

ОПД.Р.03 СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА
РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ РАМ
МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ
Методические указания и задания к
расчетно-проектировочной работе

Настоящие материалы содержат методические указания и задания к расчетно-проектировочной работе № 7.

Предназначено для студентов III курса дневной формы обучения специальности «Промышленное и гражданское строительство».

РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМОЙ РАМЫ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Исходные данные определяются по табл. 1 и 2 и приложенным к заданию схемам:

- 1) номер схемы совпадает с номером варианта, который указывается преподавателем;
- 2) номер строки табл. 1 совпадает с последней цифрой номера зачетной книжки, а номер строки табл. 2 – с предпоследней.

Для заданной рамы требуется:

- 1) раскрыть степень кинематической неопределимости рамы построить эпюры M , Q и N ;
- 2) произвести проверку правильности построения эпюр.

Таблица 1

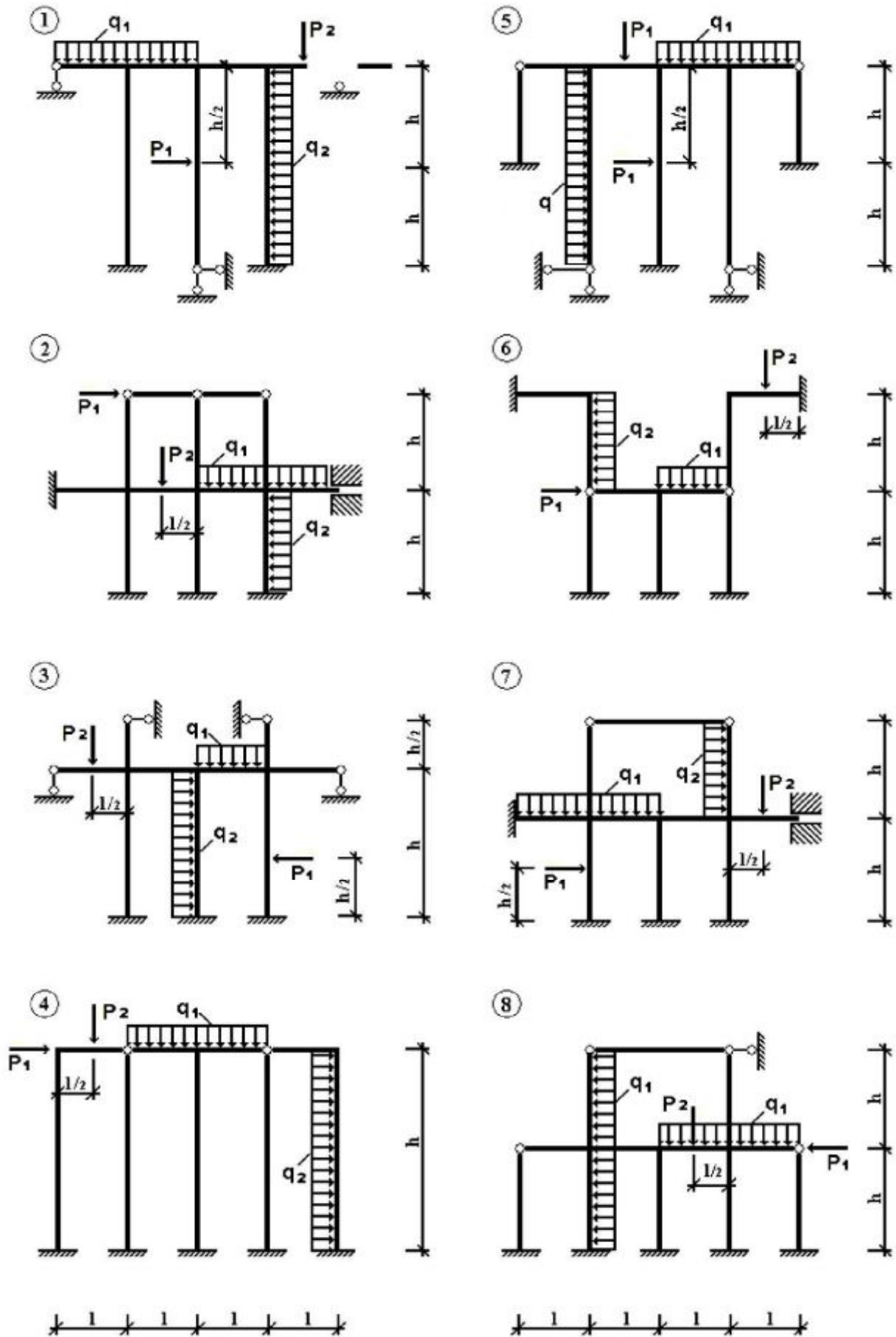
№ строки	l, м	h, м	I ₁ / I ₂
1	6	6	1 : 2
2	8	8	3 : 2
3	10	8	1 : 3
4	4	4	2 : 3
5	10	8	1 : 5
6	8	6	1 : 2
7	6	4	3 : 4
8	4	8	1 : 2
9	4	7	1 : 3
0	6	4	3 : 2

