или шарниры, назначение нагрузок производится теми же методами. Команды для работы с нагрузками находятся в пункте главного меню «Нагрузки».


Зададим равномерно распределенной нагрузкой $q = 2.5$ кН/м. Выделите стержни 5 и 6 *нагрузки на стержни*. Должен

появиться диалог, как показано на рис. 5. Этот диалог предназначен для описания нагрузок на стержни. Каждой нагрузке присваивается номер, а затем по номеру она назначается стержневым элементам.

Нажмите кнопку «Добавить», при этом будет добавлена нагрузка с номером 1. В списке тип нагрузки выберите равномерно распределенную нагрузку. Установите направление действия нагрузки – по оси Y, а систему координат выберите глобальную. Введите интенсивность равномерно распределенной нагрузки. Завершите действия нажатием кнопки “ОК”. Зададим сосредоточенный момент. Выделите стержень в данном случае 3. Затем добавьте еще одну нагрузку. В списке тип нагрузки выберите сосредоточенный момент. Направление по оси Z система координат глобальная. Привязка в задается естественной безразмерной системе координат ξ -привязка $\xi=1$, параметр нагрузки $M=-12\text{кН}\cdot\text{м}$. Завершите действия нажатием кнопки “ОК”. Зададим сосредоточенную силу. Выберите стержень 1, выберите пункт сосредоточенная сила, направление по оси X система координат глобальная, параметр нагрузки $F=9\text{кН}$ и привязку $\xi=1$.

Добавьте 2 загрузку. Для задания температурного воздействия выделите стержень 1 выберите команду *Нагрузки\Назначить нагрузки на стержни*. Нажмите кнопку «Добавить», при этом будет добавлена нагрузка. Выберите вид нагрузки начальная кривизна в плоскости XOY. Параметр нагрузки $Ey = \alpha \cdot \Delta t_y$ где α -коэффициент линейного расширения; Δt_y – разница температур между верхними и нижними слоями сечения; h – высота сечения.

Назначение расчетных точек

Чтобы получить численные результаты расчета в таблице необходимо в стержнях расчетной схемы задать координаты точек, в которых будут вычисляться усилия и перемещения. Для этого выделите все стержни рамы и нажмите кнопку  на панели инструментов «Редактирование» или выберите команду в меню «Схема \ Назначить свойства стержням \ Назначение расчетных точек». В появившемся диалоге задайте расчетные точки с координатами, ($\xi=0.5$).



Положение точки задается так же, как и привязка сосредоточенной силы, безразмерной координатой, которая вычисляется как отношение расстояния от первого узла до расчетной точки к длине всего стержня. Нажмите кнопку «ОК» для назначения указанных расчетных точек, а затем сбросьте выделение с объектов.

На этой операции этап подготовки данных завершен, теперь можно переходить к выполнению расчета и анализу его результатов.

Выполнение расчета

Для выполнения расчета необходимо выбрать команду в меню «Режим \ Выполнение расчета». После чего будет запущена программа COMPASS Processor с автоматически сформированным заданием на расчет и параметрами расчета, заданными по умолчанию.



Анализ результатов расчета

Если расчет выполнен без ошибок, выберите команду в меню «Режим \ Результаты расчета». Изображение эпюры можно настроить, нажав кнопку . Например, можно заштриховать эпюру, подписать на ней значения усилий, выбрать цвет для её обрисовки. Для управления отображением деформированной схемы используйте группу кнопок . Первая из них



включает отображение только исходной расчетной схемы, вторая – только деформированной схемы, третья – отображение исходной и деформированной схемы вместе. Чтобы получить результаты расчета в табличном виде нужно воспользоваться табличным редактором. Для этого выберите команду в меню «Таблица \ Открыть табличный редактор». В дереве таблиц раскройте ветвь «Результаты расчета». Для просмотра усилий откройте ветвь «Стержневые КЭ» внутри которой выберите таблицу «Усилия в пользовательских сечениях». Появившаяся в правой части окна таблица содержит усилия N, Q, M для всех стержней. Усилия определялись в расчетных точках, которые задавались при подготовке данных.

Задание нагрузок при упругом смещении

Для расчета на смещение опорных связей необходимо сохранить проект, затем еще раз сохранить его, но под другим именем. В этом проекте удалить все загрузки создать новое. Воспользуемся режимом редактирования свойств элементов . Переключившись в этот режим щелкните по стержню, где необходимо установить упругую связь (8 узел). В появившемся окне выберите закладку узел уберите галочку с направления действий упругой связи в нашем случае вертикальной V . Перейдите на закладку упругие связи поставьте галочку в направлении действия упругой связи равное $1e10$. Добавьте новое загрузку . В узле где находится упругая связь действует вертикальная сила равная $P = \gamma \cdot \Delta$. По условию $\Delta = 0.02$, тогда $P = 2 \cdot 10^8$. Выделите стержни выберите команду *Нагрузки \ Назначить нагрузки на стержни*. Должен появиться диалог, как показано на рис. 5. Зададим сосредоточенную силу

направление по оси Y система координат глобальная, параметр нагрузки $F=2 \cdot 10^8$ кН и привязку $\xi=0$.

