ОПД.Р.03 СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА
РАСЧЕТ СТАТИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛИМЫХ РАМ МЕТОДОМ СИЛ

Методические указания и задания к
расчетно-проектировочной работе

Методические указания содержат задания и пример выполнения расчетно-проектировочной работы №5.

Предназначены для студентов III курса дневной формы обучения специальности «Промышленное и гражданское строительство».

ВВЕДЕНИЕ

При изучении курса строительной механики студенты строительного факультета дневного отделения на третьем курсе должны выполнить семь расчетно-проектировочных работ. Последние три, включающие расчет статически неопределимых систем, выполняются в шестом семестре.

Ограниченный тираж «Руководства к практическим занятиям по курсу строительной механики» [2] значительно усложняет выполнение расчетно-проектировочных работ (РПР). В то же время методы расчета статически неопределимых систем являются достаточно сложным разделом, чем и вызвана необходимость издания методических рекомендаций по этой теме, которые будут способствовать более быстрому ее усвоению и выполнению графика самостоятельных работ.

ТРЕБОВАНИЯ К ОФОРМЛЕНИЮ РАСЧЕТНО-ПРОЕКТИРОВОЧНОЙ РАБОТЫ

Расчетно-проектировочная работа должна содержать графическую часть с необходимыми вычислениями и пояснениями, которые приводятся в пояснительной записке.

Схемы, содержащие эпюры усилий, должны быть выполнены четко, аккуратно, в них необходимо указать масштабы длин и сил. В характерных сечениях на эпюрах усилий проставляются числовые значения последних. На эпюрах поперечных и продольных сил проставляются знаки (+) или (–). Ординаты эпюр изгибающих моментов откладываются со стороны растянутых волокон, знак не указывается.

На титульном листе пояснительной записки необходимо указать следующие данные:

1) наименование вуза и кафедры;
2) наименование и номер работы;
3) факультет, курс, группу, фамилию студента и ведущего преподавателя.

С примерами оформления РПР можно ознакомиться на кафедре прикладной механики.

Для получения зачета студент должен выполнить работу и защитить ее. При приеме зачета преподаватель проводит опрос по теме; студенту предлагается решить контрольную задачу.

ПОРЯДОК ПОЛУЧЕНИЯ ЗАДАНИЙ

Вариант задания для каждого студента определяется в соответствии с номером схем и строк, приводимых в таблицах, преподавателем, ведущим практические занятия в группе (Приложение 1).

ЗАДАНИЕ

Для расчета заданной статически неопределимой рамы требуется:

1) раскрыть статическую неопределимость методом сил и построить эпюры M, Q, N;
2) произвести проверку правильности построения эпюр;
3) провести ее расчет на ЭВМ.

Исходные данные определяются по табл. 1 и 2 и приложенным к заданию схемам. Номер схемы рамы совпадает с номером варианта, номер строки табл. 1 - с последней, а номер строки табл. 2 – с предпоследней цифрой номера зачетной книжки.

Таблица 1

№ строки	Параметры		
	l, м	h, м	J_2/J_1
1	6	8	2:1
2	9	4	3:1
3	12	4	3:2
4	6	8	4:1
5	10	4	5:3
6	8	6	2:1
7	6	6	3:1
8	9	8	3:2
9	12	6	4:1
0	6	4	2:3

Таблица 2

№ строки	Параметры			
	P_1, кН	P_2, кН	q_1, кН/м	q_2,кН/м
1	6	0	2	0
2	9	0	3	0
3	0	8	0	3
4	0	8	0	2
5	10	0	5	0
6	8	0	2	0
7	0	6	0	3
8	0	8	0	3
9	12	0	4	0
0	6	0	2	0

Примечание: J_1 – жесткость всех горизонтальных и наклонных стержней; J_2 – вертикальных.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Расчет статически неопределимой рамы может быть произведен различными методами. Одним из распространенных является метод сил. За основные (лишние) неизвестные силы в данном случае принимаются реактивные силы в отброшенных связях системы [1–5]. Расчет рамы начинается с нахождения степени ее статической неопределимости, которая может быть установлена по формуле

$$Л = 3К - Ш. \qquad (1)$$

Вычислив количество лишних связей, приступают к выбору основной системы и назначению неизвестных. Основной явится та статически определимая система, которая получена из заданной статически неопределимой после устранения лишних связей. Выбранная система должна быть геометрически и мгновенно неизменяемой.

Желательно получить наиболее простую основную систему. Если заданная система симметричная, то основная система должна быть симметричной.

