

**ОПД.Р.03 СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА
В ВОПРОСАХ И ОТВЕТАХ**

Пособие для подготовки к зачету и экзамену

Тема 1. РАСЧЕТНЫЕ СХЕМЫ СООРУЖЕНИЙ. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Объект изучения строительной механики

Строительная механика изучает методы расчета *механических систем* на прочность, жесткость и устойчивость при статических и динамических воздействиях.

Основные уравнения строительной механики

Уравнения равновесия связывают внешние и внутренние силы, которые входят в них линейно, т. е. в первой степени.

Уравнения совместности деформаций связывают деформации с перемещениями. В общем случае они нелинейные, но их можно считать линейными в случае малых деформаций. Исключение – гибкие конструкции.

Физические уравнения связывают усилия с деформациями. Могут быть линейными или нелинейными в зависимости от принятой физической модели материала.

Что такое физическая модель материала?

Это оценка механического поведения материала, выраженная математически, т. е. с помощью функции $\sigma = f(\varepsilon)$. Для наглядности представляют в виде графиков. Вместо действительных диаграмм пользуются идеализированными схемами. Наиболее часто применяются модель линейно-упругого и линейно-упруго-пластического тела (диаграмма Прандтля).

Какие допущения используются в статике стержневых систем?

В основной части курса изучаются линейно деформируемые системы, для которых физические уравнения и уравнения совместности деформаций линейные. Для каждого стержня системы справедливы гипотезы и допущения сопротивления материалов:

- гипотеза однородности и сплошности
- гипотеза изотропности
- гипотеза об идеальной упругости материала
- допущение о справедливости закона Гука
- гипотеза плоских сечений Бернулли
- допущение о малости деформаций
- принцип независимости действия сил
- принцип Сен-Венана

Некоторые из этих допущений несправедливы, например, для нелинейно упругих, упругопластических систем, гибких конструкций

Что такое расчетная схема сооружения?

Это упрощенное изображение сооружения, учитывающее только основные данные, которые определяют его поведение под нагрузкой. Для одной и той же конструкции могут быть приняты различные расчетные схемы. Это зависит от требуемой точности расчета, имеющегося времени, наличия тех или иных вычислительных средств.

Принципы составления расчетной схемы стержневой системы.

- Стержни заменяются осевыми линиями;
- нагрузки с поверхности элементов переносятся на оси;
- поперечные сечения стержней независимо от их формы характеризуются численными значениями площадей и моментов инерции;
- реальные опорные устройства и связи между элементами заменяются идеальными связями.

Дать определение балки (фермы, арки, рамы, висячей системы). На что она работает?

Балочные конструкции характеризуются тем, что в горизонтальных системах при действии вертикальной нагрузки в опорах возникают только вертикальные реакции. Работают на изгиб.

Арочные конструкции состоят из криволинейных стержней, выпуклость которых направлена в сторону, противоположную действию нагрузки. Вертикальная нагрузка вызывает в опорах наклонные реакции. Работают на внецентренное сжатие.

Рамы – стержневые системы с жестким соединением прямолинейных элементов во всех или некоторых узлах. Стержни рамы работают на изгиб с растяжением или сжатием.

Фермы – системы прямолинейных стержней, которые при узловой передаче нагрузки испытывают только деформацию растяжения или сжатия.

Висячие системы представляют собой конструкции, в которых гибкие элементы (ванты) работают на растяжение.

Какие системы называются статически определимыми?

Такие, для которых все реакции связей и внутренние силы можно определить из уравнений статического равновесия.

Какие системы называются статически неопределимыми?

Такие, для которых реакции связей и внутренние усилия нельзя найти, пользуясь только уравнениями статики. Дополнительно приходится использовать уравнения совместности деформаций.

Что такое расчет по недеформированной схеме?

Такой расчет, когда уравнения равновесия для определения усилий составляются по расчетной схеме в недеформированном со-

стоянии. Справедлив для большинства задач статики стержневых систем. Исключение – расчет гибких конструкций; расчет стержней на устойчивость при продольном и продольно-поперечном изгибе.

Какая система называется геометрически неизменяемой?

Такая система, которая допускает взаимные перемещения составляющих ее элементов лишь за счет деформации самих элементов.

Основное свойство геометрически неизменяемой системы

Она способна принимать на себя и уравнивать внутренними силами любые нагрузки до разрушения материала.

Что такое диск?

Диском называется элемент плоской системы, геометрическая неизменяемость которого доказана или очевидна. Простейшим диском является стержень (брус, балка). Земля (основание) считается неподвижным диском.

Какая система называется геометрически изменяемой?

Такая система, у которой конечные взаимные перемещения элементов возможны без их деформации. Эти системы представляют собой механизмы и применяются в различных машинах.

Основное свойство геометрически изменяемой системы

Способна принимать на себя и уравнивать внутренними силами, не меняя заданной формы, некоторые нагрузки частных видов. Поскольку изменяемая система подвижна, то равновесие при определенной нагрузке независимо от ее величины может быть устойчивым, неустойчивым и безразличным.

Что такое центр вращения изменяемой системы?

Для всякой изменяемой системы существует центр вращения – точка, относительно которой конструкция поворачивается под действием нагрузки.

Возможен случай, когда после поворота системы ее диски и опорные стержни занимают новое положение, и система становится геометрически неизменяемой. Тогда точка, относительно которой происходит поворот системы в первый момент нагружения, является мгновенным центром вращения.

Что такое фиктивный шарнир?

Два стержня в плоской системе эквивалентны шарниру, находящемуся в точке их пересечения. Точку пересечения осевых линий двух стержней называют фиктивным шарниром.

Существует ли фиктивный шарнир для двух параллельных стержней?

Если два стержня, прикрепляющие диск к земле, параллельны, то диск может перемещаться относительно земли поступательно. В этом случае его центр вращения находится в бесконечном удалении от системы.

Что такое число степеней свободы?

Это наименьшее число независимых геометрических параметров, с помощью которых можно определить положение любой точки системы. В качестве геометрических параметров принимаются линейные координаты и углы поворота. Обозначается W .

Что называется связью?

Это всякое устройство, препятствующее изменению взаимного положения точек или сечений системы. В расчетных схемах сооружений связи различаются по числу степеней свободы, отнимаемых ими от системы.

В чем разница между реальными и идеальными связями?

В реальных конструкциях связи осуществляются в виде болтов, заклепок, сварных соединений, замоноличенных стыков и т. п. В задачах строительной механики исследуются расчетные схемы сооружений, в них в качестве связей используются стержни, шарниры, заделки. Стержни считаются абсолютно жесткими, шарниры – идеальными, т. е. в них не возникает сил трения, а усилия на стержни системы передаются строго через центр шарнира.

Что такое абсолютно необходимая связь?

Если при удалении какой-либо связи неизменяемая система становится изменяемой, то такая связь называется абсолютно необходимой.

Что такое лишняя связь?

Если при удалении какой-либо связи система остается неизменяемой, то такая связь называется условно необходимой или лишней. Понятие «лишняя связь» не совсем удачное, так как для конструкции эта связь необходима либо по конструктивным соображениям, либо для обеспечения надежной работы. Тем не менее, при анализе расчетных схем им пользоваться удобно.

