

ОПД.Р.03 СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА
РАСЧЕТ НЕРАЗРЕЗНЫХ БАЛОК
Методические указания и задания к
расчетно-проектировочной работе

Настоящие материалы содержат методические указания и задания к расчетно-проектировочной работе № 6.

Предназначено для студентов III курса специальности «Промышленное и гражданское строительство».

ПРЕДИСЛОВИЕ

В соответствии с программой по строительной механике студенты строительных специальностей должны выполнить расчетно-проектировочную работу (РПР) по теме «Расчет неразрезных балок». Ограниченный тираж «Руководства к практическим занятиям» [3], а также отсутствие методических указаний по выполнению расчета неразрезных балок с применением персональных ЭВМ затрудняют выполнение этой работы.

Настоящие методические указания имеют цель:

- а) показать объем задания и порядок решения задач;
- б) дать пример оформления задания;
- в) привести дополнительные примеры решения характерных задач строительной механики;
- г) дать пример решения задачи на ЭВМ с использованием программы «LIRA-Windows» версии 9.4.

Помимо этого методические указания содержат комплект вариантов задач с текстом задания и таблицами исходных данных.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНЫХ РАБОТ

Каждая расчетно-проектировочная работа должна содержать графическую часть с необходимыми вычислениями и объяснениями, которые приводятся в пояснительной записке.

Схемы, содержащие эпюры усилий, должны быть выполнены четко, аккуратно, в них необходимо указать масштабы длин и сил. В характерных сечениях на эпюрах усилий проставляются числовые значения последних. На эпюрах поперечных сил проставляются знаки (+) или (-). Ординаты эпюр изгибающих моментов откладываются со стороны растянутых волокон. Знак не указывается.

На титульном листе пояснительной записки необходимо привести следующие данные:

- 1) наименование вуза и кафедры;
- 2) название и номер работы;
- 3) факультет, курс, группу, фамилии студента и ведущего преподавателя.

С примерами оформления РПР можно ознакомиться на кафедре прикладной механики. Образец выполнения титульного листа приводится в прил. 3. Для получения зачета нужно выполнить все работы и защитить их. Принимая зачет, преподаватель проводит опрос по каждой теме: студенту предлагается решить ряд задач по той или иной расчетно-проектировочной работе.

Вариант задания для каждого студента определяется преподавателем в соответствии с номерами схем и строк, приводимых в таблицах.

ЗАДАНИЕ К РАСЧЕТУ НЕРАЗРЕЗНОЙ БАЛКИ

Для заданной балки требуется:

1. С помощью уравнения трех моментов найти опорные моменты и построить эпюры изгибающих моментов M и поперечных сил Q от постоянной нагрузки.
2. Найти моментные фокусные отношения и построить эпюры изгибающих моментов M от последовательного нагружения каждого пролета временной нагрузкой.
3. Построить объемлющие (огibaющие) эпюры.
4. Рассчитать усилия в балке на ЭВМ от действия постоянной нагрузки.

Исходные данные приведены в табл. 1, 2 и приложенных к ним схемах (рис. 1, 2) по шифру студента: номер строки табл. 1 должен совпадать с последней цифрой шифра, а номер строки табл. 2 – с предпоследней.

Исходные данные к заданию

Таблица 1

Номер строки	Постоянная нагрузка					Относительные величины моментов инерции			
	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	P_1 , кН	P_2 , кН	m , кН·м	J_1	J_2	J_3	J_4
1	1,0	1,0	12,0	6,0	5	1,0	2,0	1,0	2,0
2	3,0	2,0	9,0	8,0	6	3,0	2,0	2,0	3,0
3	1,0	2,0	6,0	4,0	7	1,0	1,0	2,0	2,0
4	1,0	3,0	16,0	8,0	8	3,0	3,0	2,0	1,0
5	2,0	1,0	15,0	8,0	9	2,0	1,0	1,0	2,0
6	2,0	3,0	18,0	4,0	10	2,0	2,0	1,5	1,0
7	10,0	1,5	12,0	4,0	11	2,0	2,0	1,0	1,0
8	1,5	1,0	10,0	5,0	12	1,5	2,0	1,0	1,0
9	1,5	1,5	15,0	6,0	13	2,0	1,5	2,0	2,0
0	2,0	3,0	12,0	15,0	14	1,0	2,5	2,0	3,0

Таблица 2

Номер строки	Длина, м				λ	Временная нагрузка, $q_{вр}$, кН/м	Номер схемы балки	Номер схемы нагрузки
	l_1	l_2	l_3 l_4	$c=a$				
1	6,0	8,0	6,0	1,0	0,5	1,8	1	0
2	6,0	7,0	9,0	2,0	0,5	1,9	2	9
3	5,0	7,0	6,0	2,0	0,3	2,0	3	8
4	4,0	6,0	7,0	1,0	0,3	2,1	4	7
5	6,0	8,0	7,0	2,0	0,5	2,3	5	6
6	7,0	8,0	10,0	2,0	0,3	2,0	1	5
7	4,0	5,0	5,0	1,0	0,3	2,2	2	4
8	8,0	4,0	4,0	1,0	0,25	2,4	3	3
9	5,0	6,0	8,0	2,0	0,25	2,8	4	2
0	6,0	5,0	7,0	1,0	0,5	1,8	5	1

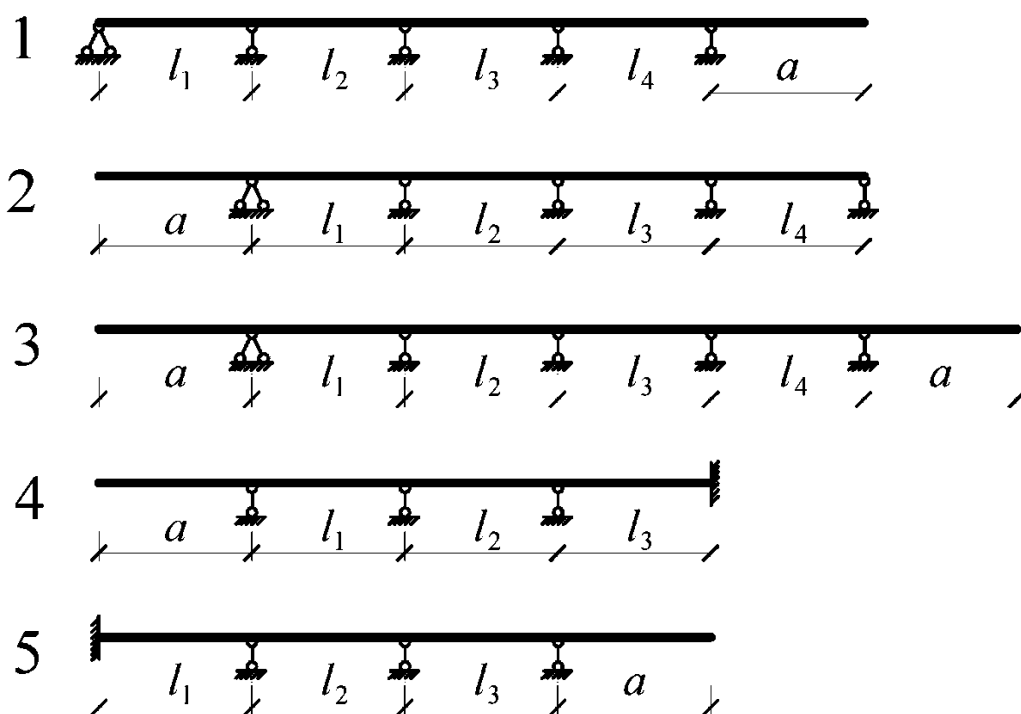
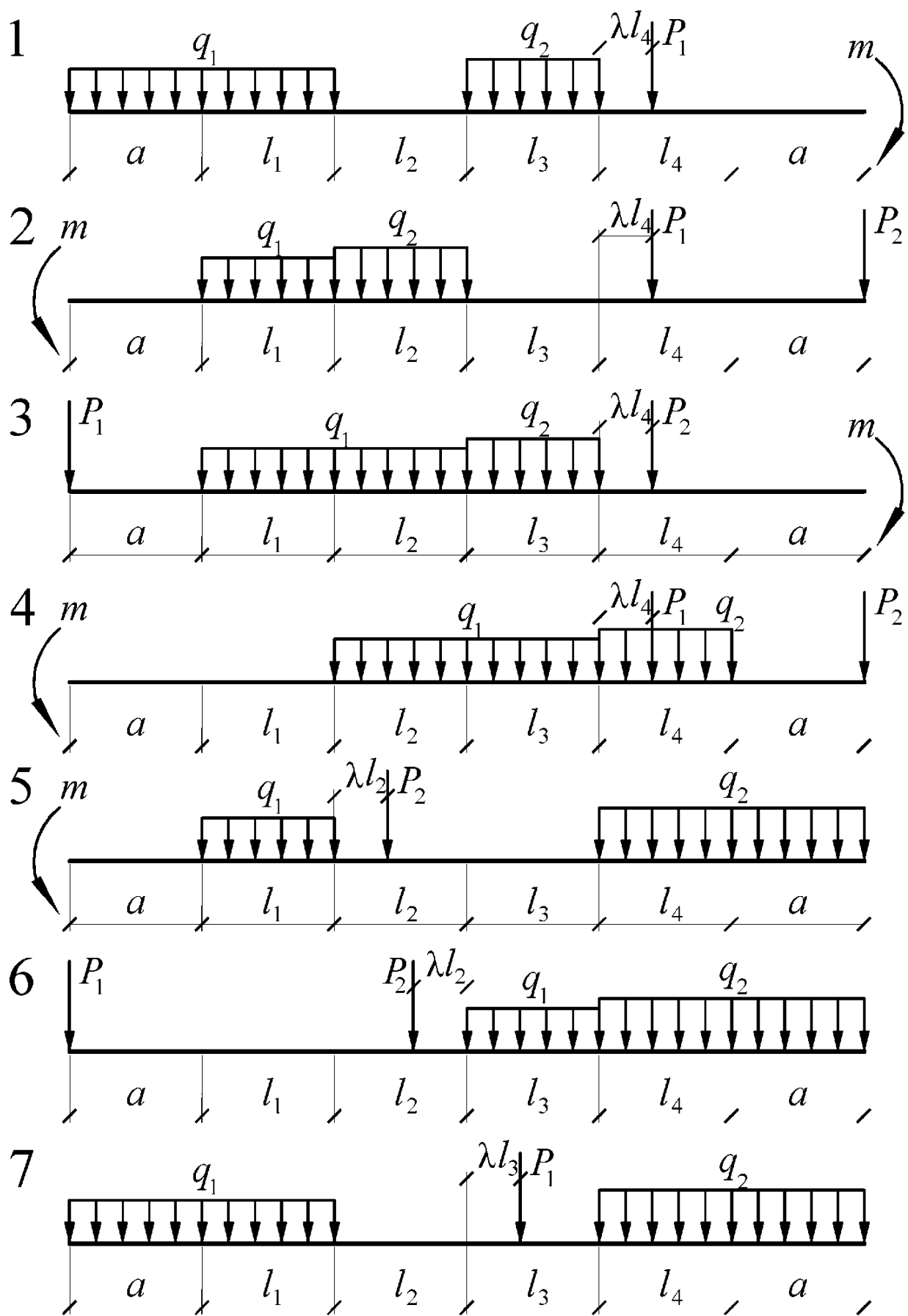