Наиболее удачным ее выбор считается тогда, когда большинство побочных перемещений обратятся в нули.

После этого составляются канонические уравнения. В общем случае они запишутся в следующем виде:

$$\begin{aligned}
&\delta_{11}\cdot x_1+\delta_{12}\cdot x_2+\delta_{13}\cdot x_3+\ldots+\delta_{1n}\cdot x_n+\Delta_{1p}=0;\\
&\delta_{21}\cdot x_1+\delta_{22}\cdot x_2+\delta_{23}\cdot x_3+\ldots+\delta_{2n}\cdot x_n+\Delta_{2p}=0;\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&\delta_{n1}\cdot x_1+\delta_{n2}\cdot x_2+\delta_{n3}\cdot x_3+\ldots+\delta_{nn}\cdot x_n+\Delta_{np}=0
\end{aligned} \tag{2}$$

Физический смысл уравнений состоит в том, что перемещение по направлению каждой неизвестной сил от всех неизвестных сил и от заданной нагрузки должно равняться нулю, так как в заданной системе имеются связи по направлению неизвестных сил.

Каждый коэффициент при неизвестном, входящем в каноническое уравнение (δ_{11}, $\delta_{12,}$ δ_{nn}), есть перемещение основной системы по направлению неизвестных от единичных сил $\bar{x}_1$, $\bar{x}_2$, $\bar{x}_3$ ..., $\bar{x}_n$. Например, δ_{12} перемещение по направлению силы x_1 от действия единичной силы x_2 . Свободные члены уравнения (Δ_{1p}, Δ_{2p}, Δ_{np}) представляют собой перемещения основной системы по направлению неизвестных от заданной нагрузки.

Коэффициенты при неизвестных и свободные члены канонических уравнений определяются с помощью интеграла Мора по формулам

$$\begin{aligned}
\delta_{nn}&=\sum\int\frac{\overline{M}_n^2}{EJ}\cdot dx;\\
\delta_{in}&=\sum\int\frac{M_i\cdot M_n}{EJ}\cdot dx;\\
\Delta_{np}&=\sum\int\frac{M_p\cdot M_n}{EJ}\cdot dx.
\end{aligned} \tag{3}$$

Если в раме стержни прямолинейны и по длине имеют одинаковую жесткость, то можно определить коэффициенты при неизвестных и свободные члены по правилу А.Н.Верещагина (перемножением эпюр) по выражениям

$$\begin{aligned}
\delta_{nn}&=\sum\frac{\omega_n\cdot y_n}{EJ}\cdot dx;\\
\delta_{in}&=\sum\frac{\omega_n\cdot \bar{y}_n}{EJ}\cdot dx;\\
\Delta_{np}&=\sum\frac{\omega_p\cdot \bar{y}_n}{EJ}\cdot dx,
\end{aligned} \tag{4}$$

где ω – площадь одной из эпюр изгибающих моментов; y_n – ордината другой (обязательно прямолинейной) эпюры, взятой по центру тяжести эпюры ω.

Важно отметить, что ордината y_n должна быть вычислена обязательно из прямолинейной эпюры.

Площадь эпюр и место положения ординаты центра тяжести можно определить с помощью готовых таблиц (см. [2]). Коэффициенты δ_{nn} всегда положительны, коэффициенты δ_{in} и свободные члены Δ_{np} могут быть как положительными, так и отрицательными, а также равными нулю. Для определения коэффициентов при неизвестных и свободных членов уравнения необходимо построить «единичные» эпюры изгибающих моментов. Другими словами, нужно построить эпюры изгибающих моментов: $\overline{M}_1$ – от силы $x_1=1$; $\overline{M}_2$ – от силы $x_2=1$ и т. д. Кроме того, можно построить эпюру M_p от действия на основную систему заданных нагрузок.

После определения коэффициентов при неизвестных и свободных членов уравнения необходимо выполнить проверку правильности их вычисления, для чего надо построить также суммарную единичную эпюру

$$M_S = M_1 + M_2 + \ldots + M_n \tag{5}$$

и вычислить δ_{SS}; сумма δ_{ik} вычисляется отдельно. Если они определены правильно, то должно удовлетворяться следующее условие

$$\delta_{SS} = \sum \delta = \delta_{11} + \delta_{22} + \ldots + \delta_{nn} + 2 \cdot (\delta_{12} + \delta_{13} + \ldots + \delta_{in}). \tag{6}$$

Свободные члены проверяются условием

$$\Delta_{sp} = \sum \Delta = \Delta_{1p} + \Delta_{2p} + \ldots + \Delta_{np}. \tag{7}$$

