

ОПД.Р.03 СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА
РАСЧЕТ ТРЕХШАРНИРНОЙ АРКИ
Методические указания и задания к
расчетно-проектировочной работе

Настоящие материалы содержат методические указания к расчетно-проектировочной работе.
Предназначено для студентов III курса специальностей “Промышленное и гражданское строительство”, “Городское строительство и хозяйство”.

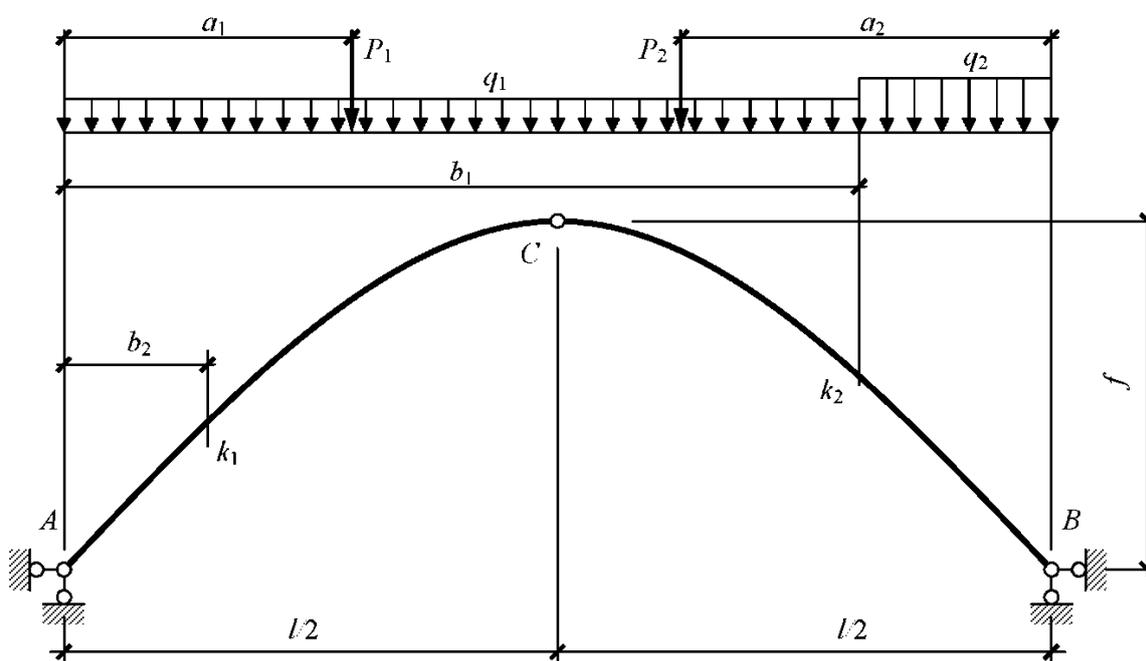
ПОРЯДОК ПОЛУЧЕНИЯ ЗАДАНИЙ

Варианты заданий для каждого студента определяется соответствующими номерами строк, приводимых в табл. 1. Номер строк в таблице определяется последними тремя цифрами номера зачетной книжки, именуемые «шифром». К примеру, если номер зачетки 89051, то шифр задачи будет 051. Первая цифра шифра – 0, вторая – 5, а третья – 1.

Таблица 1

Исходные данные к заданию

Первая цифра шифра	l , м	a_1 , м	a_2 , м	b_1 , м	Вторая цифра шифра	b_2 , м	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	Третья цифра шифра	f , м	P_1 , кН	P_2 , кН	Очертание оси арки
1	26	5	10	17	1	5	–	40	1	9	40	100	парабола
2	36	10	7	25	2	10	40	–	2	12	50	90	окружность
3	18	7	2	12	3	4	–	50	3	6	60	70	парабола
4	28	7	8	20	4	7	50	–	4	11	70	60	окружность
5	20	6	4	16	5	3	–	60	5	6	80	50	парабола
6	32	3	8	27	6	13	60	–	6	12	90	40	окружность
7	22	4	8	19	7	8	70	–	7	8	100	40	парабола
8	34	12	10	25	8	4	–	70	8	11	90	50	окружность
9	24	10	10	20	9	8	80	–	9	7	80	40	парабола
0	30	13	9	24	0	13	–	80	0	9	70	50	окружность



ЗАДАНИЕ

Для трехшарнирной арки требуется:

1. Определить аналитически опорные реакции от заданной нагрузки.
2. Аналитическим способом построить эпюры изгибающих моментов, поперечных и продольных сил от заданной нагрузки.
3. Построить линии влияния изгибающего момента, поперечной и продольной силы для заданного сечения k_1 и k_2 .
4. Подсчитать по линиям влияния для сечения k_1 и k_2 величины внутренних усилий (M , Q и N).
5. Сравнить величины внутренних усилий M , Q и N для сечения k_1 и k_2 , полученные по линиям влияния, с их величинами, определенными аналитически.
6. Провести расчет трехшарнирной арки на заданную нагрузку на ЭВМ.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПОРНЫХ РЕАКЦИЙ ОТ ЗАДАННОЙ НАГРУЗКИ

Проведем расчет арки, показанной на рис. 2, а.

При действии на арку вертикальной нагрузки возникают две вертикальные опорные реакции R_A и R_B , и горизонтальная опорная реакция H , называемая распором (см. рис. 2, а). Указанные опорные реакции определяются из 3 уравнений статики:

1. Равенство нулю суммы моментов всех сил относительно шарнира B , из которого определяется опорная реакция R_A .

2. Равенство нулю суммы моментов всех сил относительно шарнира A , из которого определяется опорная реакция R_B .

3. Равенство нулю суммы моментов сил, приложенных к левой или правой половине арки, относительно ключевого шарнира C , из которого определяется распор H .

$$\sum M_B = 0; -P_1 \cdot 21 - P_2 \cdot 9 - q_1 \cdot 12 \cdot (12 + 12/2) - q_2 \cdot 12 \cdot 12/2 + R_A \cdot 24 = 0;$$

$$R_A = 39 \text{ кН.}$$

$$\sum M_A = 0; P_1 \cdot 3 + P_2 \cdot 15 + q_1 \cdot 12 \cdot 12/2 + q_2 \cdot 12 \cdot (12 + 12/2) - R_B \cdot 24 = 0;$$

$$R_B = 37 \text{ кН.}$$

$$\sum M_C^{n.p.q.} = 0; -P_1 \cdot 9 - q_1 \cdot 12 \cdot 12/2 + R_A \cdot 12 - H \cdot 6 = 0;$$

$$H = 36 \text{ кН.}$$

Проверка правильности вычисления опорных реакций осуществляется по формулам:

$$\sum Y = 0; \quad \sum M_C^{n.p.q.} = 0$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ В СЕЧЕНИЯХ АРКИ