Рис. 1. Схемы балок



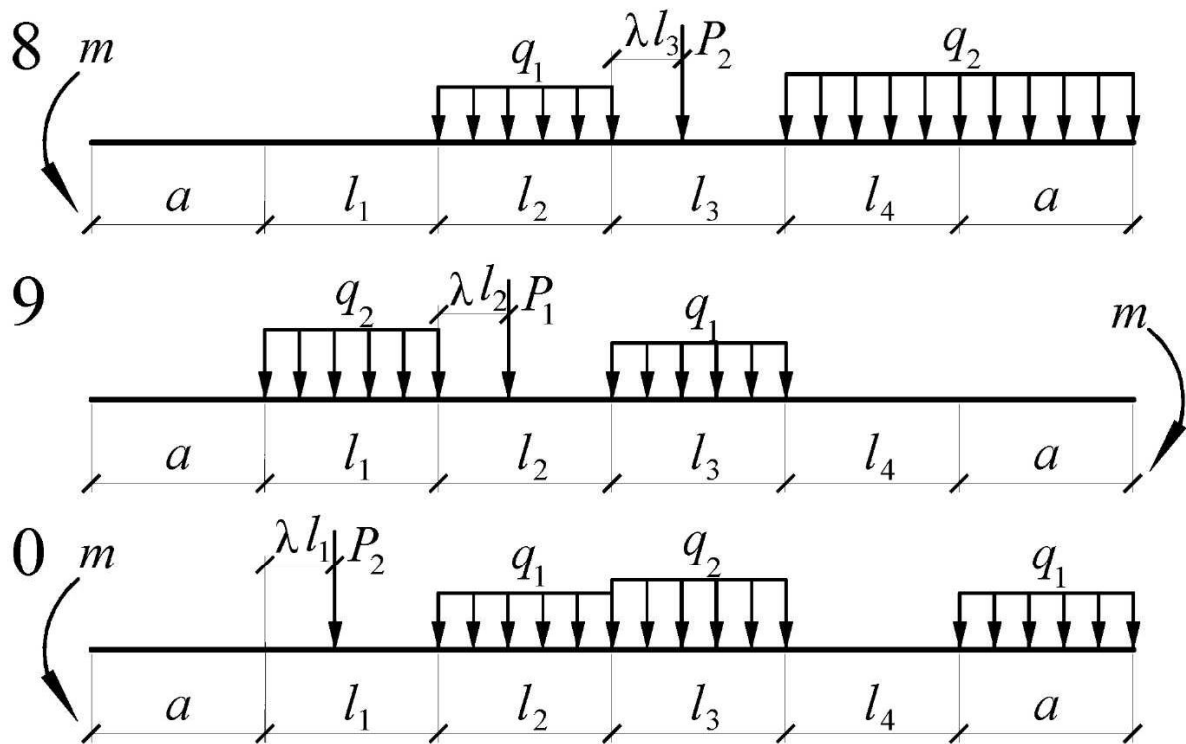


Рис. 2. Схемы нагрузок

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Неразрезной называется статически неопределимая сплошная балка, имеющая более двух вертикальных опор и, следовательно, перекрывающая более двух пролетов. Если своими концами она опирается на шарнирные опоры, это простая неразрезная балка; если имеет консоли – консольно-неразрезная; если имеет по концам защемления – неразрезная с одним или двумя защемлениями.

Степень статической неопределимости неразрезной балки L зависит от вида опор и может быть определена по формулам

$$L = 3K - Ш \text{ или } L = C_{оп} - 3, \quad (1)$$

где K – число замкнутых контуров системы;

$Ш$ – число простых шарниров;

$C_{оп}$ – число опорных связей (не опор).

Расчет балки по уравнению трех моментов

Расчет нужно начинать с выбора основной системы, которую можно получить из заданной путем удаления лишних связей, препятствующих взаимному повороту смежных сечений балки над ее опорами (т.е. ввести во всех опорах шарниры и обозначить над ними неизвестные опорные моменты). После этого следует приступить к составлению системы уравнений трех моментов. В общем виде уравнение запишется следующим образом:

$$M_{n-1}l'_n + 2M_n(l'_n + l'_{n+1}) + M_{n+1}l'_{n+1} = -6B_n^\Phi \frac{J_c}{J_n} - 6A_{n+1}^\Phi \frac{J_c}{J_{n+1}}, \quad (2)$$

где J_c – произвольный момент инерции сечения, который для расчета можно принять равным моменту инерции одного из участков;

$l'_n = l_n \frac{J_c}{J_n}$ – приведенная длина пролета;

l'_n – приведенная длина n -го пролета;

A_{n+1}^Φ – левая фиктивная опорная реакция от загрузки пролета $(n + 1)$ заданной нагрузкой;

B_n^Φ – правая фиктивная опорная реакция от загрузки пролета n заданной нагрузкой.

Величины фиктивных опорных реакций определяются следующим образом:

$$A_{n+1}^\Phi = \frac{\omega_{n+1} b_{n+1}}{l_{n+1}}; \quad B_n^\Phi = \frac{\omega_n a_n}{l_n},$$

где ω_{n+1} , ω_n – площади эпюр изгибающих моментов на пролетах $(n + 1)$ и n в основной системе от заданной нагрузки;

b_{n+1} – расстояние центра тяжести эпюры M_p на балке $(n + 1)$ до опоры;

a_n – расстояние от центра тяжести эпюры M_p на балке n до опоры;

l_{n+1} , l_n – длина пролета.

При составлении уравнения трех моментов следует помнить, что:

1) если балка имеет консоль, то консольные ее части в основной системе отбрасываются, а их действие заменяется известными моментами и поперечными силами;

2) если балка имеет заделки на крайних опорах или на одной из них, то в основной системе они условно заменяются дополнительным пролетом бесконечно большой жесткости.

Таким образом, получив систему уравнений трех моментов и решив ее, найдем неизвестные опорные моменты. Определив опорные моменты, приступают к построению эпюры изгибающих моментов M , пользуясь следующей формулой:

$$M_x = M_x^0 + M_{n-1} \frac{l_n - x}{l_n} + M_n \frac{x}{l_n}, \quad (3)$$

где M_x^0 – изгибающий момент от заданной нагрузки в простой шарнирно опертой балке;

M_{n-1}, M_n – опорные моменты, полученные при решении системы уравнений трех моментов;

x – расстояние до рассматриваемого сечения.