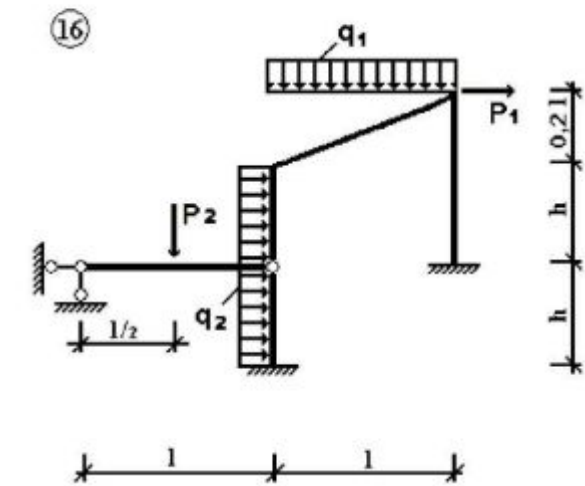
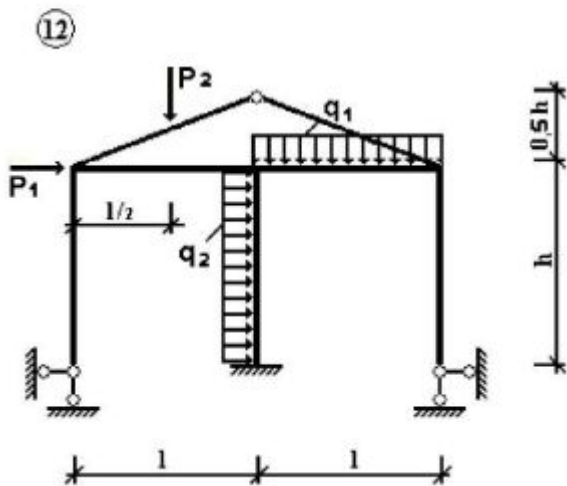
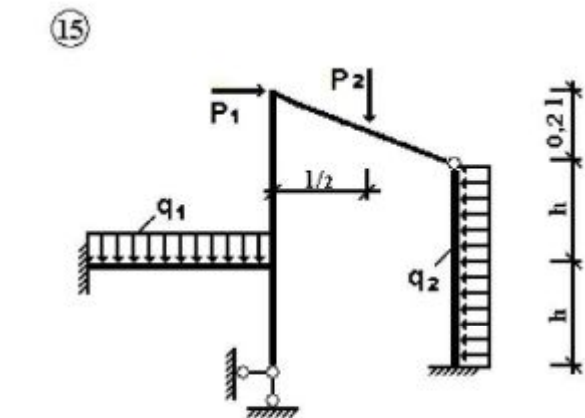
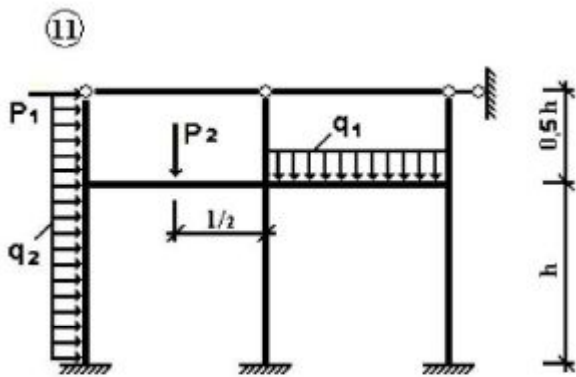
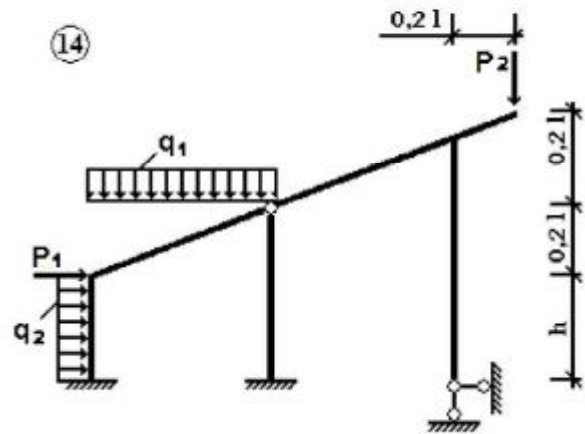
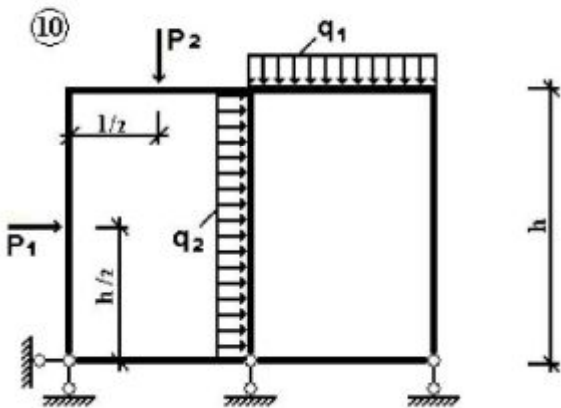
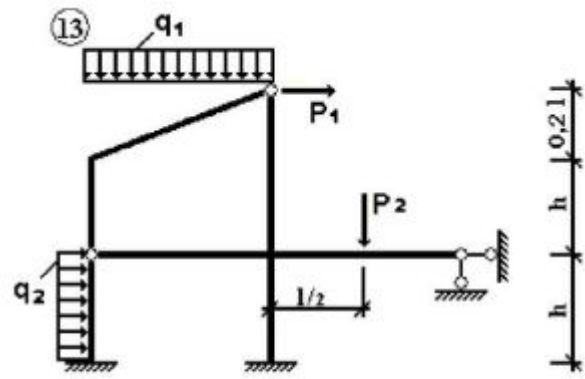
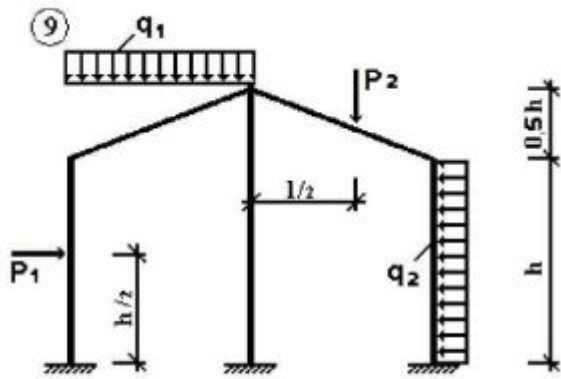
Таблица 2

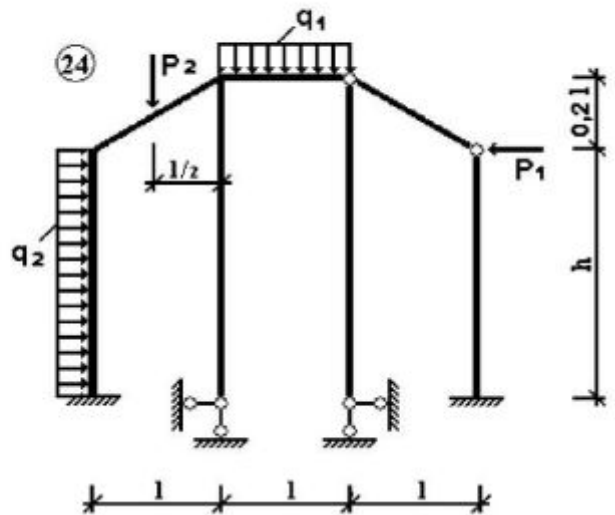
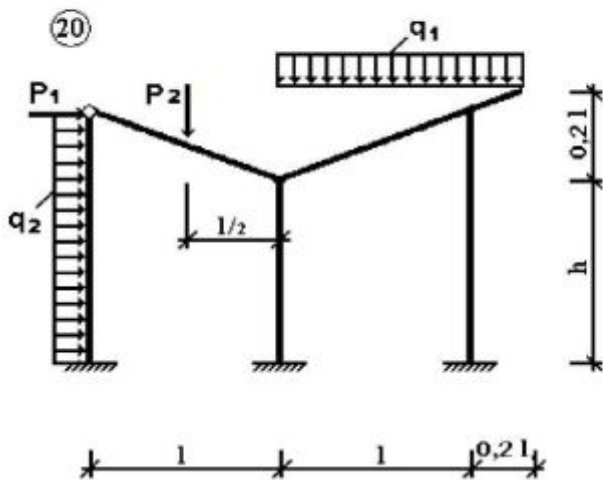
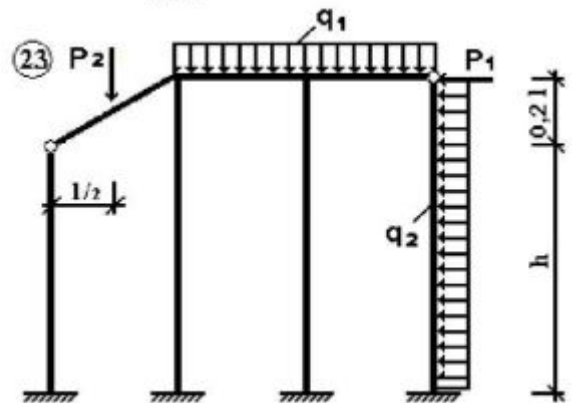
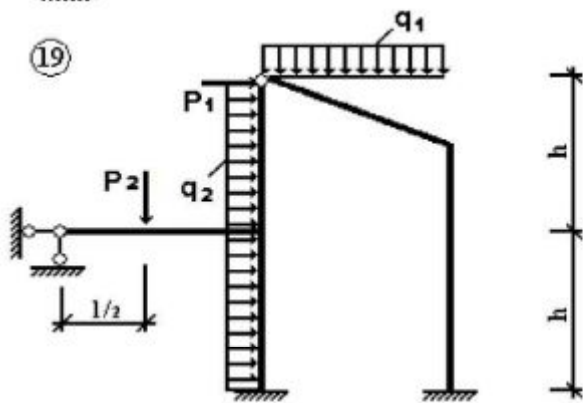
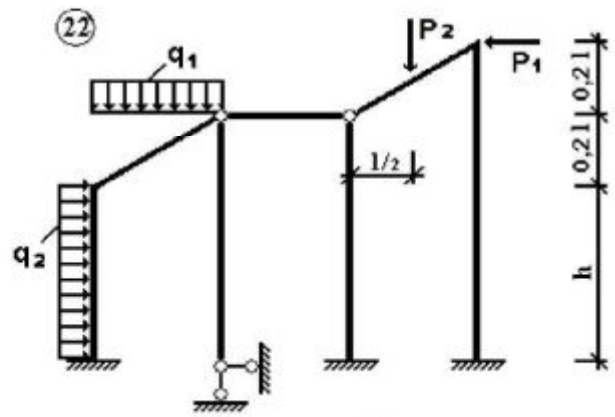
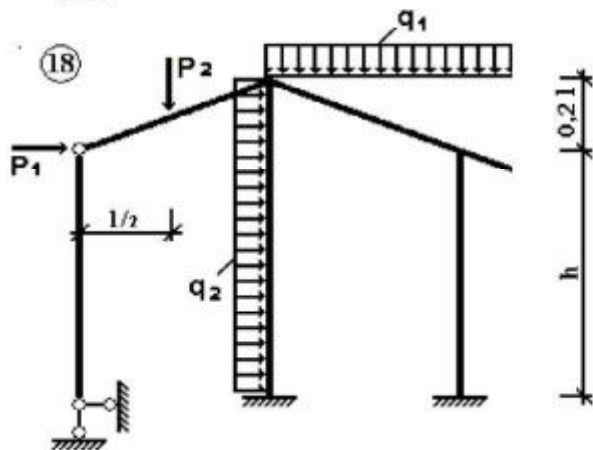
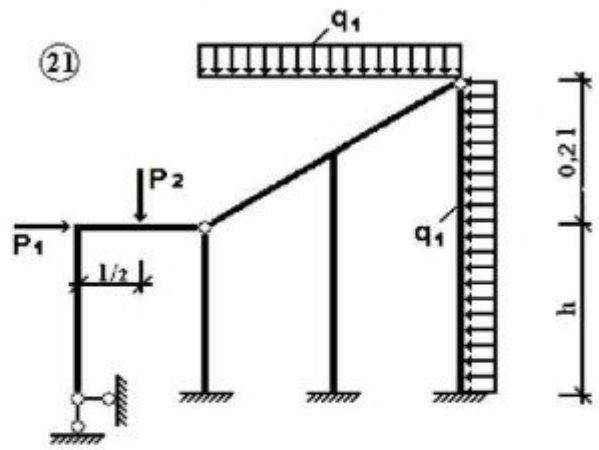
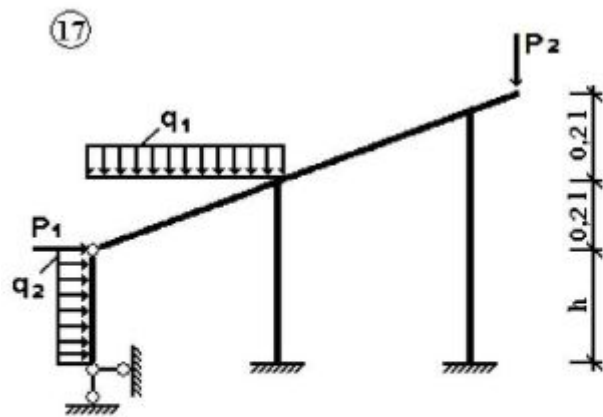
№ строки	P ₁ , кН	P ₂ , кН	q ₁ , кН/м	q ₂ , кН/м
1	40	0	30	0
2	0	0	50	30
3	0	40	20	0
4	50	0	10	0
5	0	50	40	20
6	0	60	70	0
7	60	0	50	20
8	0	70	40	0
9	0	50	30	0
0	30	0	20	0