Для получения формулы уравнений внутренних усилий в сечении применяется метод плоских сечений. При этом рассматривается равновесие левой отсеченной части арки относительно сечения. При расстоянии равном x от рассматриваемого сечения до опоры A (см. рис. 2, а), получим:

$$M_x = M_x^0 - H y_x; \quad (1)$$

$$Q_x = Q_x^0 \cos \varphi_x - H \sin \varphi_x; \quad (2)$$

$$N_x = -(Q_x^{\delta} \sin \varphi_x + H \cos \varphi_x), \quad (3)$$

где M_x^{δ} , Q_x^{δ} – балочный изгибающий момент и балочная поперечная сила в сечении x балки пролетом l от приложенной к балке внешней нагрузки (см. рис. 2, б-г), y_x , $\cos \varphi_x$, $\sin \varphi_x$ – геометрические параметры, определяемые по следующим уравнениям:

а) при очертании оси по параболе

$$y_x = \frac{4fx(l-x)}{l^2}; \quad \operatorname{tg} \varphi_x = \frac{4f(l-2x)}{l^2};$$

$$\cos \varphi_x = \frac{1}{\sqrt{1+\operatorname{tg}^2 \varphi_x}}; \quad \sin \varphi_x = \cos \varphi_x \cdot \operatorname{tg} \varphi_x;$$

б) при очертании оси по окружности

$$y_x = \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2} - x\right)^2} - R + f,$$

где

$$R = \frac{f}{2} + \frac{l^2}{8f}; \quad \sin \varphi_x = \frac{l-2x}{2R}; \quad \cos \varphi_x = \frac{y_x + R - f}{R}.$$

Следует помнить, что для правой половины арки угол φ_x отрицательный.

Таким образом, для построения эпюр внутренних усилий необходимо:

– Отметить на оси арки достаточное число точек (не менее пяти, включая шарнир С).

– Вычислить координаты, значения синусов и косинусов углов наклона касательных всех этих точек.

– Найти значения изгибающего момента M_x^{δ} и поперечной силы Q_x^{δ} для соответствующих точек балки, загруженной той же нагрузкой, что и арка.

– По формулам (1) – (3) вычислить значения внутренних усилий в арке.

Приведенную последовательность действий удобнее всего выполнять в таблице.

№ п/п	Координата, м		$\operatorname{tg} \varphi_x$	$\cos \varphi_x$	$\sin \varphi_x$	M_x^{δ} , кНм	Q_x^{δ} , кН	M_x , кНм	Q_x , кН	N_x , кН
	x	y_x								
1	0	0,000	1,000	0,707	0,707	0	39	0,000	2,121	-53,033
2	3	2,625	0,750	0,800	0,600	108	33	13,500	4,800	-48,600
							21			
3	6	4,500	0,500	0,894	0,447	162	15	0,000	-2,683	-38,908
4	9	5,625	0,250	0,970	0,243	198	9	-4,500	0,000	-37,108
5	12	6,000	0,000	1,000	0,000	216	3	0,000	3,000	-36,000
6	15	5,625	-0,250	0,970	-0,243	211,5	-6	9,000	2,910	-36,380
							-10			
7	18	4,500	-0,500	0,894	-0,447	168	-19	6,000	-0,894	-40,696
8	21	2,625	-0,750	0,800	-0,600	97,5	-28	3,000	-0,800	-45,600
9	24	0,000	-1,000	0,707	-0,707	0	-37	0,000	-0,707	-51,619

Эпюры внутренних усилий в арке показаны на рис. 2, д-ж.