Построив эпюру изгибающих моментов M , следует выполнить ее проверку, используя формулу Мора

$$\sum \int \frac{M \bar{M}_s}{EJ} dS \approx 0 \quad (4)$$

или правило Верещагина

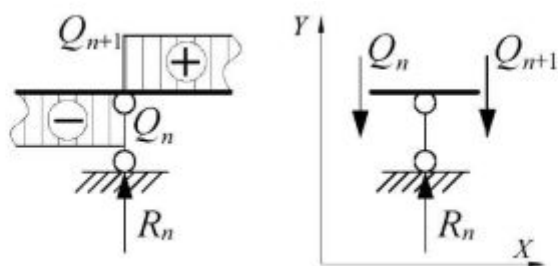
$$\sum \frac{\omega_M y_s}{EJ} \Delta x \approx 0. \quad (5)$$

После проверки правильности построения эпюр M строят эпюру поперечных сил Q как и для статически неопределимых рам. Для определения поперечной силы следует применить формулу

$$Q_x = Q_x^0 + \frac{M_n - M_{n-1}}{l_n}, \quad (6)$$

где Q_x^0 – балочная поперечная сила в сечении x в статически определимой балке от внешней нагрузки;

Опорные реакции определяются уже по построенной эпюре поперечных сил. Выделяется фрагмент эпюры поперечных сил в районе n -й опоры и вырезается этот узел. Поперечные положительные силы вращают узел по часовой стрелке.



$$\sum Y = 0: R_n - Q_n - Q_{n+1} = 0; \quad R_n = Q_n + Q_{n+1}.$$

Проверка правильности построения эпюр M, Q и опорных реакций проводится так же, как и для статически неопределимых рам.

Расчет балки методом моментных фокусов

При построении эпюры изгибающих моментов от временной нагрузки следует воспользоваться методом моментных фокусных отношений.

Загружается последовательно каждый пролет и вычисляются величины изгибающих моментов на концах каждого загруженного пролета, для этого прежде вычисляется левые ($K_n^{\text{л}}$) и правые ($K_n^{\text{пр}}$) фокусные отношения по формулам.

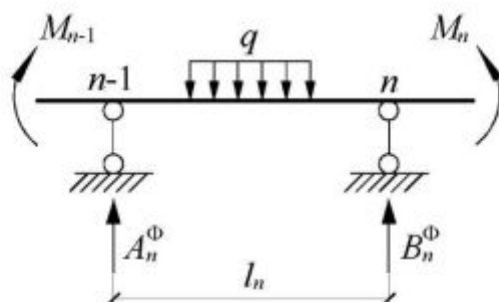
Формула для определения левых моментно-фокусных отношений балки

$$K_{n+1}^{\text{л}} = 2 + \frac{l'_n}{l'_{n+1}} \left(2 - \frac{1}{K_n^{\text{л}}} \right). \quad (7)$$

Формула для определения правых моментно-фокусных отношений балки

$$K_{n+1}^{\text{пр}} = 2 + \frac{l'_n}{l'_{n-1}} \left(2 - \frac{1}{K_n^{\text{пр}}} \right). \quad (8)$$

Формулы для определения опорных моментов по концам загруженного пролета



$$M_{n-1} = -\frac{6A_n^{\phi} \cdot K_n^{\text{пр}} - 6B_n^{\phi}}{l_n (K_n^{\text{л}} \cdot K_n^{\text{пр}} - 1)}; \quad (9)$$

$$M_n = -\frac{6B_n^\Phi \cdot K_n^\lambda - 6A_n^\Phi}{l_n(K_n^\lambda \cdot K_n^{\text{np}} - 1)}. \quad (10)$$

Формула для определения опорных моментов на опорах, расположенных левее опоры $(n - 1)$ загруженного пролета,

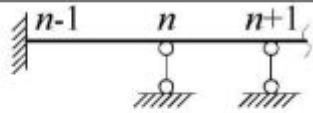
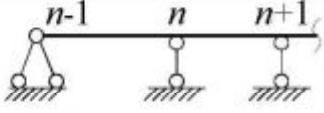
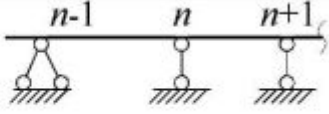
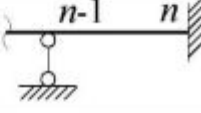
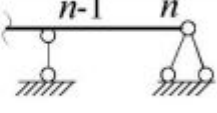
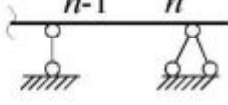
$$M_{n-2} = -\frac{M_{n-1}}{K_{n-1}^\lambda}. \quad (11)$$

Формула для определения опорных моментов на опорах, расположенных правее опоры n загруженного пролета,

$$M_{n+1} = -\frac{M_n}{K_{n+1}^{\text{np}}}. \quad (12)$$

$K_n^\lambda, K_n^{\text{np}}$ зависят от способа закрепления балки (табл. 3).

Таблица 3

	$K_n^\lambda = 2$
	$K_n^\lambda = \infty$
	$K_n^\lambda = \infty$
	$K_n^{\text{np}} = 2$
	$K_n^{\text{np}} = \infty$
	$K_n^{\text{np}} = \infty$

Все эпюры изгибающих моментов от временной нагрузки необходимо построить в том же масштабе, что и эпюра изгибающих моментов от постоянной нагрузки. Они строятся одна под другой. Для построения огибающей эпюры изгибающих моментов нужно каждый пролет разбить на три части и подсчитать соответствующие величины ординат изгибающих моментов. Для получения величин максимальных ординат изгибающих моментов (M_{max}) в каждом сечении к моменту

от постоянной нагрузки ($M_{\text{пост}}$) прибавляет все положительные ординаты от временной нагрузки, а для получения величин минимальных ординат изгибающих моментов (M_{min}) в каждом сечении к моменту от постоянной нагрузки ($M_{\text{пост}}$) – все отрицательные ординаты от временной нагрузки:

$$M_{\text{max}} = M_{\text{пост}} + \Sigma(+M_{\text{вр}}); \quad (13)$$

$$M_{\text{min}} = M_{\text{пост}} + \Sigma(-M_{\text{вр}}). \quad (14)$$

Аналогично этому находят Q_{max} и Q_{min}

$$Q_{\text{max}} = Q_{\text{пост}} + \Sigma(+Q_{\text{вр}}); \quad (15)$$

$$Q_{\text{min}} = Q_{\text{пост}} + \Sigma(-Q_{\text{вр}}). \quad (16)$$

Ординаты M_{max} и M_{min} определяют обычно в табличной форме, построение Q_{max} и Q_{min} может быть выполнено без таблицы.

ПРИМЕР РАСЧЕТА БАЛКИ МЕТОДОМ УРАВНЕНИЙ ТРЕХ МОМЕНТОВ

Рассчитать и построить эпюры M и Q для неразрезной балки (рис. 4.)

Определяем степень статической неопределимости:

$$n = C_{\text{оп}} - 3 = 6 - 3 = 3.$$

Выбираем основную систему согласно рис. 3б. Момент на опоре 3 определяется нагрузкой на консоли:

$$M_3 = -30 \cdot 2 = -60 \text{ кН/м.}$$

Вычисляем для характерных сечений каждого пролета как для простой балки изгибающие моменты M_p^{δ} .

$$\text{Пролет 1:} \quad M_0^{\delta} = 0; M_a^{\delta} = \frac{ql_1^2}{8} = \frac{20 \cdot 4^2}{8} = 40 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_1^{\delta} = 0.$$

$$\text{Пролет 2:} \quad M_1^{\delta} = 0; M_b^{\delta} = 77,33 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_c^{\delta} = 34,67 \text{ кН} \cdot \text{м}; \\ M_b^{\delta'} = 42,67 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_2^{\delta} = 0.$$

$$\text{Пролет 3:} \quad M_2^{\delta} = 0; M_r^{\delta} = 105,47 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_3^{\delta} = 0.$$

По вычисленным значениям строим эпюру M_p^{δ} в основной системе (рис. 3в).

По формуле (2) составляем уравнения трех моментов для опор, соответственно приняв $n=(0, 1, 2)$:

$$\begin{cases} 2M_0 l'_1 + M_1 l'_1 = -6 \frac{J_0}{J_1} A_1^\Phi, \\ M_0 l'_1 + 2M_1(l'_1 + l'_2) + M_2 l'_2 = -6 \frac{J_0}{J_1} B_1^\Phi - 6 \frac{J_0}{J_2} A_2^\Phi, \\ M_1 l'_2 + 2M_2(l'_2 + l'_3) + M_3 l'_3 = -6 \frac{J_0}{J_2} B_2^\Phi - 6 \frac{J_0}{J_3} A_3^\Phi. \end{cases} \quad (a)$$

Приняв $J_0 = J_2$, найдем значения $l'_1, l'_2, l'_3, A^\Phi, B^\Phi$. Так как $l'_n = l_n \frac{J_0}{J_n}$, то

$$l'_1 = 2 \text{ м}, l'_2 = 6 \text{ м}, l'_3 = 3 \text{ м}.$$

Для первого и третьего пролетов от равномерно распределенной нагрузки, пользуясь прил. 2, находим:

$$6A_1^\Phi = 6B_1^\Phi = \frac{q_1 l_1^3}{4} = \frac{20 \cdot 4^3}{4} = 320;$$

$$6A_3^\Phi = 6B_3^\Phi = \frac{q_2 l_3^3}{4} = \frac{15 \cdot 7,5^3}{4} = 1582,03;$$

$$\begin{aligned} 6A_2^\Phi &= pl^2 uv(1+v) - ml(1-3v_1^2) = \\ &= 60 \cdot 6^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \left(1 + \frac{2}{3}\right) - 8 \cdot 6 \left(1 - 3 \left(\frac{2}{3}\right)^2\right) = 816; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6B_2^\Phi &= pl^2 uv(1+u) + ml(1-3u_1^2) = \\ &= 60 \cdot 6^2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \left(1 + \frac{1}{3}\right) - 8 \cdot 6 \left(1 - 3 \left(\frac{2}{3}\right)^2\right) = 624; \end{aligned}$$