Что такое элементарная связь?

Стержень называют элементарной (или кинематической) связью, так как его введение в систему уменьшает степень свободы на единицу.

Назовите виды шарниров

Шарниры бывают простыми и кратными (сложными). Простой шарнир соединяет два диска. Кратный (сложный) шарнир соединяет в одном узле более двух дисков.

Как определить кратность шарнира?

Сложный шарнир, соединяющий N дисков, эквивалентен $N-1$ простым шарнирам. Поэтому его кратность равна $\Pi = N-1$.

Дать кинематическую и статическую характеристику шарнирно-подвижной опоры

(Кинематическая характеристика определяет, каким движениям одного диска относительно другого препятствует связь и сколько степеней свободы она устраняет, а статическая характеристика – какие реакции могут в ней возникать.)

Эта опора препятствует линейному смещению опорной части системы по нормали к опорной плоскости; допускает поворот вокруг оси шарнира и поступательное перемещение вдоль опорной плоскости; устраняет одну степень свободы.

Опорная реакция проходит через центр шарнира перпендикулярно к опорной плоскости.

Дать кинематическую и статическую характеристику шарнирно-неподвижной опоры

Препятствует линейным смещениям; допускает поворот вокруг оси шарнира; устраняет две степени свободы.

Опорная реакция R проходит через центр шарнира и может иметь любое направление; при расчетах ее заменяют двумя составляющими: вертикальной V и горизонтальной H

Дать кинематическую и статическую характеристику жесткой заделки

Заделка не допускает ни линейных перемещений, ни поворота опорной части конструкции; устраняет три степени свободы.

В общем случае направление и точка приложения опорной реакции R могут быть любыми; при расчетах ее заменяют тремя составляющими: сосредоточенными силами V , H и моментом M .

Дать кинематическую и статическую характеристику скользящей заделки

Эта заделка препятствует смещению узла перпендикулярно опорной поверхности и его повороту; допускает перемещение вдоль поверхности основания; устраняет две степени свободы.

Опорная реакция R вертикальна, точка ее приложения в общем случае неизвестна; при расчетах ее заменяют сосредоточенной силой V и моментом M .

Дать определение системы, у которой $W > 0$

Система не имеет достаточного количества связей и поэтому является геометрически изменяемой.

Дать определение системы, у которой $W = 0$

Система обладает необходимым для геометрической неизменяемости числом связей, при правильной расстановке которых она статически определима.

Дать определение системы, у которой $W < 0$

Система обладает избыточным количеством связей для обеспечения ее геометрической неизменяемости; при правильной расстановке связей она статически неопределима.

Необходимое аналитическое условие геометрической неизменяемости

Геометрически неизменяемая система не должна обладать «свободой», т. е. необходимо, чтобы ее число степеней свободы было не большим нуля: $W \leq 0$.

Может ли у геометрически изменяемой системы быть $W \leq 0$?

Может, так как $W \leq 0$ – это необходимое, но недостаточное условие геометрической неизменяемости. Геометрическая неизменяемость зависит не только от количества связей, но и от их взаимного расположения.

Записать формулу Чебышева

$$W = 3D - 2\Pi - C_{\text{оп}},$$

где D – количество дисков, Π – количество простых шарниров, $C_{\text{оп}}$ – количество опорных стержней (не опор!) системы.

Число степеней свободы фермы

$$W = 2U - C - C_{\text{оп}},$$

где U – количество узлов системы, C – количество стержней фермы (дисков), $C_{\text{оп}}$ – количество опорных стержней.

Число степеней свободы многопролетной балки

$$W = \Pi - C_{\text{оп}} + 3,$$

где Π – количество междисковых шарниров, $C_{\text{оп}}$ – количество опорных стержней (не опор!) балки.

Число степеней свободы рамы

$$W = \Pi - 3K,$$

где K – число бесшарнирных замкнутых контуров; Π – число простых шарниров.

В каких случаях соединение двух дисков между собой мгновенно изменяемо?

Если три стержня, соединяющие два диска, параллельны или пересекаются в одной точке; если шарнир и стержень, соединяющие два диска, лежат на одной прямой.

В каких случаях соединение трех дисков между собой мгновенно изменяемо?

Если три шарнира, соединяющие два диска, лежат на одной прямой.

Как осуществить геометрически неизменяемое соединение двух дисков ?

С помощью трех стержней, оси которых не параллельны между собой и не пересекаются в одной точке; с помощью шарнира и стержня, причем шарнир и стержень не лежат на одной прямой.

Как осуществить геометрически неизменяемое соединение трех дисков ?

С помощью шести стержней, не параллельных и не пересекающихся в одной точке; трех шарниров, не лежащих на одной прямой; соответствующего количества шарниров и стержней (один шарнир и четыре стержня; два шарнира и два стержня).

Общий признак геометрической неизменяемости сооружений

Если конструкция может быть сведена к системе фиктивных шарнирно-стержневых треугольников, то она неизменяема.

Порядок проведения кинематического анализа

Определяют число степеней свободы и проверяют выполнение условия $W \leq 0$; проводят структурный анализ: выделяют в структуре конструкции диски и устанавливают, правильно ли расположены связи.

Преобразовать данную систему в геометрически изменяемую (геометрически неизменяемую, статически определимую, статически неопределимую)

(Будет изображена расчетная схема какой-либо стержневой системы)

**ПРИМЕЧАНИЕ. Ответы можно (и даже нужно!)
пояснять рисунками.**

Тема 2. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ ОПРЕДЕЛИМЫХ БАЛОК. ЛИНИИ ВЛИЯНИЯ

На чем основан статический метод расчета стержневых систем?

На использовании *уравнений статического равновесия*, записанных для конструкции в целом и для ее частей. Эти уравнения можно использовать в различных комбинациях (например, два уравнения моментов и одно уравнение проекций и т. д.).

При составлении этих уравнений система считается абсолютно твердым телом, т. е. не учитывается изменение размеров стержней и положения нагрузки, возникающее за счет деформации (расчет по недеформированной схеме).

На чем основан кинематический метод расчета стержневых систем?

На использовании вариационного принципа возможных перемещений Лагранжа.

Последовательность расчета статически определимых систем на неподвижную нагрузку кинематическим методом

Необходимо: 1) удалить ту связь, которая препятствует перемещению в направлении искомого усилия (система превращается в механизм с одной степенью свободы); 2) задать перемещение в положительном направлении искомого усилия; 3) загрузить полученный механизм внешней нагрузкой и неизвестным пока усилием; 3) составить уравнение возможных работ, из которого выразить искомое усилие.

Как учитываются силы инерции при расчете стержневых систем на подвижную нагрузку методом линий влияния?

В методе линий влияния подвижная нагрузка считается статической, т. е. силы инерции не учитываются.

Что называется расчетным (невыгоднейшим) положением внешней подвижной нагрузки?

Это такое положение, при котором внутренние усилия в рассматриваемом сечении (а, значит, и напряжения) будут наибольшими.

На каком принципе основан метод линий влияния?

Он основан на использовании принципа суперпозиции.