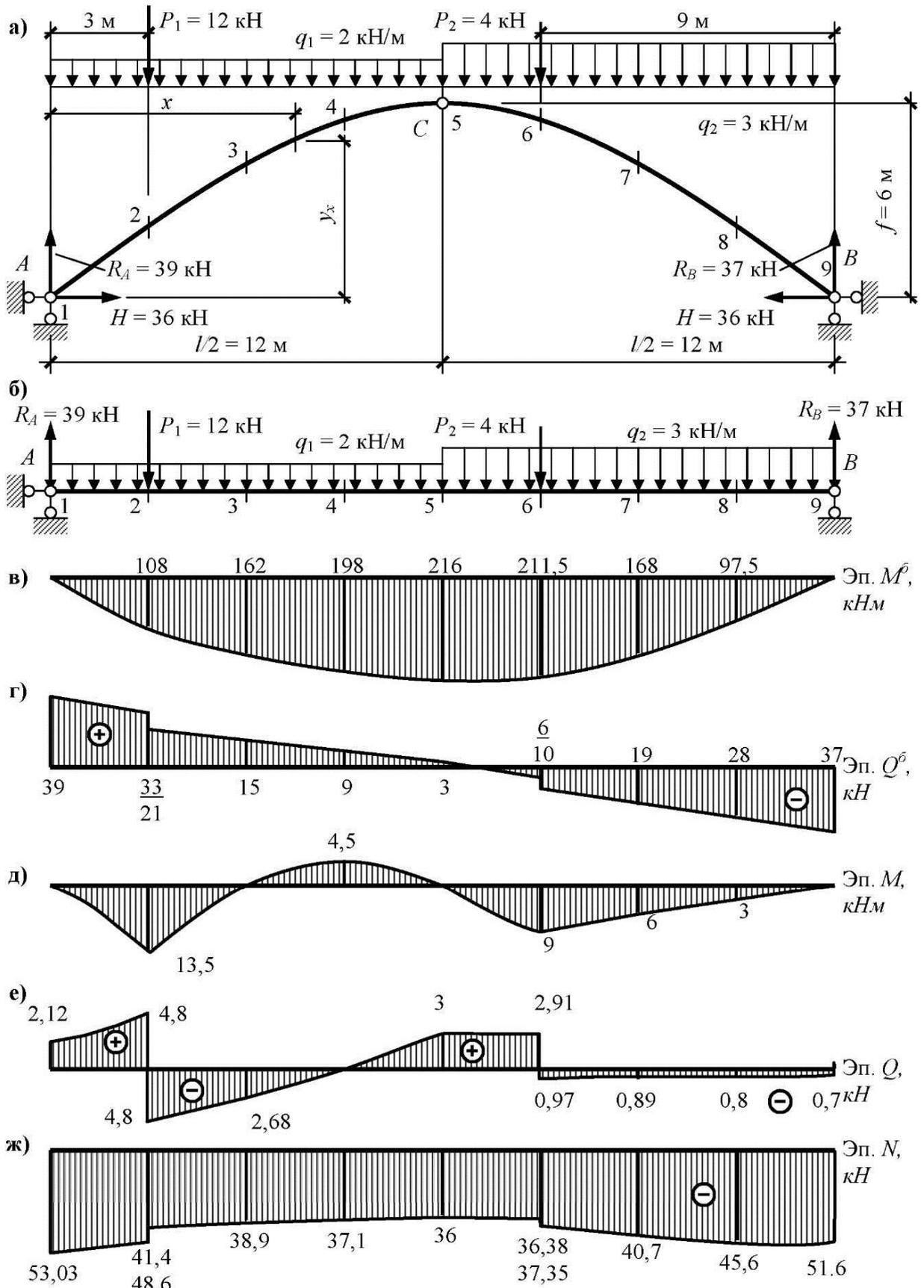


Рис. 2. Пример расчета на неподвижную нагрузку

ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЯ В ТРЕХШАРНИРНЫХ АРКАХ

Линии влияния опорных реакций

Приведем формулы вертикальных опорных реакций, которые будут необходимы для вывода аналитических выражений M , Q , N и построения их линий влияния. При принятой системе координат (рис. 3, а) аналитическое выражения R_A и R_B найдем соответственно из выражений:

$$\sum M_A = -R_B \cdot l + P \cdot (l - x) = 0; \quad \sum M_B = R_A \cdot l - P \cdot x = 0,$$

откуда при $P = 1$

$$R_A = \frac{x}{l}; \quad R_B = \frac{l - x}{l}.$$

Вычисляем численные значения R_A и R_B :

$$\text{при } x = 0 \quad R_A = 0, \quad R_B = 1;$$

$$\text{при } x = l \quad R_A = 1, \quad R_B = 0.$$

Линии влияния опорных реакций показаны на рис. 3, б, в.

Линии влияния распора H

Получим аналитическое выражение правой ветви линии влияния распора, для этого примем, что $P = 1$ находится правее сечения C , $0 \leq x \leq l/2$

Из уравнения равновесия

$$\sum M_C^{лев} = -H \cdot f + R_A \cdot l/2 = 0$$

находим

$$H_{прав} = \frac{R_A \cdot l}{2f} = \frac{x}{2f}.$$

Вычисляем численные значения распора:

$$\text{при } x = 0 \quad H = 0;$$

$$\text{при } x = \frac{l}{2} \quad H_C = \frac{l}{4f}. \quad (4)$$

Для получения аналитического выражения левой ветви линии влияния H примем, что $P = 1$ левее сечения C ; $l/2 \leq x \leq l$.

$$\sum M_C^{прав} = H \cdot f - R_B l/2 = 0,$$

откуда

$$H_{лев} = \frac{R_B l}{2f} = \frac{l - x}{2f}.$$

Характерные ординаты левой ветви

$$\text{при } x = \frac{l}{2} \quad H_C = \frac{l}{4f};$$

$$\text{при } x = l \quad H = 0.$$

Линия влияния распора, ее характерные ординаты и формулы построения левой и правой ветви, показаны на рис. 3, г.

Линии влияния изгибающего момента M_k , поперечной силы Q_k , продольной силы N_k в сечении k , находящемся левее ключевого шарнира

1. Примем $P = 1$ левее сечения k ; $b \leq x \leq l$, $H_{лев} = \frac{l-x}{2f}$, $R_B = \frac{l-x}{l}$.

Рассмотрим равновесие правой отсеченной части.

Изгибающий момент в сечении k

$$M_k = R_B b - H y_k = \frac{l-x}{l} b - \frac{l-x}{2f} y_k,$$

а характерные ординаты его линии влияния равны:

$$\begin{aligned} \text{при } x = l \quad M_k &= 0; \\ \text{при } x = b \quad M_k &= \frac{ab}{l} - \frac{a}{2f} y_k = h_k. \end{aligned} \quad (5)$$

Поперечная сила в сечении k

$$Q_k = -R_B \cos \varphi_k - H \sin \varphi_k = -\frac{l-x}{l} \cos \varphi_k - \frac{l-x}{2f} \sin \varphi_k,$$

а ее характерные ординаты равны

$$\begin{aligned} \text{при } x = l \quad Q_k &= 0; \\ \text{при } x = b \quad Q_k &= -\left(\frac{a}{l} \cos \varphi_k + \frac{a}{2f} \sin \varphi_k \right) = a_k^{лев}. \end{aligned} \quad (6)$$

Продольная сила в сечении k

$$N_k = R_B \sin \varphi_k - H \cos \varphi_k = \frac{l-x}{l} \sin \varphi_k - \frac{l-x}{2f} \cos \varphi_k.$$

Характерные ординаты продольной силы равны

$$\begin{aligned} \text{при } x = l \quad N_k &= 0; \\ \text{при } x = b \quad N_k &= \frac{a}{l} \sin \varphi_k - \frac{a}{2f} \cos \varphi_k = b_k^{лев}. \end{aligned} \quad (7)$$

2. Примем $P = 1$ правее сечения k ; $l/2 \leq x \leq b$, $H_{лев} = \frac{l-x}{2f}$, $R_A = \frac{x}{l}$. При этих условиях:

$$M_k = R_A a - H y_k = \frac{x}{l} a - \frac{l-x}{2f} y_k.$$

$$\text{При } x = b \quad M_k = \frac{ab}{l} - \frac{a}{2f} y_k = h_k;$$

$$\text{при } x = l/2 \quad M_k = \frac{a}{2} - \frac{l}{4f} y_k = h_C. \quad (8)$$

$$Q_k = R_A \cos \varphi_k - H \sin \varphi_k = \frac{x}{l} \cos \varphi_k - \frac{l-x}{2f} \sin \varphi_k.$$

$$\text{При } x = b \quad Q_k = \frac{b}{l} \cos \varphi_k - \frac{a}{2f} \sin \varphi_k = a_k^{np}; \quad (7)$$

$$\text{при } x = l/2 \quad Q_k = \frac{1}{2} \cos \varphi_k - \frac{l}{4f} \sin \varphi_k = a_C. \quad (8)$$

$$N_k = -R_A \sin \varphi_k - H \cos \varphi_k = -\frac{x}{l} \sin \varphi_k - \frac{l-x}{2f} \cos \varphi_k.$$

$$\text{При } x = b \quad N_k = -\frac{b}{l} \sin \varphi_k - \frac{a}{2f} \cos \varphi_k = b_k^{np}; \quad (9)$$

$$\text{при } x = l/2 \quad N_k = -\frac{1}{2} \sin \varphi_k - \frac{l}{4f} \cos \varphi_k = b_C. \quad (10)$$