Если не выполняется универсальная проверка (6), то для отыскания ошибки следует провести построчные проверки:

$$\begin{aligned} &\delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{13} + \ldots + \delta_{1n} = \delta_{1S}; \\ &\delta_{21} + \delta_{22} + \delta_{23} + \ldots + \delta_{2n} = \delta_{2S}; \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ &\delta_{n1} + \delta_{n2} + \delta_{n3} + \ldots \delta_{nn} = \delta_{nS}. \end{aligned} \tag{8}$$

Определив коэффициенты при неизвестных и свободные члены канонических уравнений и выполнив все проверки, приступают к решению системы канонических уравнений, из которой определяют значения неизвестных $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$. Затем полученные значения неизвестных необходимо поставить в исходные уравнения, для того чтобы убедиться в правильности выполненного решения.

После определения неизвестных можно приступить к построению окончательной эпюры изгибающих моментов M. Это может быть осуществлено с помощью одного из следующих приемов.

<u>Прием первый</u>. Ординаты эпюр от единичных воздействий $\overline{M}_1, \overline{M}_2, \overline{M}_3, \ldots, \overline{M}_n$ умножить соответственно на числовые значения найденных неизвестных $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ с учетом знаков (т.е. построить эпюры $\overline{M}_1 \cdot x_1, \overline{M}_2 \cdot x_2, \overline{M}_3 \cdot x_3, \ldots, \overline{M}_n \cdot x_n$). Построить эпюру M путем сложения соответствующих ординат эпюр $\overline{M}_1 \cdot x_1, \overline{M}_2 \cdot x_2, \overline{M}_3 \cdot x_3, \ldots, \overline{M}_n \cdot x_n$ с эпюрой изгибающих моментов от внешней нагрузки M_p.

<u>Прием второй</u>. Приложить к основной системе заданные нагрузки, найденные усилия $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ (с учетом знака) и построить эпюру M как для обычной статически определимой системы.

Окончательная эпюра изгибающих моментов должна быть обязательно проверена с помощью следующего условия:

$$\sum \int \frac{M \cdot \overline{M}_S}{EJ} dx \approx 0. \tag{9}$$

Это может быть проделано путем умножения эпюры М (по правилу А.Н.Верещагина) на суммарную единичную эпюру $\overline{M}_s$. Результат должен быть равным нулю или близким к нему:

$$\sum \frac{\omega \cdot \overline{y}_s}{EJ} \approx 0. \qquad (10)$$

Проведенная проверка называется кинематической. Кроме этого необходимо еще выполнить и статическую проверку, т.е. должно быть выполнено условие равновесия для каждого узла $\sum M = 0$.

Ординаты эпюры изгибающих моментов откладываются в стороны растянутого волокна. Эпюра поперечных сил строится с помощью эпюры изгибающих моментов. Если последняя прямолинейна, то поперечная сила определяется по выражению

$$Q = \frac{M_{пр} - M_{лев}}{l}. \qquad (11)$$

На участках, где данная эпюра криволинейная, эпюра поперечных сил вычисляется по формуле

$$Q = Q^{б} + \frac{M_{пр} - M_{лев}}{l}, \qquad (12)$$

где $Q^{б}$ – «балочная» поперечная сила, которая рассчитывается для данного сечения как для простой балки на двух шарнирных опорах; $M_{пр}$ – момент на правом конце рассматриваемого участка (положительный, если он действует против хода часовой стрелки); $M_{лев}$ – момент на левом конце рассматриваемого участка (положительный, если он действует по ходу часовой стрелки); l – длина рассматриваемого стержня.

Поперечная сила считается положительной, если для совмещения оси элемента с касательной к эпюре изгибающих моментов приходится вращать эту ось по ходу часовой стрелки; вращение должно производиться так, чтобы угол поворота был не больше 90^{o}.

Для определения направления поперечной силы надо провести через данное сечение элемента разрез и к каждой его части приложить поперечную силу. Если она положительная, то должна вращать каждую часть элемента по ходу часовой стрелки.