Простейшей базовой нагрузкой является единичная сила $P = 1$, от которой строится линия влияния. Затем определяется значение искомой величины от каждой внешней силы, умножая ординаты линии влияния на значения сил. Далее результаты складываются.

Из сосредоточенных сил можно получить любую нагрузку (момент есть пара сил, распределенная нагрузка – бесконечное число элементарных сил).

Дать определение линии влияния

Линией влияния называется график, изображающий закон изменения какого-либо фактора в одном заданном сечении конструкции в зависимости от положения на системе груза $P = 1$, направленного вертикально вниз.

Что показывает каждая ордината линии влияния?

Ордината линии влияния показывает значение исследуемого фактора (для которого построена линия влияния) при положении груза $P = 1$ над этой ординатой.

В чем основное отличие линии влияния от эпюры?

Эпюра соответствует фиксированному положению внешней нагрузки, ее ординаты выражают усилия *во всех сечениях* по длине конструкции. Все ординаты какой-либо линии влияния показывают усилие *только в одном сечении* – в том, для которого она построена.

Методы построения линий влияния

Для построения линий влияния можно использовать любые способы расчета на неподвижную нагрузку. В основном применяются статический и кинематический методы.

Порядок построения линий влияния статическим методом

1) Выбирается система координат y, z ; 2) на рассматриваемой балке устанавливается груз $P = 1$ и обозначается его абсцисса z ; 3) с помощью уравнений равновесия находится аналитическое выражение искомой величины $S = S(z)$; 4) строится график (линия влияния).

Чем отличаются способы построения линий влияния усилий в междуопорном и консольном сечении балки?

Для междуопорных сечений рассматривают равновесие левой части, если сила $P = 1$ находится справа от сечения, и наоборот – правой части, если сила слева. В этом случае в каждое уравнение входят только два фактора – искомая Q (или M) и одна из опорных реакций V .

Заметим, что можно составлять уравнения и по-другому, например, для левой части, если сила слева. Линия влияния получится такой же, но расчет будет сложнее.

Для консольных сечений всегда рассматривают равновесие отсеченной консоли. В этом случае в уравнения равновесия консоли входит не более двух усилий – либо Q (или M) и $P = 1$, либо одна Q (или M).

Порядок построения линий влияния при узловой передаче нагрузки

1) Строится линия влияния искомого усилия обычным образом, т. е. без учета узловой передачи нагрузки; 2) выделяются ординаты этой линии влияния под узлами; 3) узловые ординаты соединяются прямыми линиями.

Определение усилий по линиям влияния от одной сосредоточенной силы P

Если на систему действует одна вертикальная сила, то для определения значения S от этой силы необходимо ординату линии влияния S , измеренную под силой, умножить на величину P :

$$S = Py,$$

где S – искомое усилие, y – ордината л. в. S под сечением, в котором расположена сила P .

Ординаты берутся со своими знаками. Если внешняя сила направлена вертикально вверх (противоположно грузу $P = 1$), то ее значение при умножении на соответствующую ординату линии влияния принимается отрицательным.

Определение усилий по линиям влияния от n сосредоточенных сил

Когда на балку действует n сосредоточенных вертикальных сил, следует найти ординаты л. в. S под этими силами, умножить каждую из них на соответствующую силу и на основании принципа суперпозиции полученные произведения просуммировать:

$$S = \sum_{i=1}^n P_i y_i,$$

где S – искомое усилие, y_i – ордината л. в. S под i -м сечением балки, в котором расположена сила P_i .

Определение усилий по линиям влияния от нагрузки, распределенной по некоторому закону $q(z)$

Пусть на некотором участке балки a – b приложена распределенная нагрузка интенсивностью $q(z)$. Величина искомого усилия S

$$S = \int_a^b q(z)y(z)dz,$$

где $y(z)$ – уравнение линии влияния S .

Определение усилий по линиям влияния от равномерно распределенной нагрузки

Если на балку действует равномерно распределенная нагрузка ($q = \text{const}$), то искомое усилие

$$S = q\omega,$$

где ω – площадь линии влияния на участке действия нагрузки q .

Если равномерно распределенная нагрузка располагается над линией влияния, имеющей m участков, то формула для определения усилия S имеет вид

$$S = q \sum_{i=1}^m \omega_i,$$

где ω_i – площадь i -го участка линии влияния, взятая с соответствующим знаком.

Как должна быть расположена равномерно распределенная нагрузка, чтобы ее положение для данного сечения являлось расчетным?

Строим линию влияния усилия S в данном сечении (это может быть M для балок, N для ферм и т. д.). Экстремальное значение искомого усилия S получится при экстремальном значении площади ω . Это будет в том случае, когда нагрузка расположится над всей площадью л. в. S одного знака. Максимальное и минимальное значения величины S можно подсчитать по формулам:

$$S_{\max} = q\omega_{(+)}; \quad S_{\min} = q\omega_{(-)},$$

где $\omega_{(+)}$, $\omega_{(-)}$ – площади соответственно положительной и отрицательной частей л. в. S под равномерно распределенной нагрузкой.

Если расчетное сопротивление растяжению и сжатию одинаково, то наибольшая по модулю величина будет расчетным значением усилия S

$$S_{\text{расч}} = \max(|S_{\min}|, S_{\max}),$$

а соответствующее ему положение нагрузки расчетным положением.

Как должна быть расположена сосредоточенная сила, чтобы ее положение для данного сечения являлось расчетным?

Строим линию влияния усилия S в данном сечении (это может быть M для балок, N для ферм и т. д.). Максимальное значение изучаемой величины $S_{\max}$ получается, если сила P расположена над наибольшей ординатой $y_{\max}$, минимальное $S_{\min}$ – над наименьшей $y_{\min}$,

$$S_{\max} = Py_{\max}; \quad S_{\min} = Py_{\min},$$

Если расчетное сопротивление растяжению и сжатию одинаково, то наибольшая по модулю величина будет расчетным значением усилия S

$$S_{\text{расч}} = \max(|S_{\min}|, S_{\max}),$$

а соответствующее ему положение нагрузки расчетным положением.

Назовите основные типы балок

1) однопролетные, среди них: *простые* – балки на двух опорах по концам; *консольные* – на двух опорах со свешивающимися концами – консолями; *балки-консоли* – балки, защемленные одним концом;

2) многопролетные, среди них: *многопролетные шарнирные* – статически определимые балки, составленные из однопролетных балок, соединенных шарнирами; *неразрезные* – многопролетные балки, в которых отсутствуют шарниры, такие балки являются статически неопределимыми.

В чем достоинство расчета с использованием поэтажных схем?

В сложных балочных и рамных системах при определении реакций приходится решать системы уравнений со многими неизвестными. Чтобы этого избежать, используют поэтажные схемы. Они позволяют расчленить сложную систему на несколько простых и рассмотреть их отдельно.

Расчет начинается с верхних этажей, на которые действует только заданная нагрузка. Затем рассчитываются нижние этажи, на которые, кроме приложенной нагрузки, действуют силы в виде опорных давлений верхних этажей.

В чем различие между основными, дополнительными и подвесными балками?

Основные балки прикреплены к земле при помощи заделки или двух шарнирных опор. Дополнительные (присоединенные) балки прикреплены шарнирами к соседним балкам, а также опираются на землю с помощью шарнирной опоры. Подвесные балки прикреплены к двум основным или дополнительным балкам двумя шарнирами.