Подставив найденные величины в систему уравнений (а), получим:

$$\begin{cases} 2M_0 \cdot 2 + M_1 \cdot 2 = -\frac{1}{2} \cdot 320; \\ M_0 \cdot 2 + 2M_1(2+6) + M_2 \cdot 6 = -\frac{1}{2} \cdot 320 - 1 \cdot 816; \\ M_1 \cdot 6 + 2M_2(6+3) - 60 \cdot 3 = -624 - \frac{1}{2,5} \cdot 1582,03. \end{cases}$$

Решив эту систему уравнений, определяем

$$M_0 = -21,19 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_1 = -37,62 \text{ кН} \cdot \text{м}; M_2 = -47,28 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

По формуле (3) находим моменты в характерных сечениях балки:

$$M_x = M_x^6 + M_{n-1} \frac{l_n - x}{l_n} + M_n \frac{x}{l_n};$$

$$M_a = 40 - 21,19 \cdot \frac{4-2}{4} - 37,62 \cdot \frac{2}{4} = 10,60 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_6 = 77,33 - 37,62 \cdot \frac{6-2}{6} - 47,28 \cdot \frac{2}{6} = 36,50 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_8 = 34,68 - 37,62 \cdot \frac{6-4}{6} - 47,28 \cdot \frac{4}{6} = -9,39 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M'_8 = -1,39 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_r = 105,47 - 47,28 \cdot \frac{7,5-3,75}{7,5} - 60 \cdot \frac{3,75}{7,5} = 51,83 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_d = 0;$$

По вычисленным в характерных сечениях ординатам строится окончательная эпюра M (рис. 3 г).

По формуле (6) находим поперечные силы:

$$Q_{01} = \frac{20 \cdot 4}{2} + \frac{-37,62 + 21,19}{4} = 35,89 \text{ кН};$$

$$Q_{10} = \frac{-20 \cdot 4}{2} + \frac{-37,62 + 21,19}{4} = -44,11 \text{ кН};$$

$$Q_{61} = Q_{16} = \frac{36,5 + 37,62}{2} = 37,06 \text{ кН};$$

$$Q_{68} = Q_{86} = \frac{-9,39 - 36,5}{2} = -22,95 \text{ кН};$$

$$Q_{82} = Q_{28} = \frac{-47,28 + 1,39}{2} = -22,95 \text{ кН};$$

$$Q_{23} = \frac{15 \cdot 7,5}{2} + \frac{-60 + 47,28}{7,5} = 54,55 \text{ кН};$$

$$Q_{32} = -\frac{15 \cdot 7,5}{2} + \frac{-60 + 47,28}{7,5} = -57,95 \text{ кН};$$

$$Q_{3e} = Q_{e3} = \frac{60 - 0}{2} = 30 \text{ кН}.$$

Эпюры M и Q , построенные по результатам расчета, представлены на рис. 3 г, д. По ординатам эпюры Q определяем опорные реакции (рис. 3 и).

$$R_0 = 35,89 \text{ кН}; R_1 = 81,17 \text{ кН}; R_2 = 77,50 \text{ кН}; R_3 = 87,95 \text{ кН}.$$

Выполняем кинематическую проверку правильности построения эпюры M для балки. Следует помнить, что усилия от действия обобщенной силы $\bar{M}_i = 1$ (эпюры $\bar{M}_0, \bar{M}_1, \bar{M}_2$ показаны на рис. 3 е, ж, з) являются безразмерными величинами.

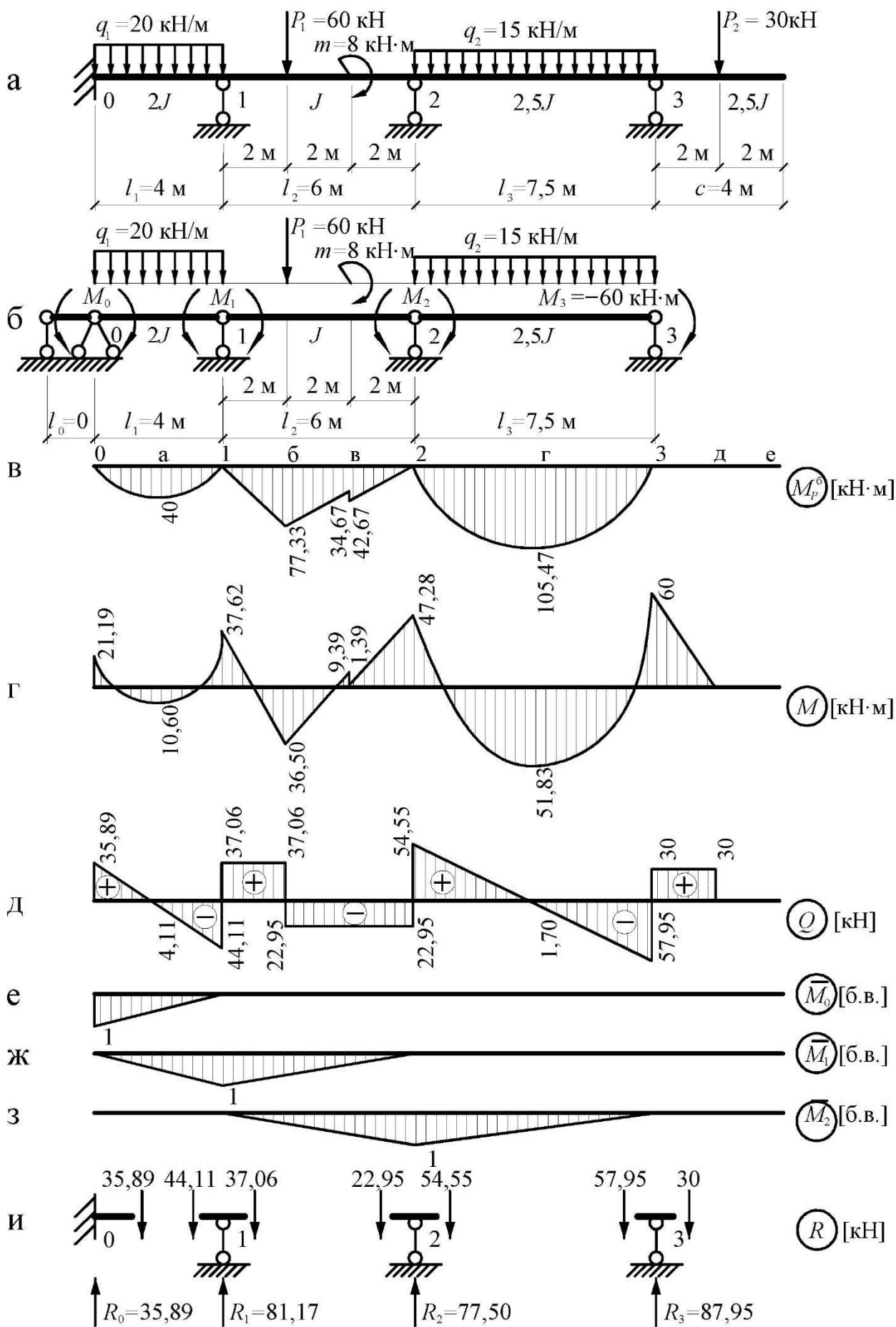


Рис. 3

$$\sum \int_0^l \frac{M\overline{M}_0}{EJ} dx = \frac{1}{2} \left(-\frac{4}{6} (2 \cdot 21,19 + 37,62 \cdot 1) + \frac{2 \cdot 4}{3} \cdot 40 \cdot \frac{1}{2} \right) = 0;$$

$$\begin{aligned} \sum \int_0^l \frac{M\overline{M}_1}{EJ} dx &= \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{6} (-2 \cdot 37,62 \cdot 1 - 21,19 \cdot 1) + \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot 4}{3} (1 + 0) \cdot 40 \cdot \frac{1}{2} + \\ &+ \frac{2}{6} \left(-2 \cdot 37,62 + 2 \cdot 36,5 \cdot \frac{2}{3} - 37,62 \cdot \frac{2}{3} + 36,5 \cdot 1 \right) + \\ &+ \frac{2}{6} \left(2 \cdot 36,5 \cdot \frac{2}{3} - 2 \cdot 9,39 \cdot \frac{1}{3} + 36,5 \cdot \frac{1}{3} - 9,39 \cdot \frac{2}{3} \right) + \frac{2}{6} \left(-2 \cdot 1,39 \cdot \frac{1}{3} - 47,28 \cdot \frac{1}{3} \right) = \\ &= 0,01; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum \int_0^l \frac{M\overline{M}_2}{EJ} dx &= \frac{2}{6} \left(2 \cdot 36,5 \cdot \frac{1}{3} - 37,62 \cdot \frac{1}{3} \right) + \\ &+ \frac{2}{6} \left(2 \cdot 36,5 \cdot \frac{1}{3} - 2 \cdot 9,39 \cdot \frac{2}{3} + 36,5 \cdot \frac{2}{3} - 9,39 \cdot \frac{1}{3} \right) + \\ &+ \frac{2}{6} \left(-2 \cdot 1,39 \cdot \frac{2}{3} - 2 \cdot 47,28 \cdot 1 - 1,39 \cdot 1 - 47,28 \cdot \frac{2}{3} \right) + \\ &+ \frac{7,5}{2,5} \cdot \frac{1}{6} \cdot (-2 \cdot 47,28 \cdot 1 - 60) + \frac{2}{3} \cdot \frac{7,5}{2,5} \cdot 105,47 \cdot \frac{1}{2} = 0,002. \end{aligned}$$