Примечание. Жесткость всех горизонтальных и наклонных стержней – I₂, вертикальных – I₁.

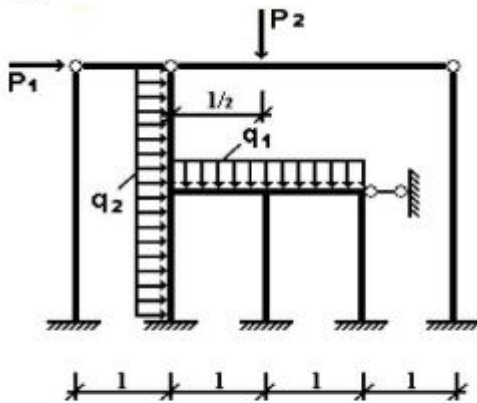
СХЕМЫ РАМ



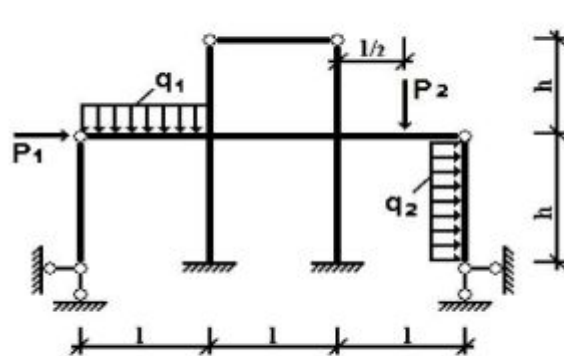




25



26



МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Метод перемещений наряду с методом сил является также точным методом.

Прежде чем приступить к расчету рамы, следует определить общее число неизвестных величин, подлежащих определению. За неизвестные принимают углы поворота и линейные смещения узлов рамы. Общее число неизвестных n можно определить по формуле

$$n = n_y + n_d \quad (1)$$

где n_y – число неизвестных углов поворота, равное числу жестких узлов рамы;

n_d – число неизвестных линейных смещений узлов, равное степени геометрической неизменяемости системы, полученной из заданной путем введения во все жесткие узлы полных шарниров (включая опоры).

После определения количества неизвестных n следует приступить к выбору основной системы. Последняя при расчете рам методом перемещений получается из заданной введением во все «жесткие» узлы защемлений, препятствующих их повороту. Кроме того, необходимо закрепить систему достаточным количеством стержней, препятствующих линейному смещению узлов. Общее число закреплений укажет на число неизвестных при данном расчете.

Основная система при этом представляет собой ряд статически неопределимых балок, защемленных на одном конце и свободно опертых на другом или защемленных с двух концов.

Следующим этапом расчета является составление системы канонических уравнений. Физический смысл системы канонических уравнений метода перемещений состоит в том, что суммарная реакция в каждой дополнительной связи должна быть равна нулю. В общем виде система уравнений запишется так:

$$\begin{aligned}
r_{11} \cdot z_1 + r_{12} \cdot z_2 + r_{13} \cdot z_3 + \dots + r_{1n} \cdot z_n + R_{1p} &= 0; \\
r_{21} \cdot z_1 + r_{22} \cdot z_2 + r_{23} \cdot z_3 + \dots + r_{2n} \cdot z_n + R_{2p} &= 0; \\
r_{31} \cdot z_1 + r_{32} \cdot z_2 + r_{33} \cdot z_3 + \dots + r_{3n} \cdot z_n + R_{3p} &= 0; \\
\dots\dots\dots \dots\dots\dots \dots\dots\dots \dots\dots\dots \dots\dots\dots & \\
r_{n1} \cdot z_1 + r_{n2} \cdot z_2 + r_{n3} \cdot z_3 + \dots + r_{nn} \cdot R_{np} &= 0
\end{aligned} \tag{2}$$

где r_{in} – реактивная сила или реактивный момент во введенном стержне или в заделке i от смещения или поворота связи n на величину $z_n = 1$; $R_{1p}, R_{2p}, R_{3p}, \dots, R_{np}$ – реактивное усилие или реактивный момент во введенном стержне или заделке n , вызванные действием данной нагрузки.

Для определения коэффициентов и свободных членов канонических уравнений необходимо построить эпюры изгибающих моментов от единичных перемещений и от заданной нагрузки в основной системе, т.е. эпюры M_1 от $z_1 = 1$; \overline{M}_2 от $z_2 = 1$; \overline{M}_3 от $z_3 = 1$ и т.д., а также M_p от заданной нагрузки.

Таких единичных эпюр будет столько, сколько дополнительных связей введено в систему. При их построении следует пользоваться приведенным в данных методических указаниях приложением.