Принципы составления поэтажной схемы

Принципы следующие: 1) основные диски считаются I этажом; 2) дополнительные и подвесные диски могут быть II, III, ... этажами; 3) каждый из шарниров, соединяющих основные и дополнительные диски, заменяется шарнирно неподвижной опорой; 4) один из шарниров, присоединяющих подвесной диск, заменяется шарнирно неподвижной опорой, другой – шарнирно подвижной; при этом в опору нижележащего диска добавляется один стержень; 5) поэтажная схема и каждый ее элемент в отдельности должны быть геометрически неизменяемыми.

Последовательность построения линий влияния для многопролетных балок

1) Начинают построения всегда с той балки, к которой принадлежит рассматриваемое сечение или опора; 2) далее линию влияния продолжают в верхние этажи конструкции, соединяя ординаты под междисковыми шарнирами с нулевыми ординатами под опорами вышележащих балок.

Построение линии влияния вертикальной опорной реакции графическим способом

Необходимо под рассматриваемой опорой отложить ординату $(+1)$ и соединить её с (0) под второй опорой. Линия влияния будет ограничена одной прямой в пределах всей балки.

Построение линии влияния поперечной силы в междуопорном сечении графическим способом

Для построения правой прямой следует под левой опорой отложить ординату $(+1)$ и соединить с (0) под правой опорой. Для построения левой прямой необходимо под правой опорой отложить (-1) , соединить ее с (0) под левой опорой. Далее через сечение нужно провести вертикальную линию до пересечения с правой и левой прямыми.

Построение линии влияния изгибающего момента в междуопорном сечении графическим способом

Для построения правой прямой следует под левой опорой отложить ординату, равную расстоянию от сечения до левой опоры, и соединить ее с (0) под правой опорой, продолжив вправо до конца консоли. Для построения левой прямой необходимо под правой опорой отложить ординату, равную расстоянию от сечения до правой опоры, и соединить ее с (0) под левой опорой, продолжив до конца консоли. Правая и левая прямые пересекутся под сечением.

Построение линии влияния поперечной силы в консольном сечении графическим способом

Если сечение находится на левой консоли, необходимо под ним отложить (-1) и провести через эту точку параллельно базе левую прямую до конца консоли. Правая прямая нулевая.

Если сечение находится на правой консоли, необходимо под ним отложить $(+1)$ и провести через эту точку параллельно базе правую прямую до конца консоли. Левая прямая будет нулевой.

Построение линии влияния изгибающего момента в консольном сечении графическим способом

Следует отложить под концом консоли отрицательную ординату, по модулю равную расстоянию от сечения до конца консоли, и соединить ее с (0) под сечением.

Если сечение находится на левой консоли, нулевой будет правая прямая, если на правой – левая.

Последовательность построения линий влияния кинематическим методом

1) необходимо отбросить связь, соответствующую рассматриваемому усилию, превратив систему в механизм с одной степенью свободы; 2) полученному механизму следует сообщить единичное перемещение в положительном направлении искомого усилия; 3) эпюра перемещений точек балки будет совпадать с линией влияния рассматриваемого усилия.

Как построить линию влияния опорной реакции в балке с шарнирными опорами кинематическим методом?

Для ее построения нужно отбросить соответствующий опорный стержень, в этом же сечении сообщить балке единичное перемещение вертикально вверх. Полученная эпюра перемещений, совпадающая с искомой линией влияния, имеет нулевые ординаты под остальными опорами и изломы под междисковыми шарнирами.

Как построить линию влияния поперечной силы кинематическим методом?

В рассматриваемом сечении врезаем ползун, т. е. исключаем связь, препятствующую сдвигу правой части относительно левой. Задаем перемещения правой и левой частей балки в положительном направлении поперечной силы (по часовой стрелке) так, чтобы сумма их равнялась 1. На опорах перемещения нулевые, а обе части балки остаются параллельными.

Как построить линию влияния изгибающего момента кинематическим методом?

В рассматриваемом сечении врезаем шарнир, т. е. исключаем связь, препятствующую взаимному повороту левой и правой частей балки. Задаем перемещение полученной изменяемой системы в направлении положительных изгибающих моментов (растягивающих нижние волокна) так, чтобы суммарный угол поворота частей балки $\varphi = 1$. На опорах перемещения нулевые.

Тема 3. РАСЧЕТ ПЛОСКИХ ФЕРМ

Как выбирается расчетная схема фермы?

За расчетную схему при узловой передаче нагрузки обычно принимается шарнирная ферма. Расчет, основанный на такой расчетной схеме, является приближенным. Он не учитывает влияние жесткости соединений элементов фермы в узлах. Однако при узловой передаче нагрузки для многих ферм влияние жесткости узлов не слишком велико, поэтому указанная расчетная схема вполне приемлема.

Как связаны между собой значения продольных сил в поясах фермы и внутренних усилий в соответствующей балке?

Силы в поясах фермы N_{Π} пропорциональны изгибающему моменту в соответствующей балке M^b : $N_{\Pi} = M^b / h$, где h – высота фермы. Наибольший изгибающий момент возникает в середине пролета балки. Следовательно, в ферме постоянной высоты при такой же нагрузке наибольшие продольные силы возникают в средних стержнях фермы. При вертикальной нагрузке, направленной вниз, стержни верхнего пояса сжаты, нижнего – растянуты.

Как связаны между собой значения продольных сил в раскосах фермы и внутренних усилий в соответствующей балке?

Силы в раскосах фермы N_p пропорциональны поперечной силе в соответствующей балке Q^b : $N_p = Q^b / \sin \alpha$, где α – угол наклона раскоса. Нисходящие раскосы растянуты, восходящие сжаты.

Чем отличаются способы построения линий влияния в междуопорной и консольной части фермы?

Для стержней междуопорной части рассматривают равновесие левой части, если сила $P = 1$ находится справа от сечения, и наоборот – правой части, если сила слева. В этом случае в каждое уравнение входят только две силы – искомая N и одна из опорных реакций V .

Заметим, что можно составлять уравнения и по-другому, например, для левой части, если сила слева. Линия влияния получится такой же, но расчет будет сложнее.

Для стержней консольной части всегда рассматривают равновесие отсеченной консоли. В этом случае в уравнения равновесия консоли входит не более двух сил – либо N и $P = 1$, либо одна N .

Как определить положение передаточной прямой линии влияния продольной силы в стержне фермы?

Передаточная прямая (соединительная прямая, «срезка») находится между узлами расчлененного стержня грузового пояса.

Как расположены левая и правая прямые линии влияния N в стержне *пояса* для фермы с параллельными поясами?

Левая и правая прямые пересекаются под моментной точкой.

Как расположены левая и правая прямые линии влияния N в *раскосе* для фермы с параллельными поясами?

Левая и правая прямые параллельны.

ПРИМЕЧАНИЕ. Ответы можно (и даже нужно!) пояснять рисунками.

Тема 4. РАСЧЕТ ТРЕХШАРНИРНЫХ СИСТЕМ

1. Что называется распорной системой?