3. Примем $P=1$ между точками С и В; $0 \leq x \leq l/2$, $H_{прав} = \frac{x}{2f}$, $R_A = \frac{x}{l}$. При этих условиях

$$M_k = R_A \cdot a - H y_k = \frac{x}{l} \cdot a - \frac{x}{2f} y_k.$$

$$\text{При } x = l/2 \quad M_k = \frac{a}{2} - \frac{l}{4f} y_k = h_C;$$

$$\text{при } x = 0 \quad M_k = 0.$$

$$Q_k = R_A \cos \varphi_k - H \sin \varphi_k = \frac{x}{l} \cos \varphi_k - \frac{x}{2f} \sin \varphi_k.$$

$$\text{При } x = l/2 \quad Q_k = \frac{1}{2} \cos \varphi_k - \frac{l}{4f} \sin \varphi_k = a_C;$$

$$\text{при } x = 0 \quad Q_k = 0.$$

$$N_k = -R_A \sin \varphi_k - H \cos \varphi_k = -\frac{x}{l} \sin \varphi_k - \frac{x}{2f} \cos \varphi_k.$$

$$\text{При } x = l/2 \quad N_k = -\frac{1}{2} \sin \varphi_k - \frac{l}{4f} \cos \varphi_k = b_C;$$

$$\text{при } x = 0 \quad N_k = 0.$$

Линии влияния изгибающего момента, поперечной и продольной сил показаны соответственно на рис 1, д, е, ж.

Рассматривая эти линии влияния, можно заметить, что для их построения следует вычислить следующие основные ординаты внутренних усилий при положении подвижной единичной нагрузки:

- чуть левее сечения k ;
- чуть правее сечения k ;
- над ключевым шарниром.

Формулы для определения значений этих ординат приведены в табл. 2.