Коэффициенты при неизвестных и свободные члены уравнений, представляющие реактивные усилия во введенных стержневых связях, могут быть определены из условий равновесия некоторой отсеченной части основной системы, содержащей эти связи. Реактивный момент считается положительным, если его направление совпадает с направлением поворота узла. Реактивное усилие считается положительным, если его направление совпадает с направлением линейного смещения закрепления. Определив коэффициенты при неизвестных и свободные члены канонических уравнений, необходимо выполнить их проверку. Проверка коэффициентов при неизвестных производится по следующей формуле:

$$\sum_{n=1}^{n=i} r = r_{ss} \tag{3}$$

где $\sum_{n=1}^{n=i} r = (r_{11} + r_{22} + r_{33} + \dots + r_{nn}) + 2(r_{12} + r_{13} + \dots + r_{in})$ – сумма всех коэффициентов при неизвестных в канонических уравнениях;

$$r_{ss} = \sum \int \frac{M_s^2}{EI} dS = \sum \frac{M_s^2}{EI} \cdot \Delta x. \tag{4}$$

Используя правило Верещагина, r_{ss} можно определить по выражению:

$$r_{ss} = \frac{\Omega_s \cdot y_s}{EI}.$$

Проверка свободных членов уравнений производится следующим образом:

$$\sum R = R_{sp} \tag{5}$$

где $\sum R = R_{1p} + R_{2p} + R_{3p} + \dots + R_{np}$.

После определения и проверки коэффициентов при неизвестных и свободных членах канонических уравнений приступают к решению системы уравнений. Если уравнений больше двух, то рекомендуется решать их с помощью сокращенного алгоритма Гаусса. Сущность его сводится к последовательному исключению неизвестных. Если, например, имеем систему уравнений с n неизвестными, то в результате преобразования получаем сначала одно уравнение с $n - 1$ неизвестным, затем с $n - 2$ неизвестным, с $n - 3$ неизвестным и т.д. – до тех пор, пока не получим одно уравнение с одним неизвестным, которое будет легко решаться.

Найденное значение первого неизвестного подставляется во второе уравнение, содержащее два неизвестных. Определив их, подставляют значение в уравнение – и так до последнего уравнения, пока не будут определены значения всех неизвестных в системе. Решение производится в табличной форме (табл. 3). Разберем принцип решения на примере системы из трех уравнений.

Таблица 3

Номер уравнения	Неизвестные			Переходный коэффициент	Свободные члены
	z_1	z_2	z_3		
				α	R_{ip}
1	r_{11}	r_{12}	r_{13}	$\alpha_{12} = -r_{12}/r_{11}$ $\alpha_{13} = -r_{13}/r_{11}$	R_{1p}
2	r_{21}	r_{22}	r_{23}		R_{2p}
$I \times \alpha_{13}$	$r_{11} \cdot \alpha_{12}$	$r_{12} \cdot \alpha_{12}$	$r_{13} \cdot \alpha_{12}$		$R_{2p} \cdot \alpha_{12}$
Уравнение II = I · α_{12} + 2					
II	$r_{12} + r_{11} \cdot \alpha_{12} = 0$	$r_{22} + r_{12} \cdot \alpha_{12} = r'_{22}$	$r_{23} + r_{13} \cdot \alpha_{12} = r'_{23}$	$\alpha_{23} = -r'_{23}/r'_{22}$	$R_{2p} + R_{1p} \cdot \alpha_{12} = R'_{2p}$
Получили уравнение II: $r'_{22} \cdot z_2 + r'_{23} \cdot z_3 + R'_{2p} = 0$.					
3	r_{31}	r_{32}	r_{33}		R_{3p}
$I \times \alpha_{13}$	$r_{11} \cdot \alpha_{13}$	$r_{12} \cdot \alpha_{13}$	$r_{13} \cdot \alpha_{13}$		$R_{1p} \cdot \alpha_{13}$
$II \times \alpha_{23}$	0	$r'_{22} \cdot \alpha_{13}$	$r'_{23} \cdot \alpha_{23}$		$R'_{2p} \cdot \alpha_{23}$
Уравнение III получим, если суммируем уравнения 3 + (I · α_{13}) + (II · α_{23})					
			$r_{13} \cdot \alpha_{13} + r'_{23} \cdot \alpha_{23} + r_{33} = r''_{33}$		$R_{3p} + R_{1p} \cdot \alpha_{13} + R'_{2p} \cdot \alpha_{23} = R''_{3p}$

Получили уравнение III:

$$r''_{33} \cdot z_3 + R''_{3p} = 0.$$

В результате преобразований получаем одно уравнение (III) с одним неизвестным, из которого определим z_3 . Определив z_3 и подставив его значение в

уравнение (II), найдем значение z_2 . Подставляя в уравнение (1) значения z_2 и z_3 , определяем значение z_1 .

После решения системы канонических уравнений и определения неизвестных строят эпюры изгибающих моментов от найденных значений неизвестных (исправленные эпюры), т.е.

$$M_1 \cdot z_1; \quad \overline{M}_2 \cdot z_2; \quad M_3 \cdot z_3;$$

Сложив исправленные эпюры с эпюрой от нагрузки (M_p), получим окончательную эпюру изгибающих моментов в заданной системе от заданной нагрузки:

$$M = M_1 \cdot z_1 + M_2 \cdot z_2 + M_3 \cdot z_3 + M_p.$$

Производится статическая и кинематическая проверки полученной окончательной эпюры изгибающих моментов.

Первая заключается в проверке равновесия всех узлов эпюры M . Она имеет большое значение, так как у всех слагаемых эпюр узлы не уравновешены. Невыполнение условий равновесия узлов указывает на неправильность построения окончательной эпюры изгибающих моментов.

Кинематическая проверка состоит в выполнении следующего условия:

$$\sum \int \frac{M \cdot \overline{M}_1}{EI} dS \approx 0,$$

т.е. проинтегрировав окончательную эпюру M с единичной \overline{M}_1 , построенной в статически определимой системе по направлению отброшенной связи; если в заданной системе эта связь была неподвижная, мы должны получить ноль. Можно также воспользоваться правилом Верещагина и перемножить указанные эпюры, после этого должен получиться ноль:

$$\sum \frac{\Omega \cdot y_1}{EI} = 0.$$

По полученной окончательной эпюре изгибающих моментов M , как и при расчете рам, методом сил строится эпюра поперечных сил Q , а по ней – эпюра нормальных сил N .

Проверка построения эпюр Q и N осуществляется теми же приемами, что и при расчете рам методом сил.

ПРИМЕР. РАСЧЕТ РАМЫ МЕТОДОМ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ

Для заданной рамы (рис. 1) требуется:

- а) раскрыть кинематическую неопределимость рамы;
- б) построить эпюры M , Q и N ;
- в) произвести проверку правильности построения эпюр.

РЕШЕНИЕ

I. Определяется число неизвестных перемещений:

а) число угловых перемещений n_y равно числу жестких узлов рамы $n_y=3$;

б) для определения количества независимых линейных смещений узлов рамы следует построить шарнирную схему рамы (рис.2) и воспользоваться формулой:

$$n_d = 2y - C_u; \quad n_d = 9 \times 2 - 17 = 1.$$

Итак, имеем 3 угловых перемещения и 1 линейное. Их можно представить схемой, изображенной на рис. 3.

II. Выбирается основная система путем введения дополнительных жестких и линейных связей (рис.4). В результате получим систему, состоящую из пяти балок, зашкеленных двумя концами, и трех балок, зашкеленных одним концом и с шарнирным опиранием другого конца.

III. Записывается система канонических уравнений:

$$r_{11} \cdot z_1 + r_{12} \cdot z_2 + r_{13} \cdot z_3 + r_{14} \cdot z_4 + R_{1p} = 0,$$

$$r_{21} \cdot z_1 + r_{22} \cdot z_2 + r_{23} \cdot z_3 + r_{24} \cdot z_4 + R_{2p} = 0,$$

$$r_{31} \cdot z_1 + r_{32} \cdot z_2 + r_{33} \cdot z_3 + r_{34} \cdot z_4 + R_{3p} = 0,$$

$$r_{41} \cdot z_1 + r_{42} \cdot z_2 + r_{43} \cdot z_3 + r_{44} \cdot z_4 + R_{4p} = 0.$$

IV. Для определения коэффициентов и свободных членов канонических уравнений для основной системы строятся единичные и грузовая эпюры моментов (рис.5).

V. Определяются коэффициенты и свободные члены канонических уравнений, т.е. реакции, возникающие в дополнительных связях в основной системе (табл.3).