Если вертикальная нагрузка, действующая на систему, вызывает в ее опорах наклонные реакции, такая система называется *распорной*. Нагрузка стремится раздвинуть опоры, как бы «распирает» их, отсюда и произошло название – «распорные системы». Горизонтальная составляющая опорной реакции называется *распор*.

2. Что называется трехшарнирной аркой?

Трехшарнирная арка – это распорная система, имеющая форму кривого стержня; она состоит из двух несущих дисков, соединенных между собой и с землей шарнирами A , B , C .

Трехшарнирные арки статически определимы и геометрически неизменяемы.

3. Основные параметры трехшарнирной арки

Опоры A и B принято называть *пятами*, шарнир C *замком* арки, расстояние от прямой, соединяющей опоры, до замкового шарнира – *стрелой подъема* f , а расстояние между опорами по горизонтали – *пролетом* арки l .

4. Чем отличается трехшарнирная арка от трехшарнирной висячей системы?

Выпуклость арки *противоположна* действию нагрузки, в этом случае распор направлен внутрь арки.

Если выпуклость системы *совпадает* с направлением действия нагрузки, то распор будет направлен наружу. Такие системы носят название *висячих*.

5. Дать определение арки с затяжкой

Когда опорные устройства не способны воспринять распор, вводят дополнительный стержень (*затяжку*), соединяющий обе полуарки. Затяжка может быть расположена на уровне опор арки или выше их. Иногда затяжка выполняется ломаного очертания.

В расчетной схеме арки с затяжкой достаточно одной шарнирно-неподвижной опоры для обеспечения неподвижности системы в горизонтальном направлении; вторая опора принимается шарнирно-подвижной.

6. Опорные реакции в трехшарнирной арке в случае вертикальных нагрузок

Вертикальные составляющие V_A и V_B в опорах арки равны реакциям V_A^0 и V_B^0 в соответствующей (заменяющей) балке:

$$V_A = V_A^0, \quad V_B = V_B^0.$$

Горизонтальные составляющие реакций (распор)

$$H_A = H_B = H = M_C^0 / f,$$

где M_C^0 – значение изгибающего момента в сечении C соответствующей балки (под шарниром C арки); f – стрела подъема арки.

7. Как зависят реакции в арке от стрелы подъема f , длины пролета l и очертания оси?

Вертикальные составляющие опорных реакций V_A, V_B зависят от длины пролета l и не зависят от стрелы подъема f и очертания оси.

Распор H зависит от длины пролета l и стрелы подъема f , но не зависит от очертания оси. Распор тем больше, чем меньше стрела подъема и наоборот.

8. Внутренние усилия в арке

Изгибающий момент M , поперечная Q и продольная N сила в некотором сечении арки равны:

$$M = M^0 - Hy; \quad Q = Q^0 \cos \varphi - H \sin \varphi; \quad N = -(Q^0 \sin \varphi + H \cos \varphi),$$

где y – ордината данного сечения; φ – угол наклона касательной к оси арки в данном сечении; H – распор арки; M^0, Q^0 – изгибающий момент и поперечная сила в точке соответствующей балки с той же абсциссой, что и данное сечение.

9. Сравнить внутренние усилия в арке и балке одинакового пролета

При одинаковом нагружении изгибающие моменты и поперечные силы в арке всегда меньше, чем в балке того же пролета (это следует из формул для их вычисления). В этом состоит одно из достоинств арок.

В арке, в отличие от балки, возникает продольная сила. Она сжимающая ($N < 0$), потому что, как правило, $Q^0 \sin \varphi < H \cos \varphi$.

10. Охарактеризовать эпюры внутренних усилий в арке

Эпюры внутренних усилий в арках всегда *криволинейного очертания*. Это видно из расчетных формул, в которых сомножителями слагаемых являются $y, \sin \varphi$ и $\cos \varphi$, нелинейно меняющиеся по длине пролета.

Из дифференциальной зависимости между моментами и поперечными силами следуют следующие правила: если на участке поперечная сила положительна ($Q > 0$), то изгибающий момент M на этом участке *возрастает*; при $Q < 0$ момент M *убывает*; если в некотором сечении $Q = 0$, то эпюра M имеет здесь *экстремум*.

Под сосредоточенной силой P эпюра Q имеет скачок $P \sin \varphi$, эпюра N – скачок $P \cos \varphi$.

11. Опорные реакции в арке с затяжкой при вертикальной нагрузке

Вертикальная нагрузка вызывает в опорах *только вертикальные реакции*, горизонтальная составляющая реакции шарнирно-неподвижной опоры отсутствует.

Вертикальные реакции опор равны реакциям соответствующей балки $V_A = V_A^0$, $V_B = V_B^0$.

Затяжка AB работает на *центральное растяжение*, в ней возникает только продольная сила $N_{\text{зат}}$, которая равна распору в обычной трехшарнирной арке без затяжки.

$$N_{\text{зат}} = M_C^0 / f = H.$$

12. Внутренние усилия в арке с затяжкой

В трехшарнирной арке с затяжкой изгибающие моменты, поперечные и продольные силы определяются по формулам

$$M = M^0 - Hy; \quad Q = Q^0 \cos \varphi - H \sin \varphi; \quad N = -(Q^0 \sin \varphi + H \cos \varphi),$$

При этом усилие в затяжке $N_{\text{зат}}$ играет роль распора H : $H = N_{\text{зат}}$.

13. Дифференциальная зависимость между моментами и поперечными силами в арке

Поперечная сила есть производная от изгибающего момента по длине оси арки

$$Q = \frac{dM}{ds}.$$

14. Что такое рациональная ось арки?

Рациональной осью арки называется ось такого очертания, при которой размеры поперечного сечения будут наименьшими. Так как наибольшее влияние на прочность оказывают изгибающие моменты, то рациональной осью будет такая, при которой *изгибающие моменты во всех сечениях арки равны нулю*.

15. Уравнение рациональной оси

При действии на арку только вертикальной нагрузки уравнение рациональной оси

$$y(z) = M^0 / H.$$

Для фиксированной нагрузки распор H является константой. Следовательно, рациональная ось по форме должна совпадать с очертанием эпюры изгибающих моментов M^0 в соответствующей балке.

Если найдено такое очертание оси арки, при котором изгибающие моменты во всех сечениях равны нулю ($M = 0$), то на основании дифференциального соотношения поперечные силы во всех сечениях также равны нулю ($Q = 0$). Следовательно, в сечениях

арки возникают только продольные силы N , т. е. арка работает исключительно на сжатие. Это особенно выгодно для каменных и бетонных сооружений.

16. Рациональная ось арки при действии равномерно распределенной нагрузки

Рациональная ось по форме совпадает с очертанием эпюры изгибающих моментов M^0 в соответствующей балке. При действии равномерно распределенной нагрузки эпюра M^0 очерчена по квадратной параболе. Значит, рациональной осью арки является *квадратная парабола*.

17. Рациональная ось трехшарнирной системы при действии сосредоточенных сил

Рациональная ось по форме совпадает с очертанием эпюры изгибающих моментов M^0 в соответствующей балке. При действии сосредоточенных сил эпюра M^0 имеет ломаное очертание. Значит, рациональной осью является *ломаная линия*. Это уже не арка, а трехшарнирная рама.