Выполняем статическую проверку правильности расчета балки:

$$\begin{aligned} \sum Y &= 0; \quad 35,89 + 81,17 + 77,50 + 87,952 \cdot 4 - 60 - 15 \cdot 7,5 - 30 = \\ &= 282,51 - 282,5 = 0,01 \text{ кН}. \end{aligned}$$

$$\text{Погрешность составит: } \frac{0,01}{282,5} \cdot 100 \% = 0,0035 \% < 1 \%;$$

$$\begin{aligned} \sum M_0 &= 0; \quad -21,19 - 81,17 \cdot 4 - 77,5 \cdot 10 - 87,95 \cdot 17,5 + 20 \cdot 4 \cdot 2 + 60 \cdot 6 + 8 + \\ &+ 15 \cdot 7,5 \left(10 + \frac{7,5}{2} \right) + 30 \cdot 19,5 = -2652,12 + 2659,88 = 7,76 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

$$\text{Погрешность составит: } \frac{7,76}{2659,88} \cdot 100 \% = 0,29 \%, \quad \text{что меньше } 1 \%.$$

ПРИМЕР РАСЧЕТА БАЛКИ МЕТОДОМ ФОКУСОВ

Рассчитываем неразрезную балку методом фокусов на последовательное нагружение пролетов временной нагрузкой $q_{сп} = 20$ кН/м.

По формулам (7), (8) определяем левые и правые фокусные отношения:

$$K_1^{лев} = 2 + \frac{0}{2} \left(2 - \frac{1}{\infty} \right) = 2; \quad K_1^{пр} = 2 + \frac{6}{2} \left(2 - \frac{1}{3} \right) = 7;$$

$$K_2^{лев} = 2 + \frac{2}{6} \left(2 - \frac{1}{2} \right) = 2,5; \quad K_2^{пр} = 2 + \frac{3}{6} \left(2 - \frac{1}{\infty} \right) = 3;$$

$$K_3^{лев} = 2 + \frac{6}{3} \left(2 - \frac{1}{2,5} \right) = 5,2; \quad K_3^{пр} = \infty.$$

Нагрузка расположена на первом пролете (рис. 4).

Согласно формулам прил. 2 фиктивные опорные реакции составят:

$$6A_1^\Phi = 6B_1^\Phi = \frac{20 \cdot 4^3}{4} = 320.$$

По формулам (9), (10) находим:

$$M_0 = -\frac{320 \cdot 7 - 320}{4(2 \cdot 7 - 1)} = -36,92 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_1 = -\frac{320 \cdot 2 - 320}{4(2 \cdot 7 - 1)} = -6,15 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_2 = -\frac{6,15}{3} = 2,05 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_3 = 0.$$

Построение эпюры M, Q и определение опорных реакций производится так же, как и при расчете балки по методу уравнений трех моментов. Эпюры M, Q и опорные реакции показаны на рис. 4 в, г, е.

Кинематическая проверка:

$$\begin{aligned} \sum \int_0^l \frac{M\bar{M}_1}{EJ} dx &= -\frac{36,92 \cdot 4}{2 \cdot 2} \cdot \frac{1}{3} - \frac{6,15 \cdot 4}{2 \cdot 2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{40 \cdot 4}{2} \cdot \frac{1}{2} - \frac{6,15 \cdot 6}{2 \cdot 1} \cdot \frac{2}{3} + \\ &+ \frac{2,05 \cdot 6}{2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{3} = -28,71 + 28,72 = 0,01. \end{aligned}$$

Погрешность составит: $\frac{0,01}{28,71} \cdot 100\% = 0,03\%$, что меньше 1 %.

Кинематическую проверку желательно проводить, используя формулу

$$\sum \int_0^l \frac{M\bar{M}_s}{EJ} dx = 0 < 1 \%,$$

где $\bar{M}_s = (\bar{M}_1 + \bar{M}_2 \dots \bar{M}_n)$ – суммарная единичная эпюра основной системы метода сил (ОСМС).

Статическая проверка:

$$\sum Y = 0; \quad 47,69 + 33,68 - 1,64 + 0,27 - 20 \cdot 4 = 80 - 80 = 0.$$

Погрешность менее 1 %.

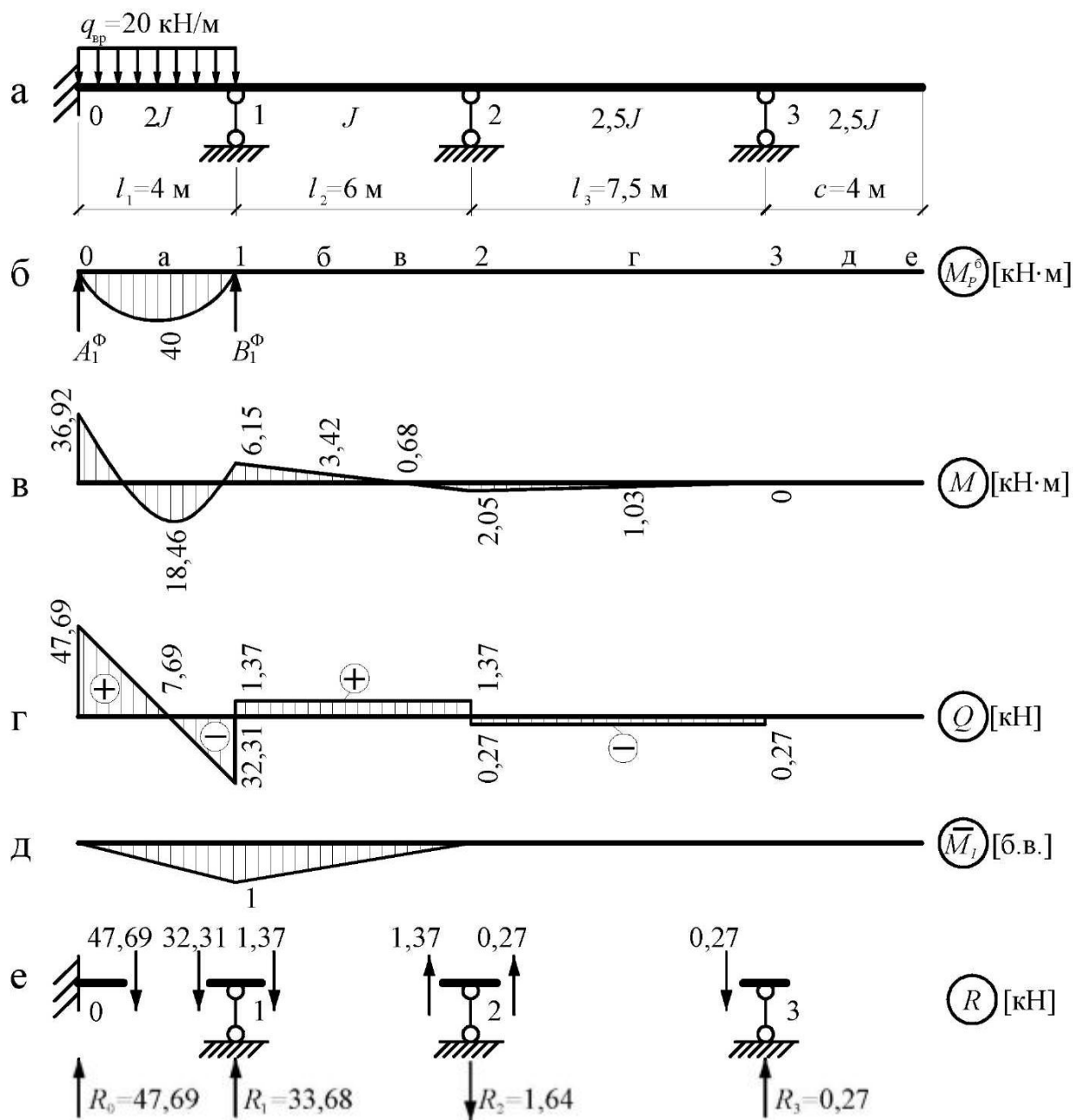


Рис. 4

Нагрузка расположена на втором пролете (рис. 5).

$$6A_2^\phi = 6B_2^\phi = \frac{20 \cdot 6^3}{4} = 1080;$$

$$M_0 = \frac{55,38}{2} = 27,69 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_1 = -\frac{1080 \cdot 3 - 1080}{6(2,5 \cdot 3 - 1)} = -55,38 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_2 = -\frac{1080 \cdot 2,5 - 1080}{6(2,5 \cdot 3 - 1)} = -41,54 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_3 = \frac{-41,54}{\infty} = 0.$$

Эпюры M, Q представлены на рис. 5 в, г. Определение опорных реакций показано на рис. 5 е.