VI. Выполняется проверка правильности определения коэффициентов и свободных членов уравнения. Для этого строится суммарная эпюра M_s (рис.5):

$$\overline{M_s} = \overline{M_1} + \overline{M_2} + \overline{M_3} + \overline{M_4}.$$

Используя формулу $\sum r = r_{ss}$, производим проверку правильности определения коэффициентов при неизвестных:

$$\sum r = 3,5 + 4,5 + 1,6875 + 2 \cdot (0,5 + 0,375 + 0,5 + 0,375 + 0,375) = 17,437,$$

$$r_{SS} = \frac{4}{6} \cdot (0,625 \cdot 0,625 + 4 \cdot 0,25^2 + 0,125^2) \cdot 3 + \frac{2,25 \cdot 2,25 \cdot 2}{3} \cdot 3 + \frac{8}{12} (1,5 \cdot 1,5 \cdot 2) \cdot 2 = 17,437.$$

Используя формулу $R_{sp} = -\sum \int M_s \cdot M'_p \frac{dS}{EI}$, производим проверку правильности определения свободных членов:

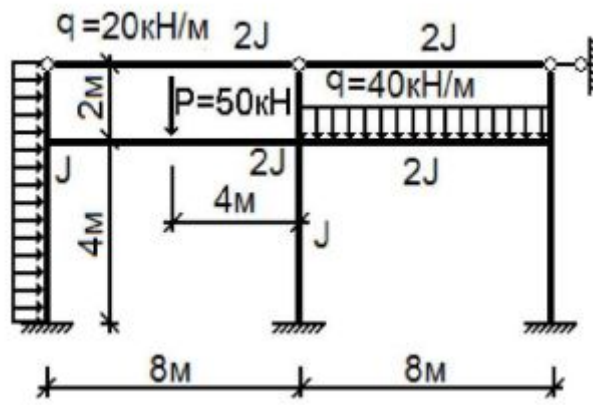


Рис. 1. Заданная система

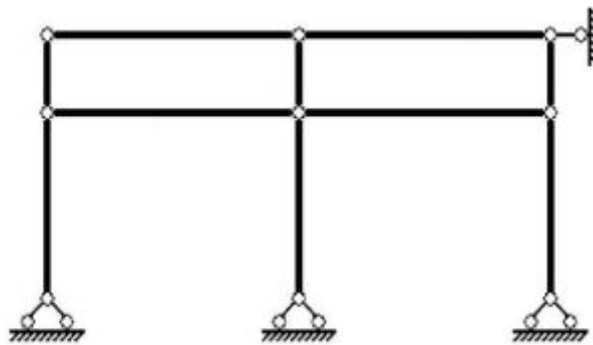


Рис. 2. Шарнирная система

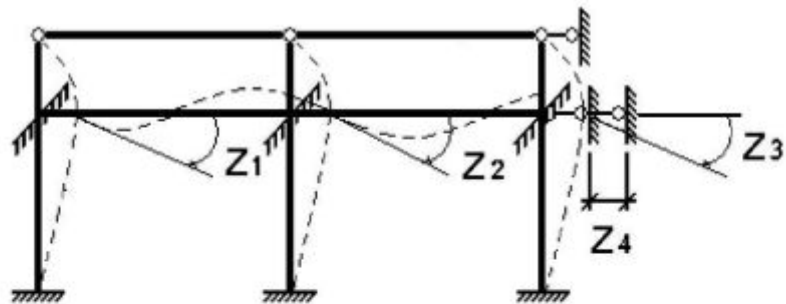


Рис. 3. Деформированная система

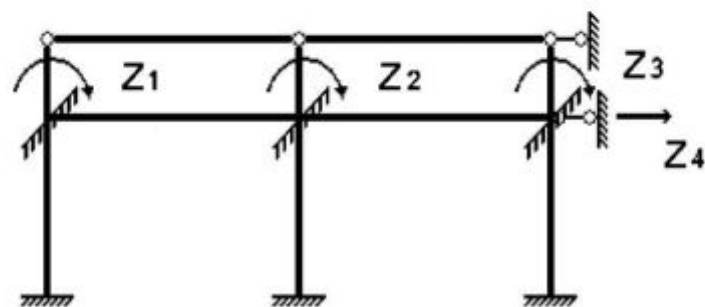


Рис. 4. Основная система

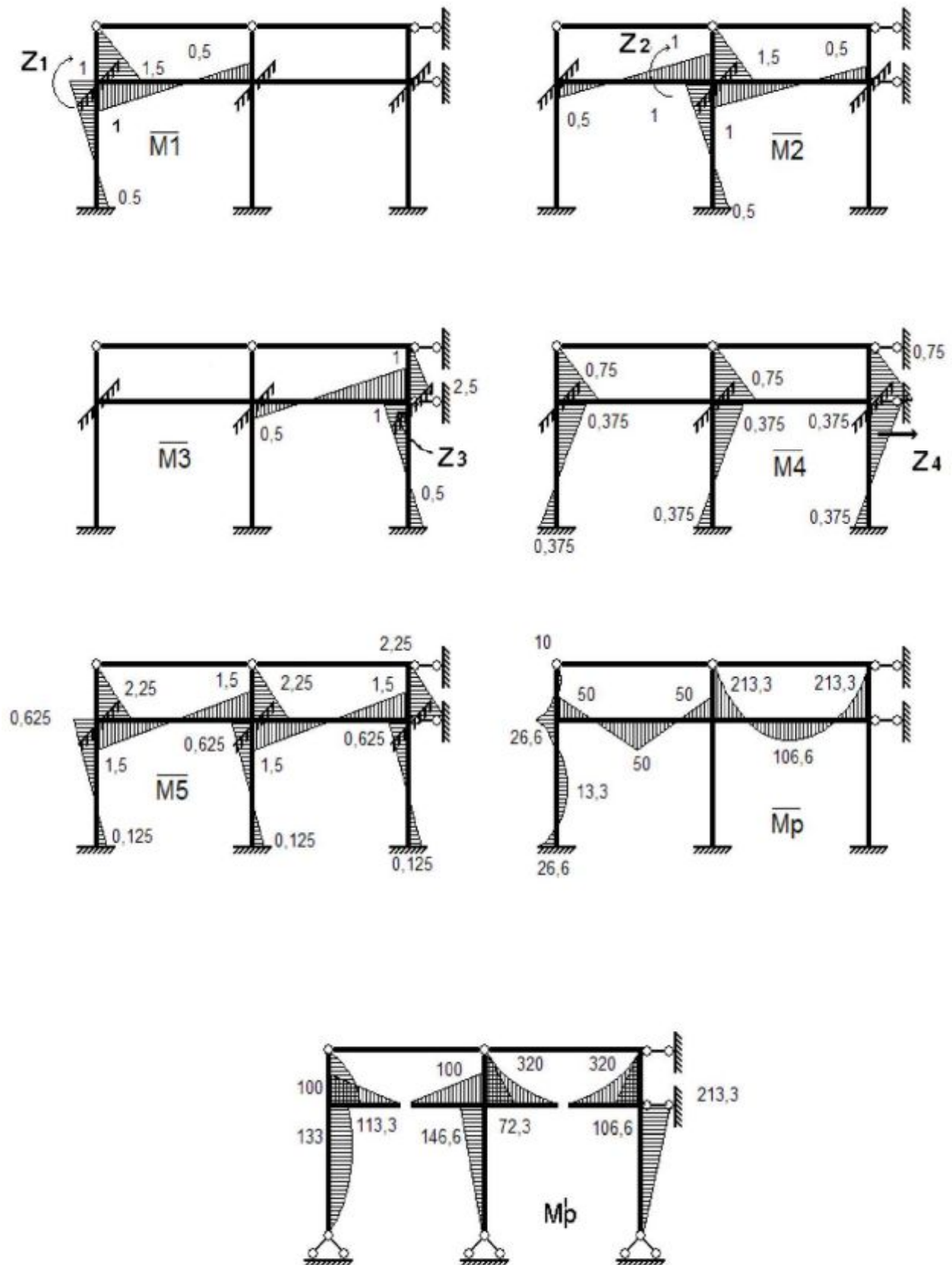


Рис. 5. Исходные эпюры

Определение коэффициентов и свободных членов уравнений

определяемая реакция	ЭСКИЗ основной системы в которой возникает искомая реакция	ЭСКИЗ вырезанного узла или отсеченной рамы, где составляются ур-я равновесия	УРАВНЕНИЯ РАВНОВЕСИЯ	РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ	РЕЗУЛЬТАТ
r_{11}			$r_{11} - 1.5EJ - EJ - EJ = 0$	$r_{11} = 1.5EJ + EJ + EJ$	$r_{11} = 3.5EJ$
r_{21}			$r_{21} - 0.5EJ = 0$	$r_{21} = 0.5EJ$	$r_{21} = 0.5EJ$
r_{31}			$r_{31} = 0$	$r_{31} = 0$	$r_{31} = 0$
r_{41}			$r_{41} - 0.75EJ + 0.375EJ = 0$	$r_{41} = 0.75EJ - 0.375EJ$	$r_{41} = 0.375EJ$
r_{12}			$r_{12} - 0.5EJ = 0$	$r_{12} = 0.5EJ$	$r_{12} = 0.5EJ$
r_{22}			$r_{22} - 1.5EJ - EJ - EJ = 0$	$r_{22} = 1.5EJ + EJ + EJ + EJ + EJ$	$r_{22} = 4.5EJ$
r_{32}			$r_{32} - 0.5EJ = 0$	$r_{32} = 0.5EJ$	$r_{32} = 0.5EJ$
r_{42}			$r_{42} - 0.75EJ + 0.375EJ = 0$	$r_{42} = 0.75EJ - 0.375EJ$	$r_{42} = 0.375EJ$

τ_{13}			$\tau_{13} = 0$	$\tau_{13} = 0$	$\tau_{13} = 0$
τ_{23}			$\tau_{23} - 0,5 EJ = 0$	$\tau_{23} = 0,5 EJ$	$\tau_{23} = 0,5 EJ$
τ_{33}			$\tau_{33} - 1,5 EJ - EJ - EJ = 0$	$\tau_{33} = 1,5 EJ + EJ + EJ$	$\tau_{33} = 3,5 EJ$
τ_{43}			$\tau_{43} - 0,75 EJ + 0,375 EJ = 0$	$\tau_{43} = 0,75 EJ - 0,375 EJ$	$\tau_{43} = 0,375 EJ$
τ_{14}			$\tau_{14} - 0,75 EJ + 0,375 EJ = 0$	$\tau_{14} = 0,75 EJ - 0,375 EJ$	$\tau_{14} = 0,375 EJ$
τ_{24}			$\tau_{24} - 0,75 EJ + 0,375 EJ = 0$	$\tau_{24} = 0,75 EJ - 0,375 EJ$	$\tau_{24} = 0,375 EJ$