18. Рациональная ось арки при действии радиальной нагрузки (гидростатического давления)

Гидростатическое давление – это равномерно распределенная нагрузка, направленная по нормали к оси арки. Чаще всего такая нагрузка рассматривается при расчете арок плотин.

Рациональное очертание оси трехшарнирной арки – дуга окружности.

19. Определение нормальных напряжений в арках

Арка представляет собой *кривой стержень*, поэтому при точном ее расчете надо учитывать кривизну. Применяемые в строительстве арки и своды в большинстве случаев пологие. Их допускается рассчитывать по приближенным формулам, т. е. считать, что напряженное состояние в сечении арки является таким же, как и в прямом, а не кривом стержне.

Нормальные напряжения при *внецентренном сжатии* определяются следующим образом:

$$\sigma = \frac{N}{A} \pm \frac{M}{J} y,$$

где M – изгибающий момент; N – продольная сила; A – площадь поперечного сечения; J – момент инерции сечения относительно главной оси инерции, перпендикулярной плоскости изгиба.

20. Как не допустить появление растягивающих напряжений в сечении арки?

Для арок, выполненных из хрупкого материала (кирпич, бетон), нежелательно появление растягивающих напряжений. Поэтому для таких арок кривая давления не должна выходить за пределы ядра сечения.

(Кривая давления – это линия действия внутренней силы, передающейся вдоль арки).

21. Линии влияния опорных реакций в арке

Вертикальные составляющие реакций V_A и V_B определим из уравнений моментов относительно центров опор:

22. Л. в. внутренних усилий в арке (способ наложения)

Пусть сечение K имеет координаты z_K , y_K и угол наклона φ_K . Линии влияния изгибающего момента M_K , поперечной Q_K и продольной N_K сил в этом сечении строятся на основании их общих выражений:

$$\text{л. в. } M_K = \text{л. в. } M_K^0 - y_K (\text{л. в. } H);$$

$$\text{л. в. } Q_K = \cos \varphi_K (\text{л. в. } Q_K^0) - \sin \varphi_K (\text{л. в. } H);$$

$$\text{л. в. } N_K = -\sin \varphi_K (\text{л. в. } Q_K^0) - \cos \varphi_K (\text{л. в. } H).$$

Это значит, что линии влияния M_K , Q_K , N_K можно получить, построив линии влияния M_K^0 , Q_K^0 и H , умножив их на соответствующие коэффициенты, а затем сложив ординаты. Прямые, ограничивающие линии влияния, носят названия: *левая прямая* – от опоры A до сечения K , *средняя прямая* – от сечения K до шарнира C , *правая прямая* – от шарнира C до опоры B .

23. Порядок построения л. в. M_K методом нулевых точек:

- 1) необходимо найти z_0^M и отметить нулевую точку на линии влияния;
- 2) под шарниром A отложить ординату z_K , через полученную точку и нулевую точку провести *среднюю прямую* (справедливую между сечением K и шарниром C);
- 3) ординату средней прямой под сечением K соединить с нулем под опорой A – получится *левая прямая*;
- 4) ординату средней прямой под шарниром C соединить с нулем под опорой B – получится *правая прямая*.

24. Порядок построения л. в. Q_K методом нулевых точек:

- 1) необходимо найти z_0^Q и отметить нулевую точку на линии влияния;
- 2) под шарниром A отложить ординату $\cos \varphi_K$, через полученную точку и нулевую точку провести *среднюю прямую* (справедливую между сечением K и шарниром C);

- 3) параллельно средней прямой через шарнир A провести *левую прямую* (справедливую между опорой A и сечением K);
- 4) ординату средней прямой под шарниром C соединить с нулем под опорой B – получится *правая прямая*.

25. Порядок построения л. в. N_K методом нулевых точек:

- 1) необходимо найти z_0^N и отметить нулевую точку на линии влияния;
- 2) под шарниром A отложить ординату $(-\sin \varphi_K)$, через полученную точку и нулевую точку провести *среднюю прямую* (справедливую между сечением K и шарниром C);
- 3) параллельно средней прямой через шарнир A провести *левую прямую* (справедливую между опорой A и сечением K);
- 4) ординату средней прямой под шарниром C соединить с нулем под опорой B – получится *правая прямая*.

26. Расчетное положение нагрузки на арке

Прочность материала арок проверяется по нормальным напряжениям в крайних точках поперечных сечений. Можно отдельно рассматривать линии влияния N_k и M_k и исследовать несколько положений нагрузки на арке. Порядок расчета следующий:

- 1) определяется расчетное положение нагрузки по положительной части л. в. M_k ; вычисляется значение момента $+M_k^{\max}$ и соответствующее ему значение продольной силы $N_k^{(+M)}$;
- 2) определяется расчетное положение нагрузки по отрицательной части л. в. M_k ; вычисляется значение момента $-M_k^{\max}$ и соответствующее ему значение продольной силы $N_k^{(-M)}$;
- 3) определяется расчетное положение нагрузки по л. в. N_k ; вычисляется значение продольной силы $N_k^{\max}$ и соответствующее ему значение момента $M_k^{(N)}$;
- 4) при каждом из этих трех положений определяются нормальные напряжения в крайних точках сечения и из них выбираются численно наибольшие для каждого знака.

Данный метод является приближенным, так как линии влияния изгибающего момента и продольной силы отличаются по своей форме, и расчетные положения нагрузки для них различны.

Тема 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ МЕТОДОМ МОРА

27. Цель определения перемещений

Определение перемещений необходимо:

- 1) для оценки жесткости конструкции;
- 2) при расчетах статически неопределимых систем;
- 3) при решении задач динамики.

Сооружения, машины, механизмы и т. п. должны быть не только прочными, но и достаточно жесткими. Это значит, что перемещения различных точек конструкции, возникающие при ее деформации, должны быть достаточно малыми.

При расчете статически неопределимых систем, как известно, уравнений статики недостаточно. Необходимо привлекать уравнения совместности деформаций, связывающие перемещения различных точек системы между собой.

В задачах динамики перемещения также вычисляются на промежуточном этапе расчета, в частности, при определении динамических коэффициентов для элементов.

28. Достоинства метода Мора

Метод Мора является общим и универсальным методом определения перемещений. Он позволяет вычислять любые типы перемещений (удлинения, прогибы, углы поворота, углы закручивания и т. п.) для всех типов стержневых систем (балки, рамы, фермы, арки).

29. Что такое возможные перемещения

Под возможными перемещениями понимаются бесконечно малые перемещения точек системы, допускаемые имеющимися связями и не зависящие от заданной исходной системы сил.

30. Какая работа называется действительной?

Действительной называется работа данных сил (внешних или внутренних) на перемещениях и деформациях, вызванных этими же силами.

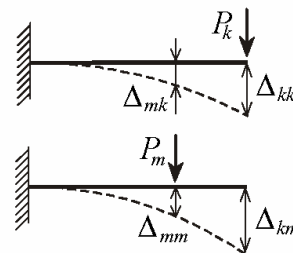
31. Какая работа называется возможной?

Возможной называется работа внешних или внутренних сил на возможных перемещениях или деформациях.