Кинематическая проверка:

$$\begin{aligned} \sum \int_0^l \frac{M\bar{M}_2}{EJ} dx &= -\frac{55,38 \cdot 6}{2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{3} - \frac{41,54 \cdot 6}{2 \cdot 1} \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \cdot \frac{90 \cdot 6}{1} \cdot \frac{1}{2} - \frac{41,54 \cdot 7,5}{2,5 \cdot 2} \cdot \frac{2}{3} = \\ &= -180,01 + 180 = -0,01. \end{aligned}$$

Погрешность составит: $\frac{0,01}{180} \cdot 100\% = 0,005\%$, что меньше 1 %.

Статическая проверка:

$$\sum Y = 0; -20,77 + 83,08 + 63,23 - 5,54 - 120 = 120,72 - 120 = 0,72.$$

Погрешность составит: $\frac{0,72}{120} \cdot 100\% = 0,6\%$, что меньше 1 %.

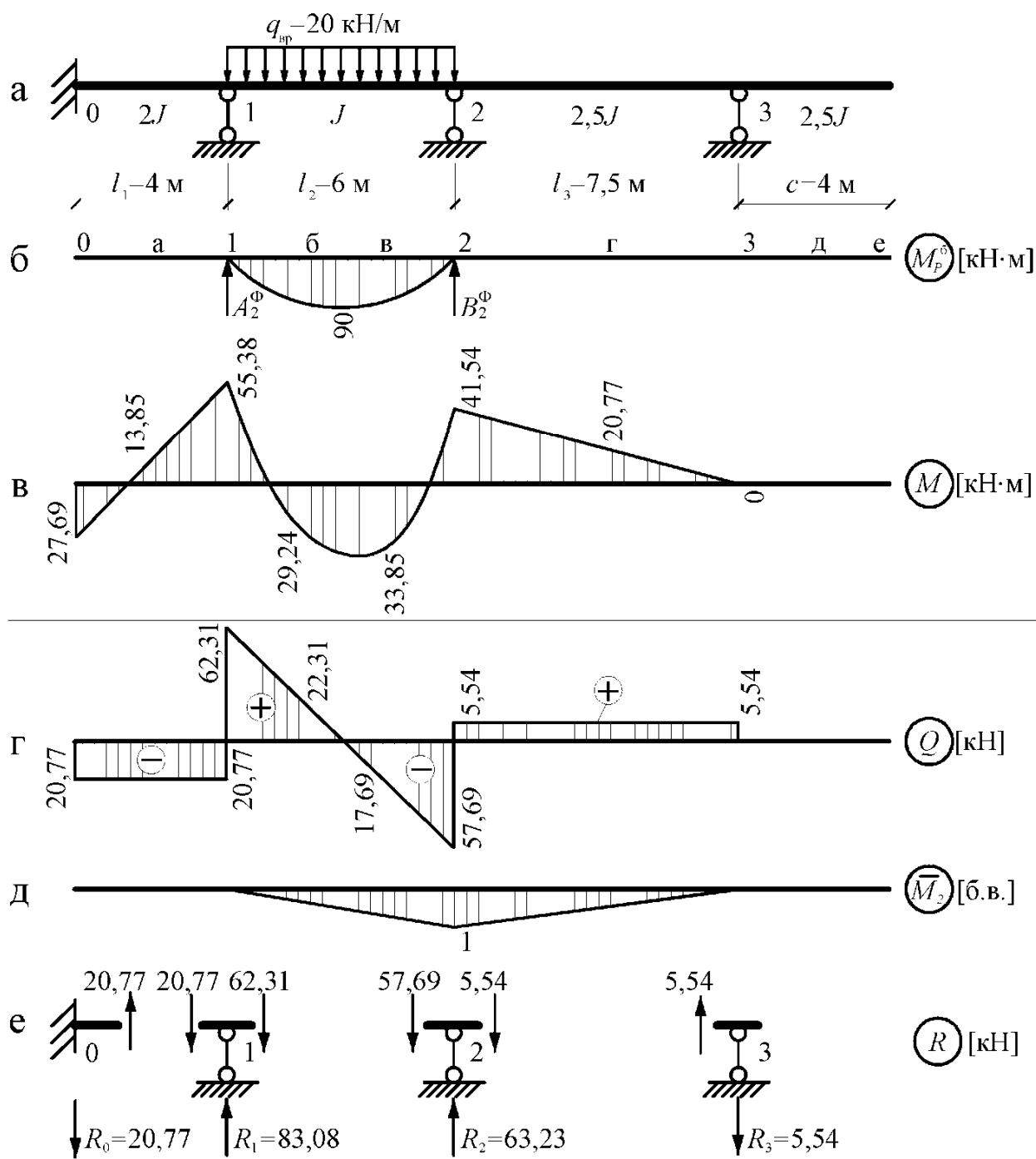


Рис. 5

Нагрузка расположена на третьем пролете (рис. 6).

$$6A_3^{\Phi} = 6B_3^{\Phi} = \frac{20 \cdot 7,5^3}{4} = 2109,4;$$

$$M_0 = -\frac{21,64}{2} = -10,82 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_1 = -\frac{54,1}{2,5} = -21,64 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_2 = -\frac{2109,4 \cdot \infty - 2109,4}{7,5(5,2 \cdot \infty - 1)} = -54,1 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_3 = \frac{-2109,4 \cdot 5,2 - 2109,4}{7,5(5,2 \cdot \infty - 1)} = 0.$$

Эпюры M, Q представлены на рис. 6 в, г. Определение опорных реакций показано на рис. 6 е.

Кинематическая проверка:

$$\sum \int_0^l \frac{M\bar{M}_2}{EJ} dx = \frac{21,64 \cdot 6}{2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{3} - \frac{54,1 \cdot 6}{2 \cdot 1} \cdot \frac{2}{3} - \frac{54,1 \cdot 7,5}{2 \cdot 2,5} \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{3} \cdot 140,62 \cdot 7,5 \cdot \frac{1}{2,5} \cdot \frac{1}{2} =$$

$$= -162,27 + 162,25 = -0,02.$$

Погрешность составит: $\frac{0,02}{162,25} \cdot 100 \% = 0,01 \%$, что меньше **1 %**.

Статическая проверка:

$$\sum Y = 0; 8,11 - 20,73 + 94,83 + 67,79 - 150 = 0.$$

Погрешность составит меньше **1 %**

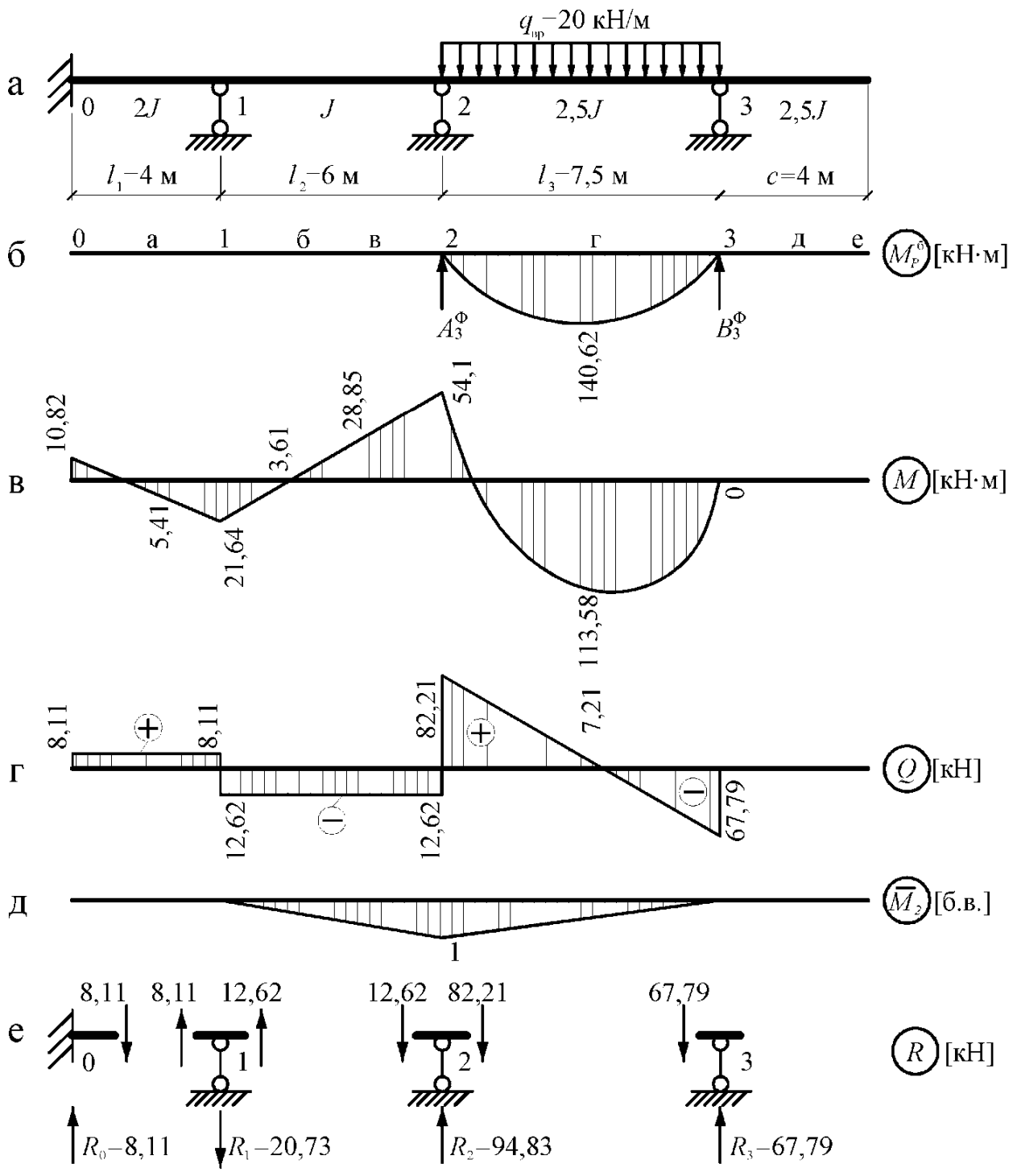


Рис. 6

Нагрузка расположена на консоли (рис. 7).