τ_{34}			$\tau_{34} - 0,75 EJ + 0,375 EJ = 0$	$\tau_{34} = 0,75 EJ - 0,375 EJ$	$\tau_{34} = 0,375 EJ$
τ_{44}			$\tau_{44} - 3 \cdot 0,375 EJ + 3 \cdot 0,187 EJ = 0$	$\tau_{44} = 3 \cdot 0,375 EJ - 3 \cdot 0,187 EJ$	$\tau_{44} = 1,687 EJ$

$$\sum R = R_{1p} + R_{2p} + R_{3p} + R_{4p}$$

$$R_{sp} = \frac{4}{6} \cdot 0,625 \cdot (-13,333) + 4 \cdot 0,25 \cdot (-46,666) + \frac{2}{6} \cdot (2,25 \cdot 113,333 + 4 \cdot 1,125 \cdot 66,666) + \frac{4}{6} \cdot (-0,625 \cdot 213,333 - 4 \cdot 0,25 \cdot 106,666) + \frac{2}{6} \cdot (-2,25 \cdot 106,666 - 4 \cdot 1,125 + 53,333) = 48,333;$$

$$\sum R = -33,333 - 163,333 + 213,333 - 65 = -48,333$$

VII. В систему канонических уравнений подставляются найденные цифровые значения коэффициентов и свободных членов уравнений:

$$\begin{aligned}
3,5 \cdot z_1 + 0,5 \cdot z_2 + 0 \cdot z_3 + 0,375 \cdot z_4 - 33,333 &= 0; \\
0,5 \cdot z_1 + 4,5 \cdot z_2 + 0,5 \cdot z_3 + 0,375 \cdot z_4 - 163,333 &= 0; \\
0 \cdot z_1 + 0,5 \cdot z_2 + 3,5 \cdot z_3 + 0,375 \cdot z_4 - 213,333 &= 0; \\
0,375 \cdot z_1 + 0,375 \cdot z_2 + 0,375 \cdot z_3 + 1,687 \cdot z_4 - 65 &= 0.
\end{aligned}$$

VIII. Решается система канонических уравнений. Получены следующие значения неизвестных:

$$\begin{aligned}
z_1 &= -1,167; & z_2 &= 40,579; \\
z_3 &= -71,643; & z_4 &= 45,681.
\end{aligned}$$

Для проверки правильности решения полученные значения неизвестных подставляются во все канонические уравнения:

$$3,5 \cdot (-1,167) + 0,5 \cdot 40,579 + 0 \cdot (-71,643) + 0,375 \cdot 45,681 - 33,333 = 0,$$

откуда $0 = 0$;

$$0,5 \cdot (-1,167) + 4,5 \cdot 40,579 + (-71,643) \cdot \frac{1}{2} + 0,375 \cdot 45,681 - 163,333 = 0,$$

откуда $0 = 0$;

$$0 \cdot (-1,167) + 0,5 \cdot 40,579 + 3,5 \cdot (-71,643) + 0,375 \cdot 45,681 - 213,333 = 0,$$

откуда $0 = 0$;

$$0,375 \cdot (-1,167) + 0,375 \cdot 40,579 + 0,375 \cdot (-71,643) + 1,687 \cdot 45,681 - 65 = 0,$$

откуда $0 = 0$.

Построим эпюры $\overline{M}_1 \cdot z_1, \overline{M}_2 \cdot z_2, \overline{M}_3 \cdot z_3, \overline{M}_4 \cdot z_4$ (рис.6).

IX. Строится окончательная эпюра изгибающих моментов (рис.6):

$$M = \overline{M}_1 \cdot z_1 + \overline{M}_2 \cdot z_2 + \overline{M}_3 \cdot z_3 + \overline{M}_4 \cdot z_4 + M_p.$$

Ординаты эпюр откладываются в сторону растянутых волокон.

X. Выполняется проверка правильности построения эпюры изгибающих моментов.

1. Статическая проверка.

Для ее осуществления достаточно проверить равновесие каждого узла (рис.7): $\sum M = 0$.

2. Кинематическая проверка может быть выполнена или по замкнутому контуру, или перемножением эпюр.