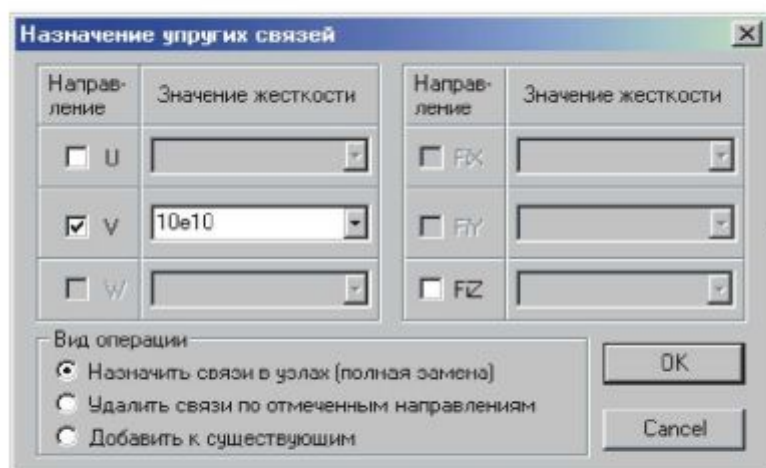


Рис. 7 Назначение упругих связей

BarStress.

Для нахождения перемещения точки С необходимо задать расчетную точку

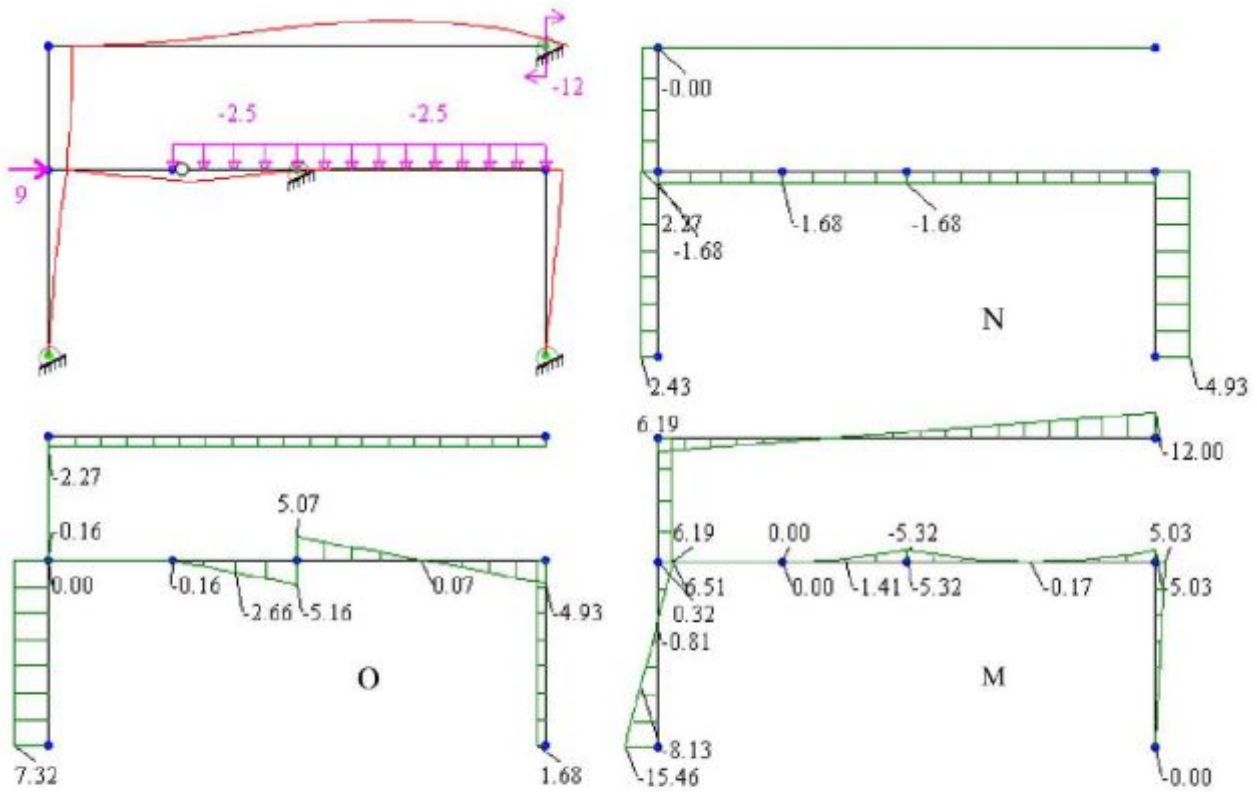
Выполнение расчета

Выберите команду Режим \ Выполнение расчета. Если расчет выполнен без ошибок, выберите команду в меню Режим \ Результат расчета. Перемещение точки С необходимо взять из файла

Документирование результатов расчета

После решения задачи необходимо подготовить отчет о решении задачи с использованием текстового и табличного процессора Microsoft Word. Для вставки в них графической информации можно использовать «снимки с экрана», получаемые при нажатии клавиши Print Screen. После нажатия этой клавиши, копия изображения экрана может быть вставлена в любой графический редактор, например Paint, и обработана в нем, а затем вставлена в Word.

Силовая нагрузка



Температурная нагрузка