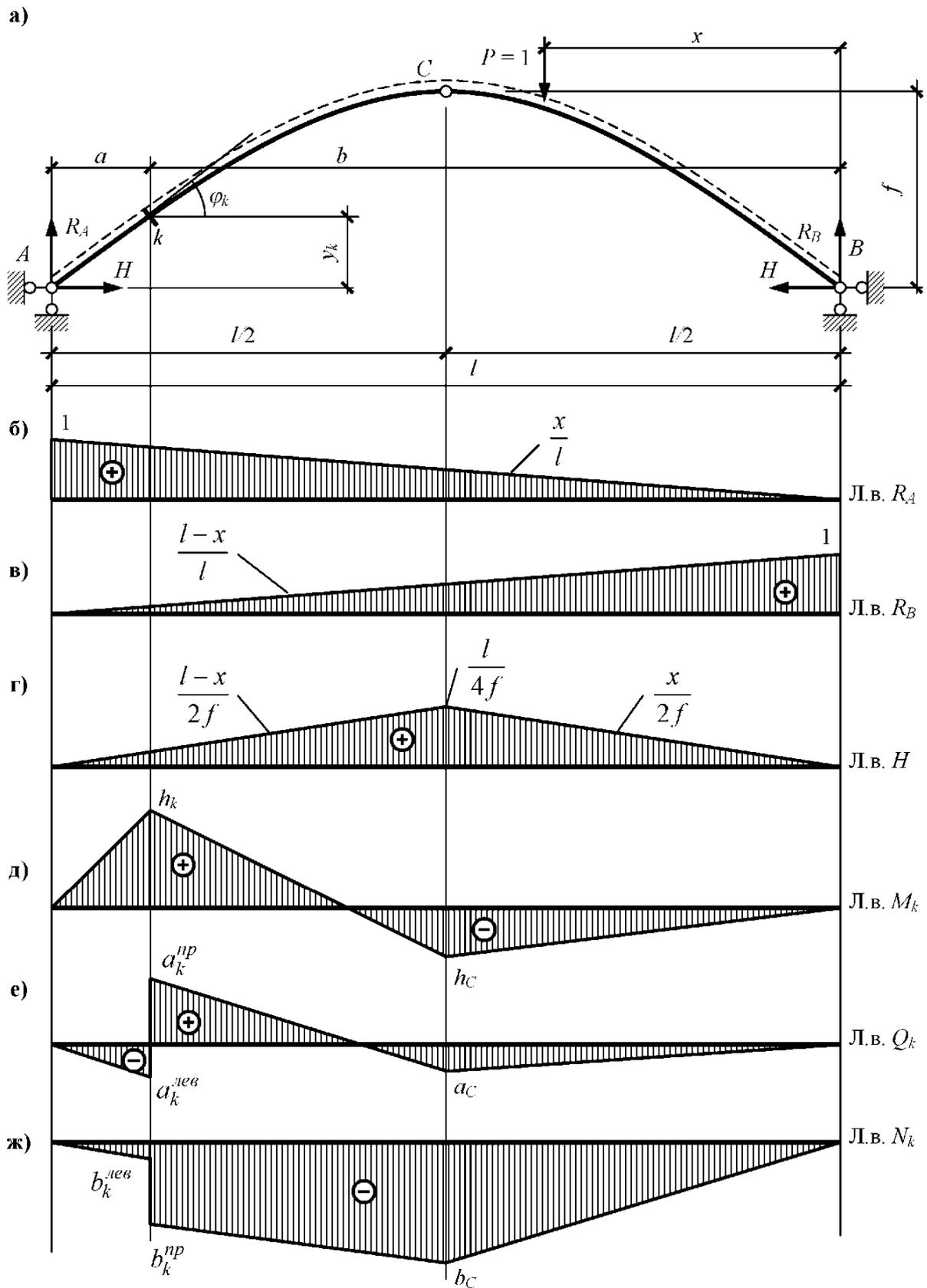


Рис. 3. Построение линий влияния в трехшарнирной арке

Значения основных вершин на линиях влияния

Наименование вершины (см. рис. 3)	Формулы	
	Сечение k левее шарнира C	Сечение k правее шарнира C *
ИЗГИБАЮЩИЙ МОМЕНТ		
$h_C (P = 1 \text{ на шарнире } C)$	$\frac{a}{2} - \frac{l}{4f} y_k$	$\frac{b}{2} - \frac{l}{4f} y_k$
$h_k (P = 1 \text{ на сечении } k)$	$\frac{ab}{l} - \frac{a}{2f} y_k$	$\frac{ab}{l} - \frac{b}{2f} y_k$
ПОПЕРЕЧНАЯ СИЛА		
$a_C (P = 1 \text{ на шарнире } C)$	$\frac{1}{2} \cos \varphi_k - \frac{l}{4f} \sin \varphi_k$	$-\frac{1}{2} \cos \varphi_k - \frac{l}{4f} \sin \varphi_k$
$a_k^{лев} (P = 1 \text{ чуть левее сечения } k)$	$-\left(\frac{a}{l} \cos \varphi_k + \frac{a}{2f} \sin \varphi_k\right)$	$-\left(\frac{a}{l} \cos \varphi_k + \frac{b}{2f} \sin \varphi_k\right)$
$a_k^{пр} (P = 1 \text{ чуть правее сечения } k)$	$\frac{b}{l} \cos \varphi_k - \frac{a}{2f} \sin \varphi_k$	$\frac{b}{l} \cos \varphi_k - \frac{b}{2f} \sin \varphi_k$
ПРОДОЛЬНАЯ СИЛА		
$b_C (P = 1 \text{ на шарнире } C)$	$-\frac{1}{2} \sin \varphi_k - \frac{l}{4f} \cos \varphi_k$	$\frac{1}{2} \sin \varphi_k - \frac{l}{4f} \cos \varphi_k$
$b_k^{лев} (P = 1 \text{ чуть левее сечения } k)$	$\frac{a}{l} \sin \varphi_k - \frac{a}{2f} \cos \varphi_k$	$\frac{a}{l} \sin \varphi_k - \frac{b}{2f} \cos \varphi_k$
$b_k^{пр} (P = 1 \text{ чуть правее сечения } k)$	$-\frac{b}{l} \sin \varphi_k - \frac{a}{2f} \cos \varphi_k$	$-\frac{b}{l} \sin \varphi_k - \frac{b}{2f} \cos \varphi_k$

* – напомним, что если сечение находится правее шарнира C , то $\sin \varphi_k$ отрицательный.

ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЯ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ В СЕЧЕНИИ k_1 , РАСПОЛОЖЕННОМ ЛЕВЕЕ КЛЮЧЕВОГО ШАРНИРА C

Геометрические характеристики арки (см. рис. 4, а):

- ось арки – квадратная парабола;
- пролет $l = 24$ м;
- стрела подъема $f = 6$ м;

Геометрические характеристики сечения k_1 :

- $a = 3$ м;
- $b = 21$ м;
- $y_{k1} = 2,625$ м;
- $\sin \varphi_{k1} = 0,6$;
- $\cos \varphi_{k1} = 0,8$.

Построение линии влияния изгибающего момента M_{k1}

Определяем характерные ординаты линии влияния.

1. Сила $P = 1$ на сечении k .

$$M_{k1} = \frac{ab}{l} - \frac{a}{2f} y_k = \frac{3 \cdot 21}{24} - \frac{3}{2 \cdot 6} \cdot 2,625 = 1,97 \text{ м.}$$

2. Сила $P = 1$ на шарнире C .

$$M_{k1} = \frac{a}{2} - \frac{l}{4f} y_k = \frac{3}{2} - \frac{24}{4 \cdot 6} \cdot 2,625 = -1,125 \text{ м.}$$

Соединяя полученные ординаты прямыми линиями между собой и с нулевыми ординатами линии влияния на опорах, получим линию влияния изгибающего момента в сечении k_1 (см. рис. 4, б).

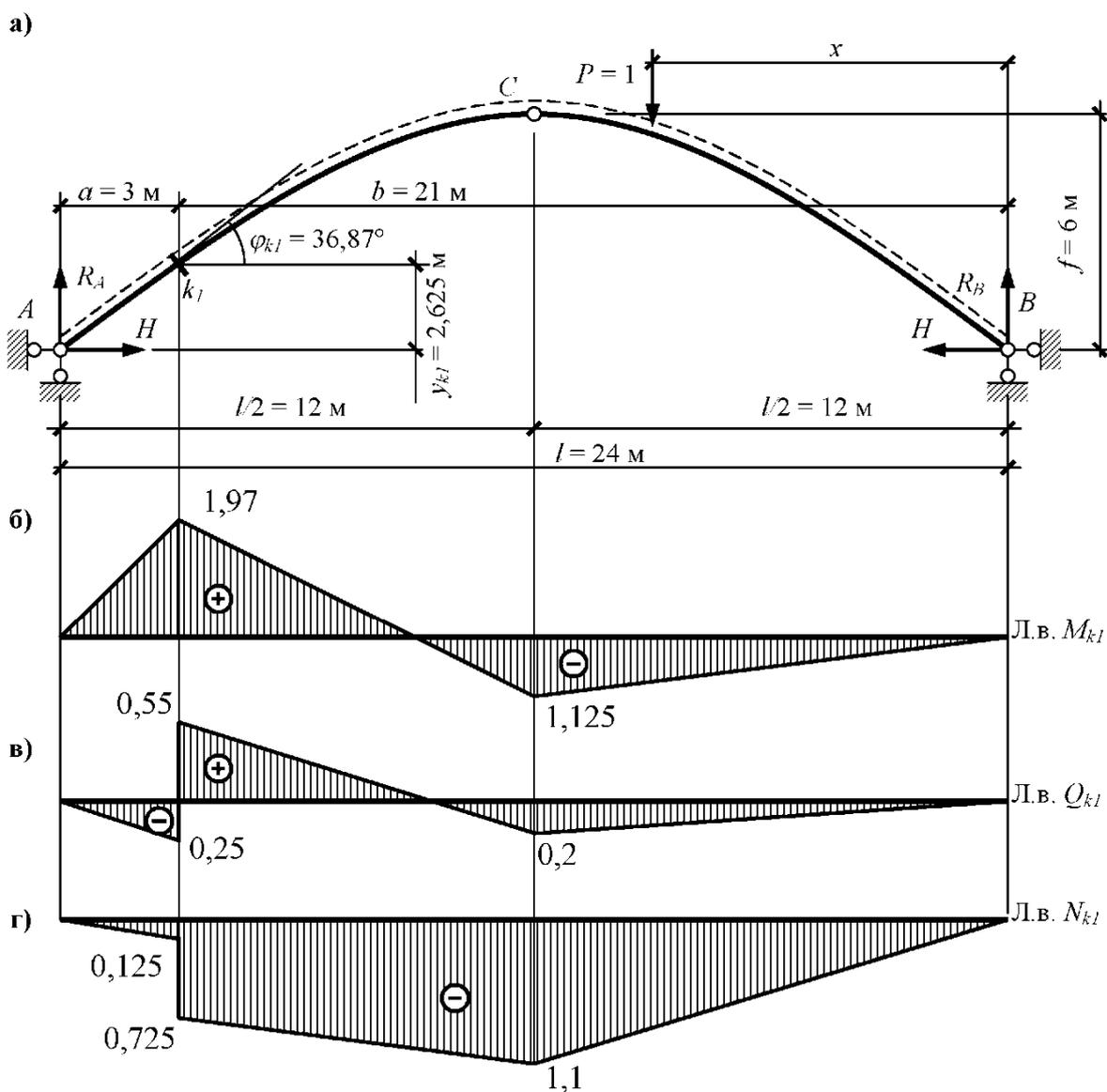


Рис. 4. Пример построения линий влияния

Построение линии влияния поперечной (Q_{k1}) и продольной (N_{k1}) сил

Определяем характерные ординаты линии влияния.