а) По замкнутому контуру: суммарная площадь эпюры M , деленная на I в любом замкнутом контуре, должна равняться нулю:

$$\sum \Omega_M = 0.$$

б) Перемножением эпюр: выбирается система для расчета рамы методом сил и строятся любые единичные эпюры от сил по направлению отброшенных связей (рис.8). Для любой выбранной системы необходимо получить, например,

$$\sum \int \frac{\overline{M}_1 \cdot M}{EI} dx \approx 0; \quad \sum \int \frac{\overline{M}_2 \cdot M}{EI} dx \approx 0;$$

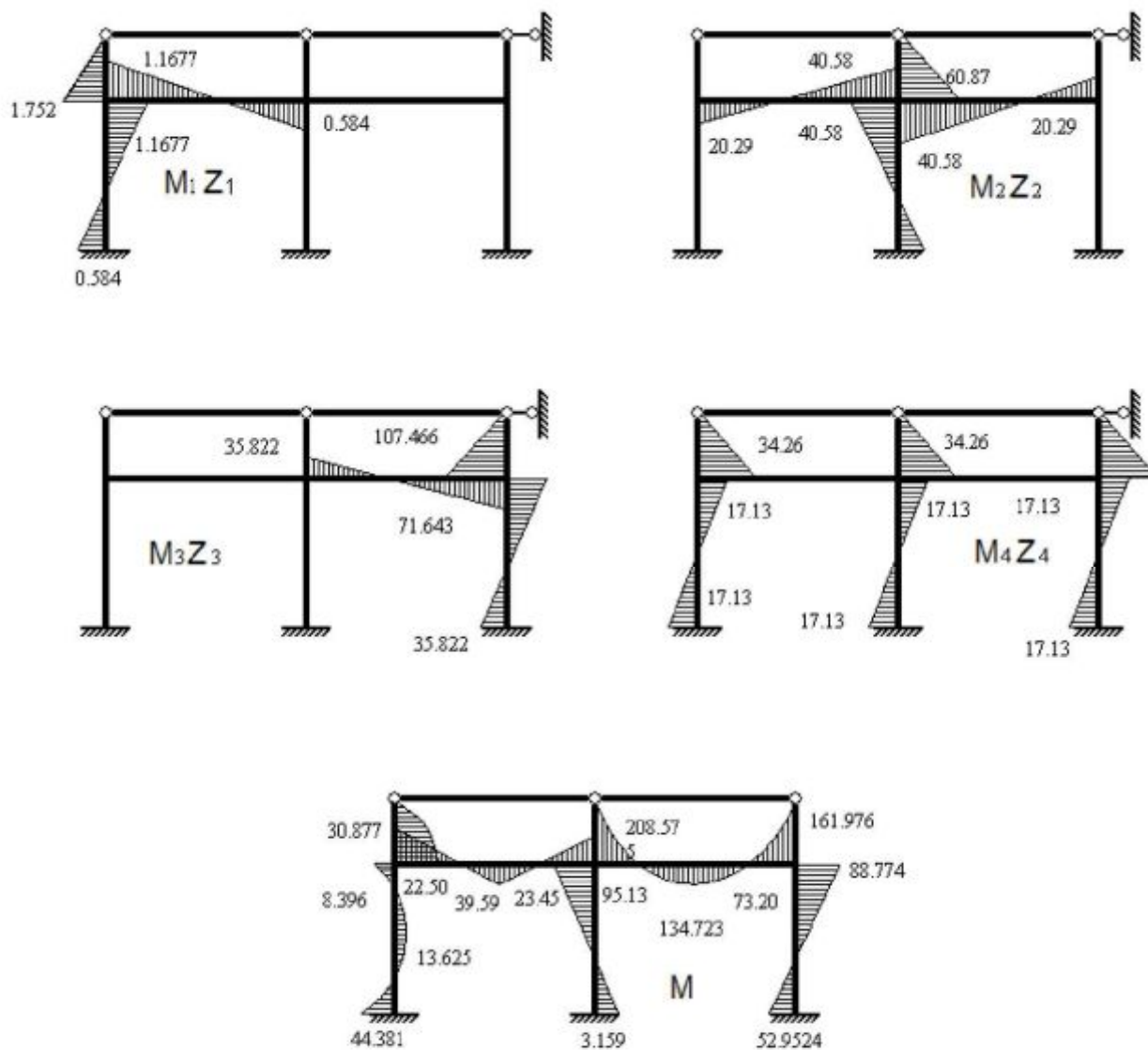


Рис. 6. Исправленные и окончательные эпюры

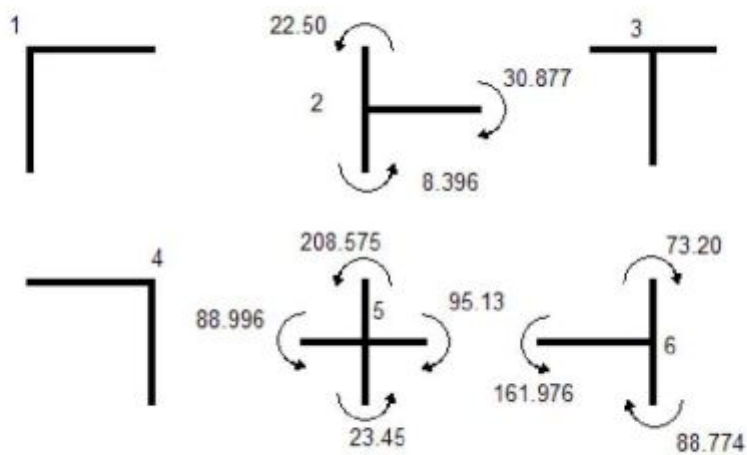
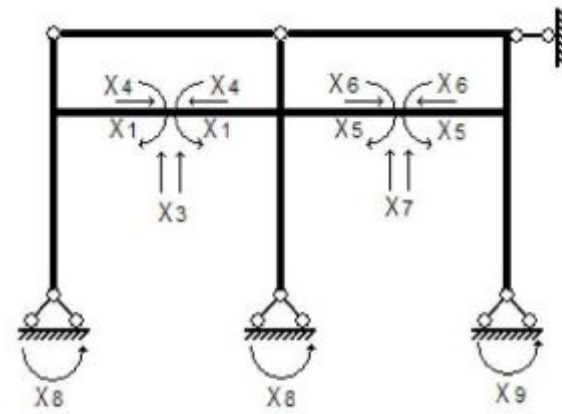


Рис. 7. Проверка равновесия узлов



Основная система метода сил

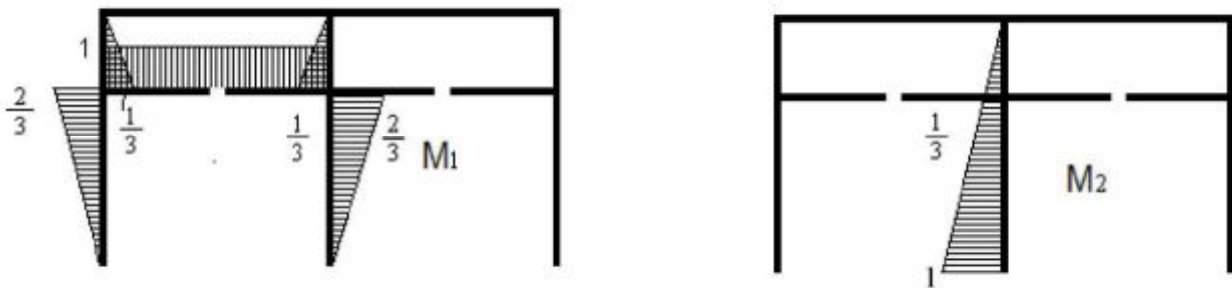


Рис. 8. Единичные эпюры

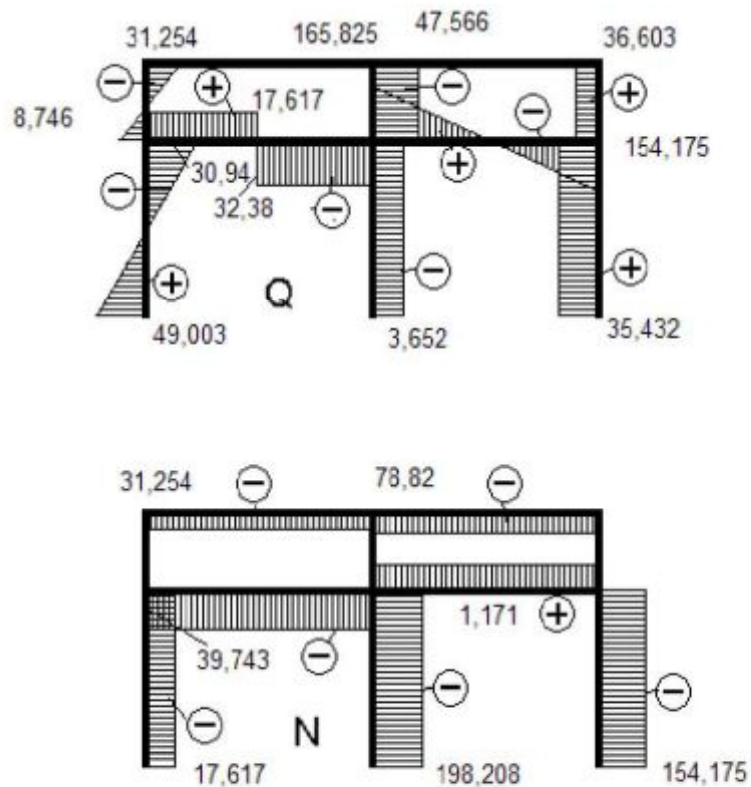


Рис. 9. Эпюры поперечных и продольных сил

$$\sum \int \frac{\bar{M}_1 \cdot M}{EI} dx = \frac{1}{1} \cdot \frac{4}{6} \cdot \left(2 \cdot 0 \cdot 4,381 + 2 \cdot 8,396 \cdot \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \cdot 44,381 + 0 \cdot 8,396 \right) - \frac{1}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{8,396 + 44,381}{2} \right) \times$$