32. В чем разница при определении действительной и возможной работы внешней силы?

Действительная работа силы P_k при статическом действии ее на упругую систему равна половине произведения конечного значения этой силы на окончательное значение соответствующего ей перемещения Δ_{kk} (теорема Клапейрона; справедлива для любой линейно деформируемой системы): $W_{kk}^e = 0,5 P_k \Delta_{kk}$.

При вычислении возможной работы силы P_k следует брать не половину, а полную величину произведения каждой силы на соответствующее возможное перемещение Δ_{km} : $W_{km}^e = P_k \Delta_{km}$.



33. Принцип возможных перемещений

В общем случае этот принцип формулируется так: для равновесия системы необходимо и достаточно, чтобы сумма возможных работ всех действующих на нее активных сил на любых *бесконечно малых* возможных перемещениях точек системы была равна нулю:

$$\delta W^e + \delta W^i = 0,$$

где δW^e – возможная работа внешних сил на возможных перемещениях; δW^i – возможная работа внутренних сил на возможных деформациях.

34. Принцип Лагранжа в упругих системах

Для равновесия упругой системы необходимо и достаточно, чтобы сумма возможных работ всех действующих на систему сил на любых *малых* возможных перемещениях ее точек была равна нулю:

$$W^e + W^i = 0,$$

где W^e – возможная работа внешних сил; W^i – возможная работа внутренних сил (напряжений).

Упругие перемещения точек в линейно деформируемых системах хотя и конечны, но весьма малы по сравнению с размерами элементов. Эти перемещения можно принять в качестве возможных, так как они удовлетворяют наложенным связям.

35. К каким системам может быть применен принцип Лагранжа?

Принцип Лагранжа может быть применен к любой системе, находящейся в состоянии равновесия: к абсолютно жесткому телу, к упругому, вязкому или упругопластическому деформируемому телу (в случае малых деформаций).

36. Почему работа внутренних сил считается отрицательной?

Эта работа отрицательна, поскольку направления внутренних сил и деформаций, вызванных внешними силами, противоположны.

37. Формула Мора для плоской стержневой системы

$$\Delta_{Kp} = \sum \int_s \frac{\bar{N} N_p}{EA} ds + \sum \int_s \frac{\eta \bar{Q} Q_p}{GA} ds + \sum \int_s \frac{\bar{M} M_p}{EJ} ds.$$

где $\bar{N}, \bar{Q}, \bar{M}$ – внутренние усилия в «единичном» состоянии; N_p, Q_p, M_p – внутренние усилия в «грузовом» состоянии; EA, GA, EJ – жесткости при растяжении–сжатии, сдвиге и изгибе;

η – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения касательных напряжений при изгибе по сечению.

38. Формула Мора для пространственной стержневой системы

Для пространственной стержневой системы она содержит шесть внутренних силовых факторов (крутящий и два изгибающих момента, продольную и две поперечные силы):

$$\Delta_{kp} = \sum_s \int_s \frac{\bar{N}N_p}{EA} ds + \sum_s \int_s \frac{\eta_x \bar{Q}_x Q_{xp}}{GA} ds + \sum_s \int_s \frac{\eta_y \bar{Q}_y Q_{yp}}{GA} ds + \\ + \sum_s \int_s \frac{\bar{M}_z M_{zp}}{GJ_p} ds + \sum_s \int_s \frac{\bar{M}_x M_{xp}}{EJ_x} ds + \sum_s \int_s \frac{\bar{M}_y M_{yp}}{EJ_y} ds$$

где $\bar{N}, \bar{Q}_x, \bar{Q}_y, \bar{M}_z, \bar{M}_x, \bar{M}_y$ – внутренние усилия в «единичном» состоянии; $N_p, Q_{xp}, Q_{yp}, M_{zp}, M_{xp}, M_{yp}$ – внутренние усилия в «грузовом» состоянии; EA, GA, GJ_p, EJ_x, EJ_y – жесткости при растяжении–сжатии, сдвиге, кручении и изгибе; η_x, η_y – коэффициенты, учитывающие неравномерность распределения касательных напряжений по сечению.

39. Порядок определения перемещений с помощью интеграла Мора:

1) необходимо найти выражения внутренних усилий на отдельных участках системы от заданной нагрузки (в «грузовом» состоянии);

2) по направлению искомого перемещения следует приложить единичное усилие (для линейных перемещений – сосредоточенную силу, для угловых – момент);

3) необходимо найти выражения внутренних усилий в сечениях отдельных участков системы от единичного усилия (в «единичном» состоянии);

4) подставив найденные выражения усилий в формулу Мора, следует определить искомое перемещение интегрированием по отдельным участкам системы и суммированием результатов.

Если найденное перемещение положительно, то оно совпадает с направлением приложенной единичной силы, если отрицательно – противоположно ему.

40. В чем отличие формулы Мора для балок от соответствующей формулы для любой плоской системы?

При изгибе балок и плоских рам основное влияние на перемещения имеют изгибающие моменты. Обозначим: l – длина элемента, h – высота поперечного сечения. Возможны следующие случаи:

1) если $l/h > 8$, то в формуле Мора допускается учитывать только изгибающие моменты:

$$\Delta_{Kp} = \sum \int_s \frac{\overline{M} M_p}{EJ} ds;$$

2) если $5 \leq l/h \leq 8$, то необходимо учесть и поперечные силы;

3) если $l/h < 5$, то применение интеграла Мора дает большие погрешности в расчетах, поэтому перемещения следует определять методами теории упругости.

41. Правило Верещагина: записать формулу для вычисления перемещений и указать условия ее применимости

Для вычисления интеграла Мора можно использовать способ Верещагина:

$$\Delta_{Kp} = \sum \frac{1}{EJ} \int_0^l \overline{M} M_p dz = \sum \frac{1}{EJ} \Omega y_c;$$

где EJ – изгибная жесткость; Ω – площадь «грузовой» эпюры M_p ; y_c – ордината «единичной» эпюры $\overline{M}$, взятая под центром тяжести эпюры M_p .

Следует помнить, что ордината y_c должна быть обязательно взята из прямолинейной эпюры. Результат будет положительным, если центр тяжести одной эпюры и ордината y_c расположены по одну сторону от оси стержня.

Если обе перемножаемые эпюры линейные, то операция перемножения обладает свойством коммутативности. В этом случае безразлично, умножается ли площадь первой эпюры на ординату второй или площадь второй эпюры на ординату первой.

42. Применение формулы Симпсона для определения перемещений в балках и рамах

Для вычисления интеграла Мора можно использовать способ Симпсона:

$$\Delta_{Kp} = \sum \frac{1}{EJ} \int_0^l \overline{M} M_p dz = \sum \frac{l}{6EJ} (ac + bd + 4fg),$$

где EJ – изгибная жесткость; a, b, f – крайние и средняя ординаты эпюры M_p ; c, d, g – крайние и средняя ординаты $\overline{M}$.