$$M_0 = -\frac{-12,31}{2} = 6,16 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_1 = -\frac{30,76}{2,5} = -12,31 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_2 = -\frac{-160}{5,2} = 30,78 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$M_3 = \frac{-20 \cdot 4^2}{2} = -160 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Эпюры M, Q представлены на рис. 7 б, в. Определение опорных реакций показано на рис. 6 д.

Кинематическая проверка:

$$\begin{aligned} \sum \int_0^l \frac{M\bar{M}_2}{EJ} dx &= \frac{12,31 \cdot 6}{2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{3} + \frac{30,78 \cdot 6}{2 \cdot 1} \cdot \frac{2}{3} - \frac{30,78 \cdot 7,5}{2 \cdot 2,5} \cdot \frac{2}{3} - \frac{160 \cdot 7,5}{2 \cdot 2,5} \cdot \frac{1}{3} = \\ &= -92,3 + 92,28 = -0,02. \end{aligned}$$

Погрешность составит: $\frac{0,02}{92,28} \cdot 100\% = 0,02\%$, что меньше 1%.

Статическая проверка:

$$\sum Y = 0; -4,62 + 11,79 - 32,62 + 105,49 - 80 = 0.$$

$$\begin{aligned} \sum M_0 &= 0; 6,16 - 11,79 \cdot 4 + 32,62 \cdot 10 - 105,49 \cdot 17,5 + 20 \cdot 4 \cdot 19,5 = \\ &= 0,065 \text{ кН} \cdot \text{м}. \end{aligned}$$

Погрешность составит 0,003%.

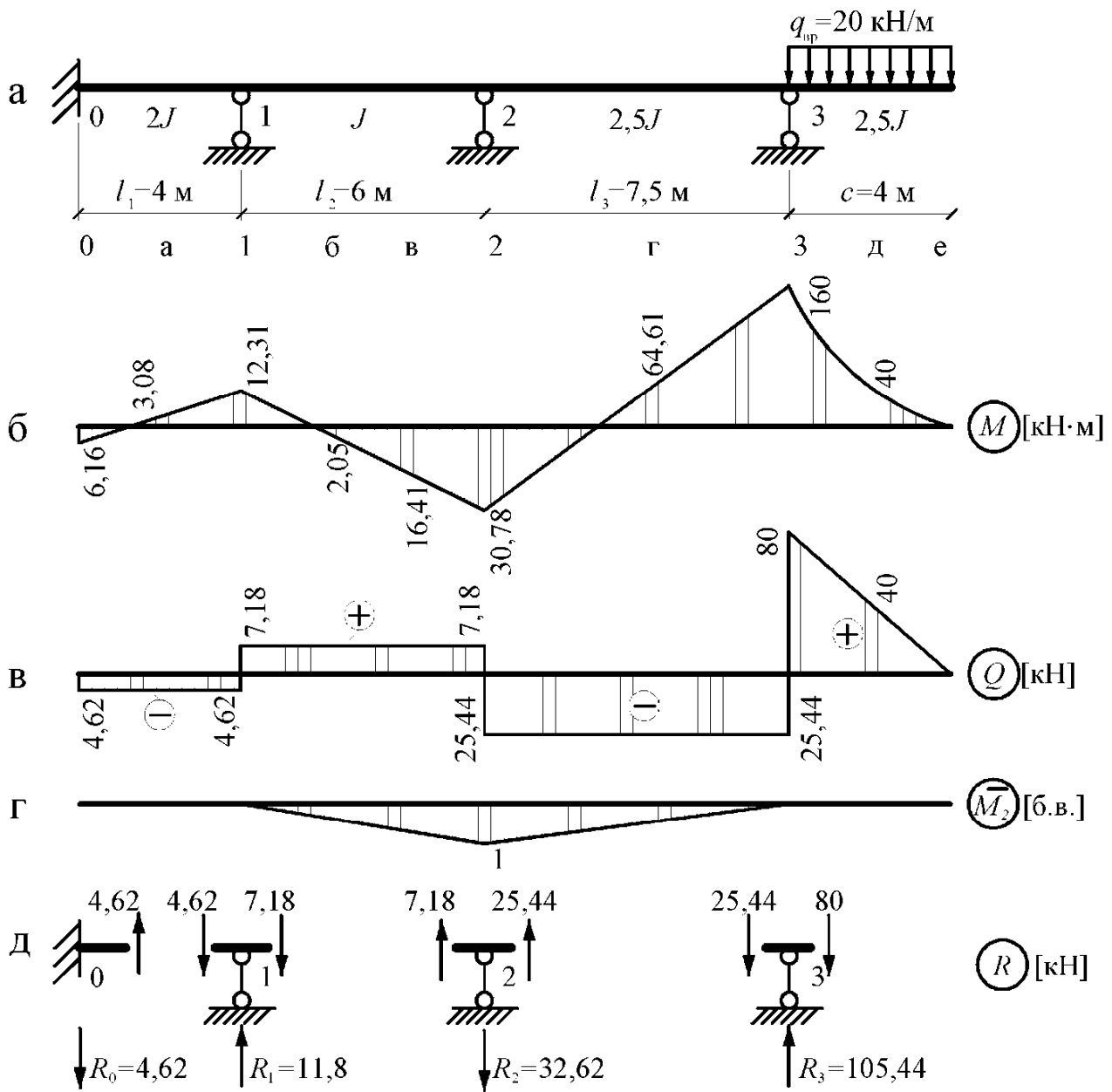


Рис. 7

После определения моментов в характерных сечениях балки от постоянных нагрузок и временной, расположенной в различных пролетах, в табличной форме вычисляют M_{\max} и M_{\min} (табл. 4):

$$M_{\max} = M^{\text{пост}} + \sum M^{(\text{вр}+)}; \quad (17)$$

$$M_{\min} = M^{\text{пост}} + \sum M^{(\text{вр}-)}, \quad (18)$$

где $M^{\text{пост}}$ – изгибающий момент в сечении от постоянной нагрузки;

$\sum M^{(\text{вр}+)}$ – сумма положительных изгибающих моментов в сечении от временной нагрузки (отрицательные не учитываются);

$\sum M^{(\text{вр}-)}$ – сумма отрицательных изгибающих моментов в сечении от временной нагрузки (положительные не учитываются);

По вычисленным значениям строят огибающую эпюру изгибающих моментов. Для этого в характерных точках для каждого нагружения временной и постоянной нагрузками расчетные изгибающие моменты откладывают от горизонтальной оси (отрицательные – вверх, положительные – вниз) и соединяют их концы (отдельно положительных и отдельно отрицательных (рис. 8)).

Огибающую эпюру поперечных сил строят аналогичным образом.

Таблица 4

№ сечения	$M_{\text{пост}},$ кН · м	M от временной нагрузки, кН · м					$M_{\max},$ кН · м	$M_{\min},$ кН · м
		на левой консоли	на первом пролёте	на втором пролёте	на третьем пролёте	на правой консоли		
0	-21,19	–	-36,92	27,69	-10,82	6,16	12,66	-68,93
а	10,60	–	18,46	-13,85	5,41	-3,08	34,47	-6,33
1	-37,62	–	-6,15	-55,38	21,64	-12,31	-15,98	-111,46
б	36,50	–	-3,42	29,24	-3,61	2,05	67,75	29,47
в	$\frac{-9,39}{-1,39}$	–	-0,68	33,85	-28,85	16,41	$\frac{40,87}{48,87}$	$\frac{-38,92}{-30,92}$
2	-47,28	–	2,05	-41,54	-54,10	30,78	-14,45	-142,92
г	51,83	–	1,03	-20,77	113,58	-64,61	166,44	-33,55
3	-60,00	–	0	0	0	-160,00	-60,00	-220,00
д	0	–	0	0	0	-40,00	0	-40,00
е	0	–	0	0	0	0	0	0

Примечание: в числителе дано значение ординаты слева от сечения, в знаменателе – справа.