1. Сила $P = 1$ чуть левее сечения k .

$$Q_{k1} = -\left(\frac{a}{l} \cos \varphi_k + \frac{a}{2f} \sin \varphi_k\right) = -\left(\frac{3}{24} \cdot 0,8 + \frac{3}{2 \cdot 6} \cdot 0,6\right) = -0,25;$$

$$N_{k1} = \frac{a}{l} \sin \varphi_k - \frac{a}{2f} \cos \varphi_k = \frac{3}{24} \cdot 0,6 - \frac{3}{2 \cdot 6} \cdot 0,8 = -0,125.$$

2. Сила $P = 1$ чуть правее сечения k .

$$Q_{k1} = \frac{b}{l} \cos \varphi_k - \frac{a}{2f} \sin \varphi_k = \frac{21}{24} \cdot 0,8 - \frac{3}{2 \cdot 6} \cdot 0,6 = 0,55;$$

$$N_{k1} = -\frac{b}{l} \sin \varphi_k - \frac{a}{2f} \cos \varphi_k = -\frac{21}{24} \cdot 0,6 - \frac{3}{2 \cdot 6} \cdot 0,8 = -0,723.$$

3. Сила $P = 1$ на шарнире C .

$$Q_{k1} = \frac{1}{2} \cos \varphi_k - \frac{l}{4f} \sin \varphi_k = \frac{1}{2} \cdot 0,8 - \frac{24}{4 \cdot 6} \cdot 0,6 = -0,2$$

$$N_{k1} = -\frac{1}{2} \sin \varphi_k - \frac{l}{4f} \cos \varphi_k = -\frac{1}{2} \cdot 0,6 - \frac{24}{4 \cdot 6} \cdot 0,8 = -1,1$$

Соединяя полученные ординаты прямыми линиями между собой и с нулевыми ординатами линии влияния на опорах, получим линию влияния поперечной и продольной сил в сечении k_1 (см. рис. 4, в, г).

ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЯ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ В СЕЧЕНИИ k_2 , РАСПОЛОЖЕННОМ ПРАВЕЕ КЛЮЧЕВОГО ШАРНИРА C

Геометрические характеристики сечения k_2 (см. рис. 5, а):

- $a = 15$ м;
- $b = 9$ м;
- $y_{k1} = 5,625$ м;
- $\sin \varphi_{k1} = -0,243$;
- $\cos \varphi_{k1} = 0,97$.

Построение линии влияния изгибающего момента M_{k2}

Определяем характерные ординаты линии влияния.

1. Сила $P = 1$ на сечении k .

$$M_{k2} = \frac{ab}{l} - \frac{b}{2f} y_k = \frac{15 \cdot 9}{24} - \frac{9}{2 \cdot 6} \cdot 5,625 = 1,41 \text{ м.}$$

2. Сила $P = 1$ на шарнире C .

$$M_{k2} = \frac{b}{2} - \frac{l}{4f} y_k = \frac{9}{2} - \frac{24}{4 \cdot 6} \cdot 5,625 = -1,125 \text{ м.}$$

Соединяя полученные ординаты прямыми линиями между собой и с нулевыми ординатами линии влияния на опорах, получим линию влияния изгибающего момента в сечении k_2 (см. рис. 5, б).