$$\times \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} + \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 22,509 + \frac{2}{3} \cdot 10 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{1} \cdot \left(\frac{30,877 \cdot 4}{2} \cdot 1 - \frac{39,593 \cdot 4}{2} \cdot 1 - \frac{39,593 \cdot 4}{2} \cdot 1 + \frac{88,896 \cdot 4}{2} \cdot 1 \right) -$$

$$- \frac{1}{2} \cdot \frac{95,131 \cdot 2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{1} \left(\frac{23,45 \cdot 4}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} + \frac{3,159 \cdot 4}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \right) \approx 0,0017 \approx 0.$$

$$\sum \int \frac{\bar{M}_2 \cdot M}{EI} dx = \frac{1}{1} \cdot \left(\frac{95,131 \cdot 2}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \right) + \frac{1}{1} \cdot \frac{4}{6} \cdot \left((-2) \cdot 1 \cdot 3,159 + 2 \cdot 23,45 \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{3} \cdot 3,159 + 1 \cdot 23,45 \right) =$$

$$= -21,14 + 21,139 = -0,001$$

Погрешность: $\frac{0,001}{21,13} \cdot 100\% = 0,05\%$.

XI. По полученной эпюре изгибающих моментов строятся сначала эпюра поперечных сил, а затем эпюра продольных сил (рис.9).

XII. Выполняется статическая проверка вычислений, для этого рассматривается равновесие системы в целом (рис.10).

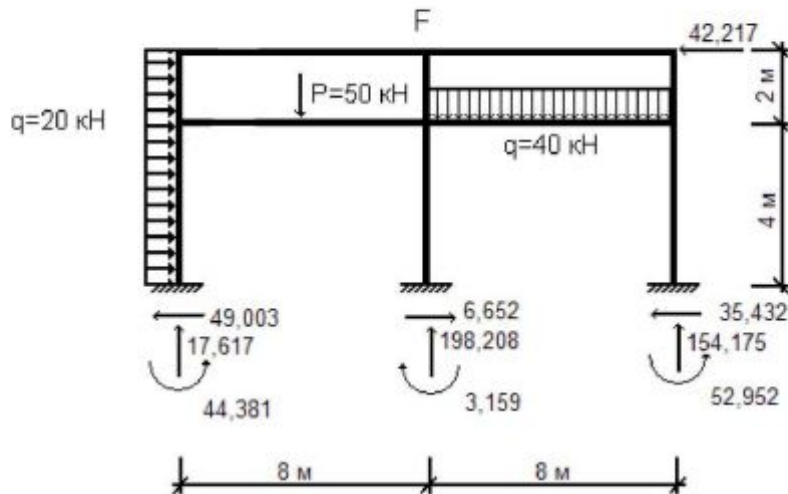


Рис. 10. Проверка равновесия рамы

$$\sum x = 0; \quad 20 \cdot 6 - 49,003 + 6,652 - 35,432 - 42,217 = 0.$$

$$\sum y = 0; \quad -50 - 40 \cdot 8 + 17,617 + 198,208 + 154,175 = 0.$$

$$\sum M_F = 0; \quad -20 \cdot 6 \cdot 3 - 50 \cdot 4 + 40 \cdot 8 \cdot 4 + 49,003 \cdot 6 + 17,617 \cdot 8 - 6,652 \cdot 6 + 35,432 \cdot 6 -$$

$$- 154,175 \cdot 8 + 3,159 - 52,952 - 44,381 = -1930,652 + 1930,705 \approx 0,053$$

Погрешность: $\frac{0,053}{1930,652} \cdot 100\% = 0,003\%$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Леонтьев Н. Н. Основы строительной механики стержневых систем / Н. Н. Леонтьев, Д. Н. Соболев, А. А. Амосов. – М. : АСВ, 1996. – 541 с.
2. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики / Г. К. Клейн, Р. Ф. Гаабасов, Л. И. Кошелев [и др.]. – М. : Высш. шк., 1980. – 384 с.
3. Снитко Н. К. Строительная механика / Н. К. Снитко. – М. : Высш. шк., 1980. – 430 с.
4. Строительная механика / А. В. Дарков, Г. К. Клейн, В. И. Кузнецов [и др.]. – М. : Высш. шк., 1986. – 606 с.
5. Строительная механика в примерах и задачах / В. А. Киселев, А. Е. Афанасьев, В. А. Ермоленко [и др.]. – М. : Стройиздат, 1968. – 410 с.

№ п/п	СХЕМЫ	Реактивные моменты		Реактивные силы	
		M_A	M_B	R_A	R_B
балки с защемленными концами					
1	2	3	4	5	6
1		$4 \frac{EJ}{l^2} = 4i$	$2 \frac{EJ}{l^2} = 2i$	$\frac{6EJ}{l^2} = \frac{6i}{l}$	$\frac{6EJ}{l^2} = \frac{6i}{l}$
2		$\frac{6EJ}{l^2}$	$\frac{6EJ}{l^2}$	$\frac{12EJ}{l^3}$	$\frac{12EJ}{l^3}$
3		$\frac{Pl}{8}$	$\frac{Pl}{8}$	$\frac{p}{2}$	$\frac{p}{2}$
4		$\frac{Pa^2b}{l^2}$	$\frac{Pa^2b^2}{l^2}$	$\frac{Pb^2}{l^2} (1 + \frac{2a}{l})$	$\frac{Pa^2}{l^2} (1 + \frac{2b}{l})$

1	2	3	4	5	6
5		$\frac{ql^2}{12}$	$\frac{ql^2}{12}$	$\frac{ql}{2}$	$\frac{ql}{2}$
6		$\frac{Mb}{l^2}(2l-3b)$	$\frac{Ma}{l^2}(2l-3a)$	$\frac{6ab}{l^3}M$	$\frac{6ab}{l^3}M$
балки с одним защемленным и другим шарнирно опертым концом					
7		$\frac{3EJ}{l}$	0	$\frac{3EJ}{l^2}$	$\frac{3EJ}{l^2}$
8		$\frac{3EJ}{l^2}$	0	$\frac{3EJ}{l^3}$	$\frac{3EJ}{l^3}$

1	2	3	4	5	6
9		$\frac{3Pl}{16}$	0	$\frac{11}{16}P$	$\frac{5}{16}P$
10		$\frac{Pb(l^2-b^2)}{2l^2}$	0	$\frac{Pb(3l^2-b^2)}{2l^3}$	$\frac{Pa^2(3l-a)}{2l^3}$
11		$\frac{ql^2}{8}$	0	$\frac{5ql}{8}$	$\frac{3ql}{8}$
12		$\frac{M(l^2-3b^2)}{2l^2}$	0	$\frac{3M(l^2-b^2)}{2l^3}$	$\frac{3M(l^2-b^2)}{2l^3}$

СОДЕРЖАНИЕ

Расчет статически неопределимой рамы методом перемещений.....	3
Схемы рам.....	4
Методические указания.....	7
Пример. Расчет рамы методом перемещений.....	11
Библиографический список.....	31
Приложение.....	32