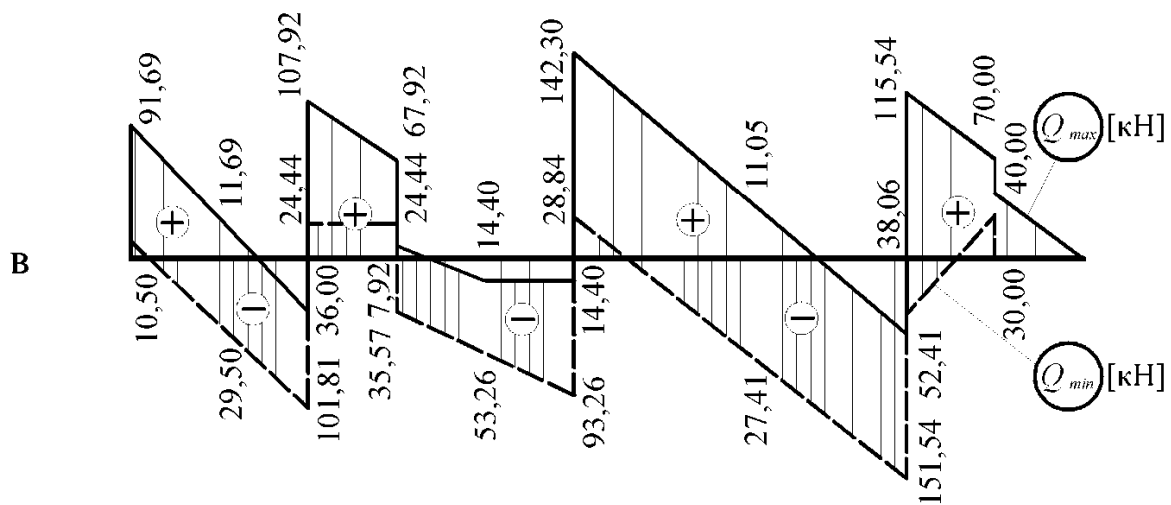
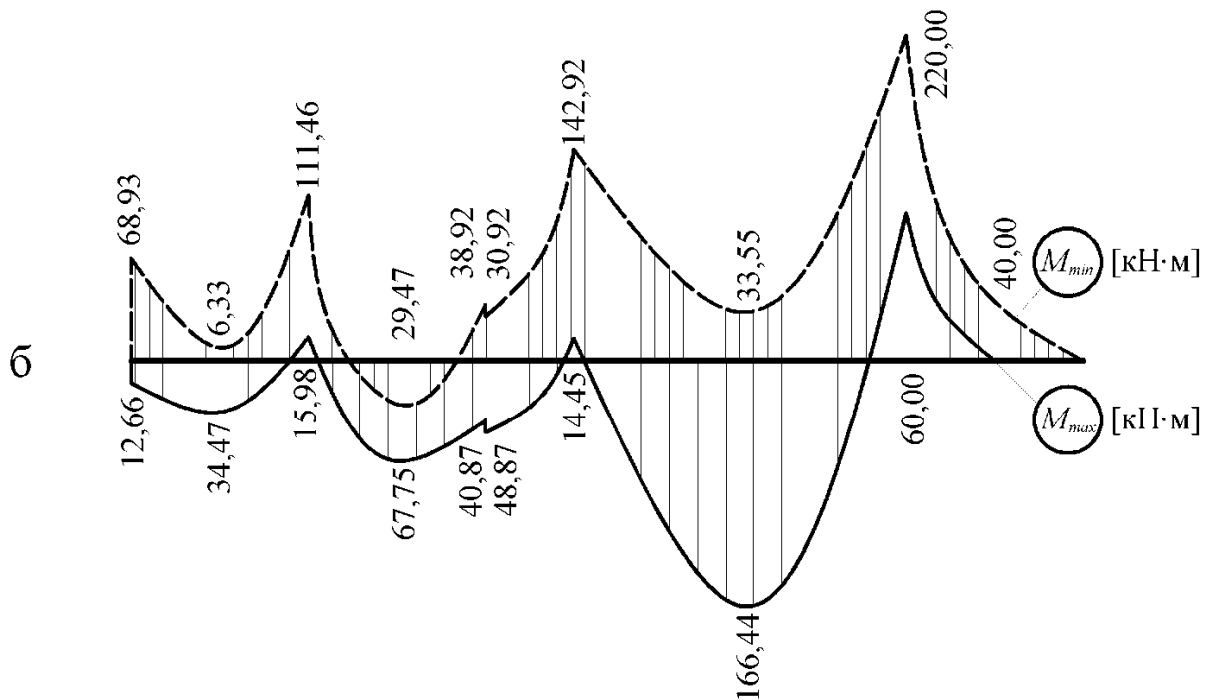
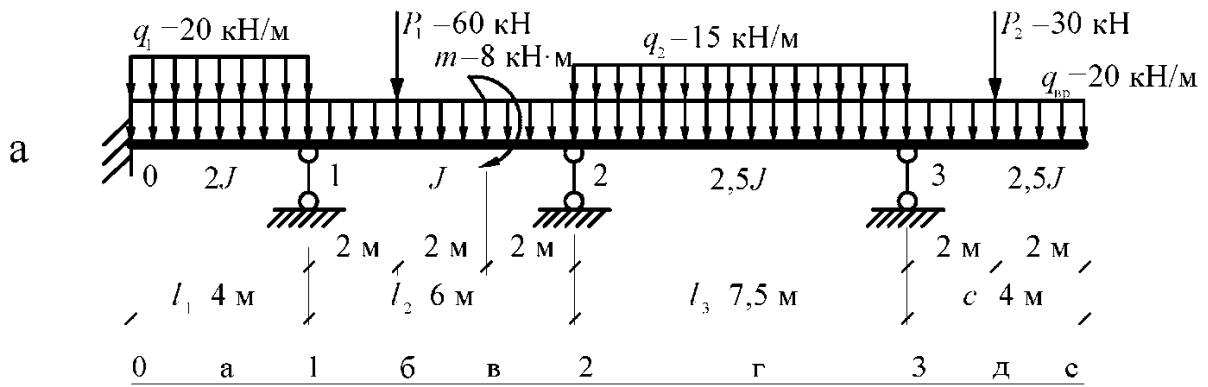
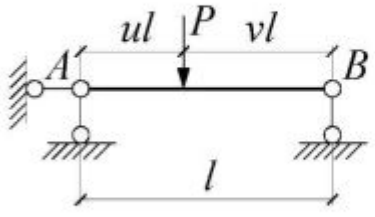
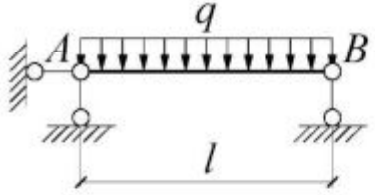
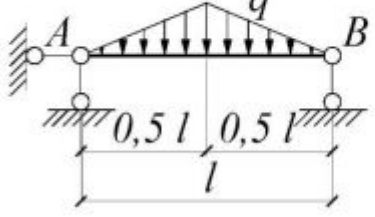
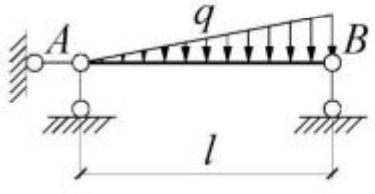
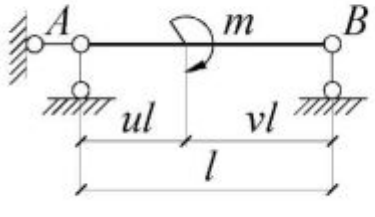


Рис. 8

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Киселев В. А. Строительная механика / В. А. Киселев. – М. : Стройиздат, 1976.– 512 с.
2. Рабинович И. М. Основы строительной механики стержневых систем / И. М. Рабинович. – М. : Госстройиздат, 1960. – 519 с.
3. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики / Г. К. Клейн, Р. Ф. Гаабасов, Л. И. Кошелев [и др.].–М. : Высш. шк., 1980.–318 с.
4. Снитко Н. К. Строительная механика / Н. К. Снитко. – М. : Высш. шк., 1980. – 427 с.
5. Строительная механика / А. В. Дарков, Г. К. Клейн, В. И. Кузнецов [и др.]. – М.: Высш. шк., 1976. – 600 с.
6. Строительная механика в примерах и задачах / В. А. Киселев, А. Е. Афанасьев, В. А. Ермоленко [и др.]. – М. : Стройиздат, 1986. – 387 с.

Схема нагрузки	$6A^\Phi$	$6B^\Phi$
	$Pl^2uv(1+v)$ При $u=v=0,5$ $\frac{3}{8}Pl^2$	$Pl^2uv(1+u)$ При $u=v=0,5$ $\frac{3}{8}Pl^2$
	$\frac{ql^3}{4}$	$\frac{ql^3}{4}$
	$\frac{5}{32}ql^3$	$\frac{5}{32}ql^3$
	$\frac{7}{60}ql^3$	$\frac{2}{15}ql^3$
	$-ml(1-3v^2)$ При $u=v=0,5$ $-\frac{ml}{4}$	$ml(1-3u^2)$ При $u=v=0,5$ $\frac{ml}{4}$

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие.....	3
Требования к оформлению расчетно-проектировочных работ.....	3
Задание к расчету неразрезной балки.....	4
Методические указания.....	7
Пример расчета балки методом уравнений трех моментов.....	12
Пример расчета балки методом фокусов.....	17
Библиографический список.....	40
Приложения	41