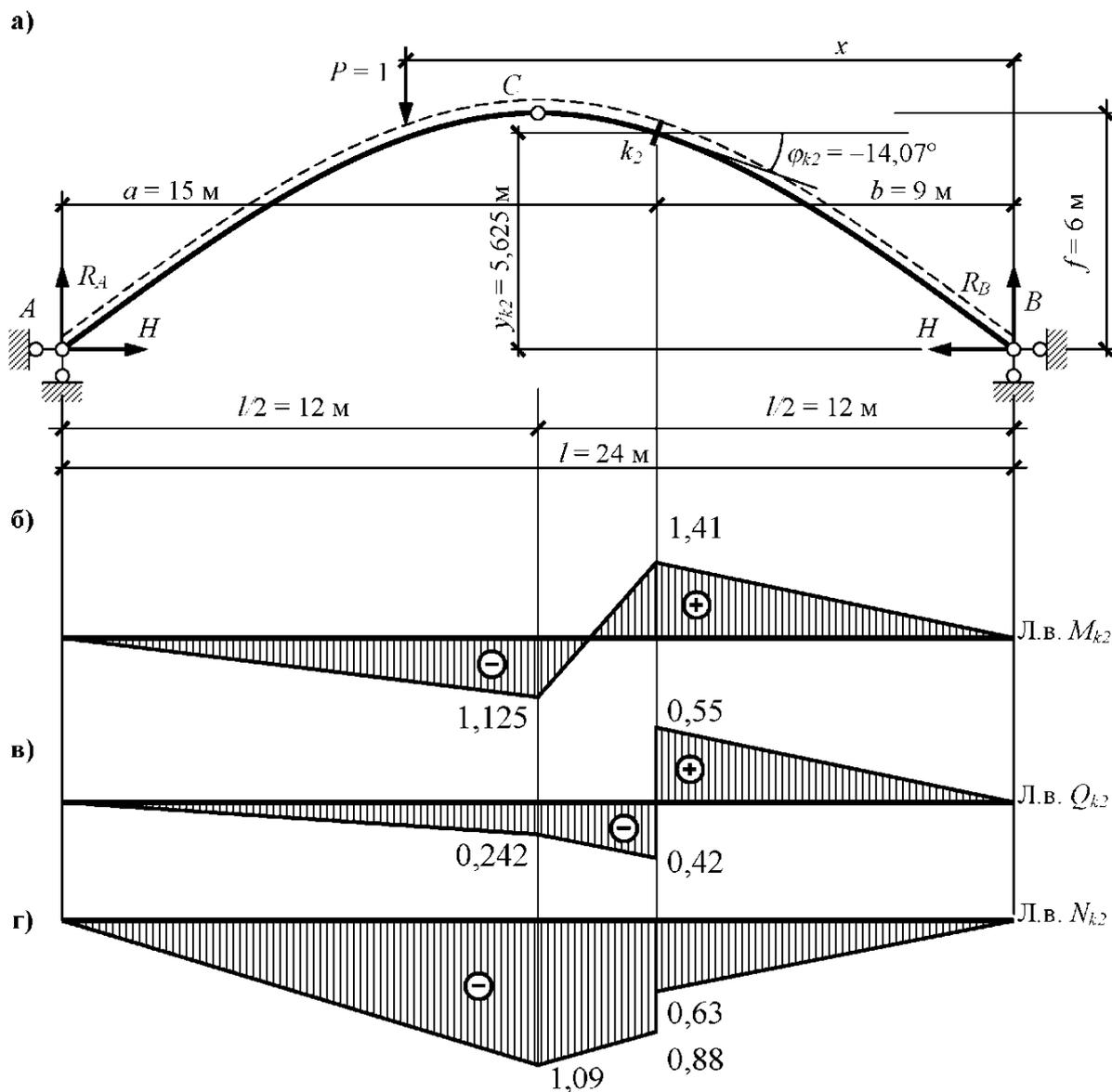


Рис. 5. Пример построения линий влияния

Построение линии влияния поперечной (Q_{k_2}) и продольной (N_{k_2}) сил

Определяем характерные ординаты линии влияния.

1. Сила $P = 1$ чуть левее сечения k .

$$Q_{k_2} = -\left(\frac{a}{l} \cos \varphi_k + \frac{b}{2f} \sin \varphi_k\right) = -\left(\frac{15}{24} \cdot 0,97 + \frac{9}{2 \cdot 6} \cdot (-0,243)\right) = -0,42;$$

$$N_{k_2} = \frac{a}{l} \sin \varphi_k - \frac{b}{2f} \cos \varphi_k = \frac{15}{24} \cdot (-0,243) - \frac{9}{2 \cdot 6} \cdot 0,97 = -0,88.$$

2. Сила $P = 1$ чуть правее сечения k .

$$Q_{k_2} = \frac{b}{l} \cos \varphi_k - \frac{b}{2f} \sin \varphi_k = \frac{9}{24} \cdot 0,97 - \frac{9}{2 \cdot 6} \cdot (-0,243) = 0,55;$$

$$N_{k_2} = -\frac{b}{l} \sin \varphi_k - \frac{b}{2f} \cos \varphi_k = -\frac{9}{24} \cdot (-0,243) - \frac{9}{2 \cdot 6} \cdot 0,97 = -0,63.$$

3. Сила $P = 1$ на шарнире C .

$$Q_{k_2} = -\frac{1}{2} \cos \varphi_k - \frac{l}{4f} \sin \varphi_k = -\frac{1}{2} \cdot 0,97 - \frac{24}{4 \cdot 6} \cdot (-0,243) = -0,242$$

$$N_{k_2} = \frac{1}{2} \sin \varphi_k - \frac{l}{4f} \cos \varphi_k = \frac{1}{2} \cdot (-0,243) - \frac{24}{4 \cdot 6} \cdot 0,97 = -1,09$$

Соединяя полученные ординаты прямыми линиями между собой и с нулевыми ординатами линии влияния на опорах, получим линию влияния поперечной и продольной сил в сечении k_2 (см. рис. 5, в, г).

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ ПО ЛИНИЯМ ВЛИЯНИЯ ОТ ЗАДАННОЙ НАГРУЗКИ

При действии на балку системы сил $P_1, P_2 \dots P_n$ равномерно распределенных нагрузок $q_1, q_2 \dots q_n$ и моментов $M_1, M_2 \dots M_n$ полное усилие получим по принципу сложения действий:

$$S_k = \sum_1^n P_i \cdot y_i + \sum_1^n q_i \cdot \omega_i + \sum_1^n M_i \cdot \operatorname{tg} \alpha_i,$$

где n – соответствующее количество нагрузок P_i, q_i, M_i ; y_i – ордината линий влияния определяемого усилия под действием силы P_i ; ω_i – площадь участка линии влияния под нагрузкой q_i ; α_i – угол наклона линии влияния в точке приложения момента M_i .

Усилия M_{k_1}, N_{k_1} и Q_{k_1} в сечении k_1 по линиям влияния от заданной нагрузки

При действии заданной нагрузки (см. рис. 6, а) изгибающий момент в сечении определится по формуле:

$$M_{k_1} = P_1 y_1 + P_2 y_2 + q_1 \omega_1 + q_2 \omega_2$$

Ордината на линии влияния M_{k_1} под силой P_1 : $y_1 = 1,97$ м.

Ордината на линии влияния M_{k_1} под силой P_2 определится из пропорции:

$$\frac{y_2}{9} = \frac{-1,125}{12}, \text{ откуда } y_2 = \frac{-1,125 \cdot 9}{12} = -0,844 \text{ м.}$$

Площадь участка линии влияния M_{k_1} под нагрузкой q_1 :

$$\omega_1 = \frac{1,97 \cdot 3}{2} + \frac{(1,97 - 1,125) \cdot 9}{2} = 6,758 \text{ м}^2.$$

Площадь участка линии влияния M_{k_1} под нагрузкой q_2 :

$$\omega_2 = -\frac{1,125 \cdot 12}{2} = -6,75 \text{ м}^2.$$

Момент в сечении k_1 :

$$M_{k_1} = 12 \cdot 1,97 - 4 \cdot 0,844 + 2 \cdot 6,758 - 3 \cdot 6,75 = 13,53 \text{ кНм.}$$

Момент в сечении k_1 , определенный аналитически (рис. 2): $M_{k_1} = 13,5$ кНм.