43. Применение формулы Симпсона для определения перемещений в балках и рамах для двух прямолинейных эпюр

В частном случае, когда обе перемножаемые эпюры M_p и $\overline{M}$ линейные

$$\Delta_{Kp} = \sum \frac{1}{EJ} \int_0^l \overline{M} M_p dz = \sum \frac{l}{6EJ} (2ac + 2bd + ad + bc),$$

где EJ – изгибная жесткость; a, b – крайние и средняя ординаты эпюры M_p ; c, d – крайние и средняя ординаты $\overline{M}$.

Заметим, что для разных участков одной и той же системы можно использовать различные способы перемножения эпюр.

Тема 6. РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ СИСТЕМ МЕТОДОМ СИЛ

44. Какие системы называют статически неопределимыми?

Статически неопределимыми называются системы, которые не могут быть рассчитаны с использованием только уравнений статики. Они содержат дополнительные связи сверх минимально необходимых, обеспечивающих геометрическую неизменяемость и неподвижность конструкции.

45. Виды статической неопределимости

Лишними могут быть как внешние, так и внутренние связи. В соответствии с этим различают: 1) внешнюю статическую неопределимость (лишними являются опорные стержни); 2) внутреннюю статическую неопределимость (лишними являются элементы самой системы).

46. Степень статической неопределимости

Количество лишних связей называется *степенью статической неопределимости* s , которая равна числу степеней свободы, взятому с обратным знаком: $s = -W$.

Она может быть определена по формуле, следующей из формулы Чебышева: $s = -3Д + 2Ш + C_{оп}$. Эта зависимость справедлива лишь в том случае, если каждый из дисков сам не является системой с лишними связями, т. е. не содержит внутренней статической неопределимости.

При расчете рам удобно использовать следующую формулу:

$$s = 3К - Ш,$$

где $К$ – число бесшарнирных замкнутых контуров; $Ш$ – число простых шарниров.

47. Свойства статически неопределимых систем

1) Перемещения и деформации в статически неопределимой системе меньше, чем в аналогичной статически определимой. Это объясняется тем, что дополнительные (лишние) связи повышают жесткость системы.

2) Статически неопределимые системы более экономичны, чем статически определимые, так как при одной и той же внешней нагрузке внутренние усилия в них меньше.

3) Статически неопределимые системы более надежны в процессе эксплуатации. Нарушение (или перенапряжение) лишних связей не ведет к немедленному разрушению всего сооружения, так как удаление этих связей делает систему статически определимой. В то же время потеря связи в статически определимой системе приводит к ее геометрической изменяемости.

4) Усилия в статически неопределимых системах в общем случае зависят от соотношений жесткостей их отдельных элементов. Изменение размеров сечений стержней приводит к изменению усилий во всей системе.

5) Изменение температуры, осадка опор, неточность изготовления и сборки элементов вызывают в статически неопределимых системах появление дополнительных усилий, которые могут быть весьма значительными.

48. Основная система метода сил

Основная система метода сил – это, как правило, статически определимая система, полученная из заданной отбрасыванием лишних связей и заменой их усилиями, соответствующими реакциям этих связей. Связи могут отбрасываться любые (и внешние, и внутренние), но основная система должна быть геометрически и мгновенно неизменяемой.

49. Сколько вариантов основной системы можно предложить для заданной статически неопределимой системы?

Для одной и той же заданной системы можно предложить несколько вариантов основной системы. Теоретически – бесконечное множество.

50. Основные неизвестные.

Силы и моменты $X_1, \dots, X_n$, заменяющие действие отброшенных лишних связей, принимаются за основные неизвестные метода сил. Основные неизвестные определяются из условий равенства нулю перемещений в основной системе по направлениям отброшенных лишних связей.

51. Канонические уравнения метода сил

Каноническими называют уравнения, построенные по определенному закону (канону) и обладающие свойством взаимности коэффициентов.

$$\begin{aligned}\delta_{11} X_1 + \delta_{12} X_2 + \dots + \delta_{1k} X_k + \dots + \delta_{1n} X_n + \Delta_{1p} &= 0; \\ \delta_{21} X_1 + \delta_{22} X_2 + \dots + \delta_{2k} X_k + \dots + \delta_{2n} X_n + \Delta_{2p} &= 0; \\ \dots & \\ \delta_{k1} X_1 + \delta_{k2} X_2 + \dots + \delta_{kk} X_k + \dots + \delta_{kn} X_n + \Delta_{kp} &= 0; \\ \dots & \\ \delta_{n1} X_1 + \delta_{n2} X_2 + \dots + \delta_{nk} X_k + \dots + \delta_{nn} X_n + \Delta_{np} &= 0.\end{aligned}$$

52. Смысл каждого канонического уравнения метода сил

Смысл k -го уравнения: отсутствие перемещения по направлению усилия X_k .

53. Смысл коэффициентов канонических уравнений метода сил

δ_{km} – перемещение по направлению усилия X_k от действия единичного усилия, приложенного по направлению X_m ; Δ_{kp} – перемещение по направлению усилия X_k от действия внешней нагрузки.

54. Какой знак могут иметь коэффициенты

Главные единичные перемещения $\delta_{11}, \delta_{22}, \dots$ всегда положительны; побочные единичные перемещения $\delta_{12}, \delta_{21}, \dots$ и грузовые $\Delta_{1p}, \Delta_{2p}, \dots$ могут иметь любой знак, а также быть равными нулю.

55. Теорема Максвелла

$\delta_{km} = \delta_{mk}$ (единичное перемещение по направлению усилия X_k от действия усилия $X_m = 1$ равно единичному перемещению по направлению усилия X_m от действия усилия $X_k = 1$).

56. Какие проверки используются в процессе расчета рам методом сил?

Проверка правильности вычисления коэффициентов канонических уравнений; проверки эпюры изгибающих моментов (статическая и деформационная); статическая проверка равновесия рамы.

57. По какому закону изменяется температура по высоте сечения стержней рамы?

Принимается, что по высоте сечения температура изменяется линейно.

58. В чем отличие канонических уравнений метода сил при расчете на изменение температуры и на действие нагрузки?

В канонических уравнениях вместо грузовых перемещений Δ_{kp} присутствуют температурные перемещения Δ_{kt} . При их расчете нельзя пренебрегать возникающей продольной силой. При постоянных вдоль участка стержня приращениях температур волокон t_1 , t_2 , коэффициенте линейного теплового расширения α и симметричном относительно двух осей сечении

$$\Delta_{kt} = \sum \alpha \frac{t_1 - t_2}{h} \Omega_{\overline{M}} + \sum \alpha \frac{t_1 + t_2}{2} \Omega_{\overline{N}},$$

где h – высота сечения, $\Omega_{\overline{M}}, \Omega_{\overline{N}}$ – площади единичных эпюр изгибающих моментов и продольных сил, которые построены от единичного усилия, приложенного по направлению искомого перемещения.

59. В чем отличие канонических уравнений метода сил при расчете на осадку опор и на действие нагрузки?

При кинематическом воздействии в канонических уравнениях в правой части не нули, а заданные угловые и линейные смещения опор. Неизвестные метода сил выбираются так, чтобы они были направлены вдоль этих перемещений.

60. Выбрать основную систему метода сил для указанной системы

(Будет задана статически неопределимая система)

ПРИМЕЧАНИЕ. *Ответы можно (и даже нужно!) пояснять рисунками.*