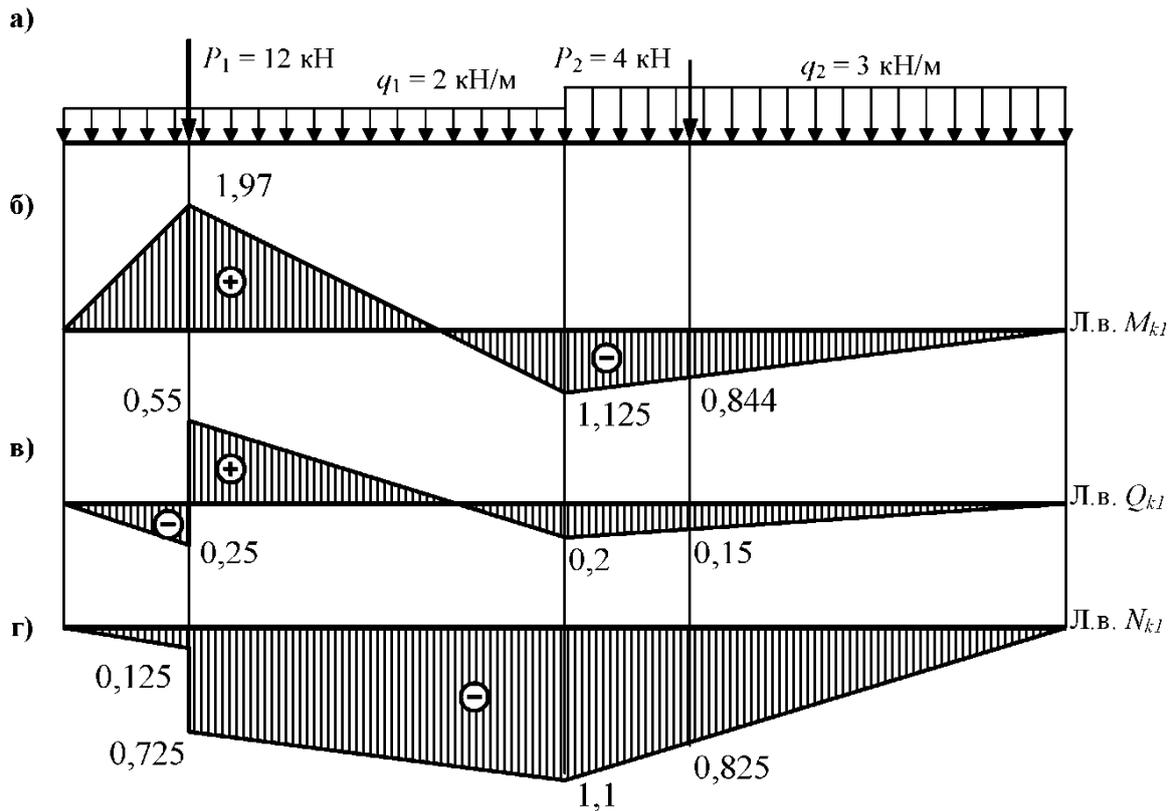


Рис. 6. Определение усилий по линиям влияния в сечении k_1 .

Разница в значениях момента составляет $\frac{13,53 - 13,5}{13,5} \cdot 100\% = 0,22\%$, что менее предельной ошибки [3 %], и обусловлена округлениями при подсчетах.

Поперечная сила в сечении k_1 определится по той же формуле:

$$Q_{k_1} = P_1 y_1 + P_2 y_2 + q_1 \omega_1 + q_2 \omega_2$$

При определении значения y_1 замечаем, что сила P_1 находится как раз в сечении k_1 и в этом месте происходит скачок значений на линии влияния Q_{k_1} . Из двух значений выбираем любое, например $y_1 = 0,55$ (определяем поперечную силу чуть левее сечения).

Ордината на линии влияния Q_{k_1} под силой P_2 определится из пропорции:
 $\frac{y_2}{9} = \frac{-0,2}{12}$, откуда $y_2 = \frac{-0,2 \cdot 9}{12} = -0,15$.

$$\omega_1 = \frac{-0,25 \cdot 3}{2} + \frac{(0,55 - 0,2) \cdot 9}{2} = 1,2 \text{ м.}$$

$$\omega_2 = \frac{-0,2 \cdot 12}{2} = -1,2 \text{ м.}$$

Поперечная сила в сечении k_1 :

$$Q_{k_1} = 12 \cdot 0,55 - 4 \cdot 0,15 + 2 \cdot 1,2 - 3 \cdot 1,2 = 4,8 \text{ кН.}$$

Поперечная сила в сечении k_1 , определенная аналитически: $Q_{k_1} = 4,8$ кН. Значения совпадают.

Аналогично определим по линии влияния продольную силу в сечении k_1 .

$$y_1 = -0,725; \quad y_2 = \frac{-1,1 \cdot 9}{12} = -0,825; \quad \omega_1 = \frac{-0,125 \cdot 3}{2} - \frac{(0,725 + 1,1) \cdot 9}{2} = -8,4 \text{ м};$$
$$\omega_2 = \frac{-1,1 \cdot 12}{2} = -6,6 \text{ м}.$$

$$N_{k_1} = -12 \cdot 0,725 - 4 \cdot 0,825 - 2 \cdot 8,4 - 3 \cdot 6,6 = -48,6 \text{ кН}.$$

Поперечная сила в сечении k_1 , определенная аналитически: $N_{k_1} = -48,6$ кН. Значения совпадают.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Киселев В. А. Строительная механика. Общий курс: Учеб. для вузов. 4-е изд., перераб. и доп. М.: Стройиздат, 1986. 520 с.
2. Построение линий влияния в трехшарнирных арках / Е. Ф. Ежов, Ю. В. Юркин, В. Д. Антошкин, В. Е. Ежов // Современные технологии строительных материалов и конструкций: Материалы Всерос. науч.-техн. конф., посвященной 150-летию со дня рождения академика В.Г. Шухова. Саранск, 2003. С 125.

Содержание

ПОРЯДОК ПОЛУЧЕНИЯ ЗАДАНИЙ	3
ЗАДАНИЕ	4
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПОРНЫХ РЕАКЦИЙ ОТ ЗАДАННОЙ НАГРУЗКИ.....	4
ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ В СЕЧЕНИЯХ АРКИ	4
ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЯ В ТРЕХШАРНИРНЫХ АРКАХ	7
Линии влияния опорных реакций	7
Линии влияния распора H	7
Линии влияния изгибающего момента M_K , поперечной силы Q_K , продольной силы N_K в сечении K , находящемся левее ключевого шарнира.....	8
ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЯ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ В СЕЧЕНИИ K_1, РАСПОЛОЖЕННОМ ЛЕВЕЕ КЛЮЧЕВОГО ШАРНИРА C.....	11
Построение линии влияния изгибающего момента M_{K1}	12
Построение линии влияния поперечной (Q_{K1}) и продольной (N_{K1}) сил	13
ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ ЛИНИЙ ВЛИЯНИЯ ВНУТРЕННИХ УСИЛИЙ В СЕЧЕНИИ K_2, РАСПОЛОЖЕННОМ ПРАВЕЕ КЛЮЧЕВОГО ШАРНИРА C.....	13
Построение линии влияния изгибающего момента M_{K2}	13
Построение линии влияния поперечной (Q_{K2}) и продольной (N_{K2}) сил	14
ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСИЛИЙ ПО ЛИНИЯМ ВЛИЯНИЯ ОТ ЗАДАННОЙ НАГРУЗКИ	15
Усилия M_{K1} , N_{K1} и Q_{K1} в сечении K_1 по линиям влияния от заданной нагрузки	15
ОБУЧАЮЩИЙ ПРИМЕР РАСЧЕТА ТРЕХШАРНИРНОЙ АРКИ НА "LIRA-WINDOWS" ВЕРСИИ 8.01	ОШИБКА! ЗАКЛАДКА НЕ ОПРЕДЕЛЕНА.
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	17