Эпюра продольных сил N строится с помощью эпюры поперечных сил путем вырезания узлов, как это делается при расчете статически определимых ферм, начиная с узла, в котором количество неизвестных продольных сил не более двух. Зная поперечные силы в узлах и внешнюю нагрузку, продольные силы находим из условия равновесия суммы проекций на выбранные оси координат:

$$\sum X = 0 \quad \text{или} \quad \sum Y = 0. \qquad (13)$$

Для проверки полученных эпюр Q и N нужно провести сечение и отделить от рамы какую-либо часть, в местах сечения положить продольные и поперечные силы и внешнюю нагрузку. Если эпюры построены правильно, то будут удовлетворены условия равновесия действующих усилий отсеченной части рамы:

$$\sum X = 0; \qquad \sum Y = 0$$

ПРИМЕР. РАСЧЕТ РАМЫ МЕТОДОМ СИЛ

Для заданной статически неопределимой рамы (рис. 1 прил. 2) требуется:

а) раскрыть статическую неопределимость методом сил и построить эпюры M, Q и N;

б) произвести проверку правильности построения эпюр;

в) провести расчет на ЭВМ с помощью программного комплекса ЛИРА 9.2.

Решение

1. Определяется степень статической неопределимости системы:

$$Л = 3К - Ш = 3\cdot 2 - 2 = 4.$$

2. Выбирается основная система. Рама симметричная, следовательно, основную систему следует выбирать также симметричной (рис. 2 прил. 2).
3. Записываются канонические уравнения методом сил. Их будет столько, сколько лишних связей:

$$\delta_{11}\cdot x_1 + \delta_{12}\cdot x_2 + \delta_{13}\cdot x_3 + \delta_{14}\cdot x_4 + \Delta_{1p} = 0;$$
$$\delta_{21}\cdot x_1 + \delta_{22}\cdot x_2 + \delta_{23}\cdot x_3 + \delta_{24}\cdot x_4 + \Delta_{2p} = 0;$$
$$\delta_{31}\cdot x_1 + \delta_{32}\cdot x_2 + \delta_{33}\cdot x_3 + \delta_{34}\cdot x_4 + \Delta_{3p} = 0;$$
$$\delta_{41}\cdot x_1 + \delta_{42}\cdot x_2 + \delta_{43}\cdot x_3 + \delta_{44}\cdot x_4 + \Delta_{4p} = 0.$$

4. Определяются перемещения, входящие в канонические уравнения. Для этого строятся эпюры изгибающих моментов от единичных сил и внешней нагрузки: $\overline{M}_1, \overline{M}_2, \overline{M}_3, \overline{M}_4, M_p$. (рис. 3 прил. 2)
5. Вычисляются коэффициенты и свободные члены канонических уравнений с помощью построенных единичных и грузовых эпюр.

Для этого используется правило А.Н.Верещагина и формула трапеций:

а) находятся значения коэффициентов и свободных членов канонических уравнений:

$$\delta_{11} = \frac{1}{2EJ}\cdot\frac{0{,}5\cdot 14{,}422}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot 0{,}5\cdot 2 + \frac{1}{3EJ}\cdot\frac{8}{6}\cdot\left(2\cdot 0{,}5\cdot 0{,}5 + 2\cdot 1\cdot 1 + 2\cdot 0{,}5\cdot 1\right)\cdot 2 +$$
$$+\frac{1}{2EJ}\cdot 1\cdot 12\cdot 1 = 10{,}314\frac{1}{EJ};$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{3EJ}\cdot 6\cdot 8\cdot 6\cdot 2 + \frac{1}{2EJ}\cdot\frac{6\cdot 6}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot 6\cdot 4 = 336\frac{1}{EJ};$$

$$\delta_{33} = \frac{1}{2EJ}\cdot\frac{4\cdot 14{,}422}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot 4\cdot 2 + \frac{1}{3EJ}\cdot\frac{4\cdot 8}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot 4\cdot 2 = 105{,}362\frac{1}{EJ};$$

$$\delta_{44} = \frac{1}{2EJ}\cdot\frac{0{,}5\cdot 14{,}422}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot 0{,}5\cdot 2 + \frac{1}{3EJ}\cdot\frac{0{,}5\cdot 8}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot 0{,}5\cdot 2 + \frac{1}{2EJ}\cdot 1\cdot 12\cdot 1 = 7{,}646\frac{1}{EJ}.$$

$\delta_{12} = \delta_{21} = 0;$

$$\delta_{13} = \delta_{31} = \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{0,5 \cdot 14,422}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 \cdot 2 + \frac{1}{3EJ} \cdot \frac{8}{6} \cdot (2 \cdot 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0,5 \cdot 4 + 1 \cdot 4 + 0 \cdot 0,05) \cdot 2 = 16,726 \frac{1}{EJ};$$

$$\delta_{14} = \delta_{41} = \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{0,5 \cdot 14,422}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,5 \cdot 2 + \frac{1}{3EJ} \cdot \frac{8}{6} (-2 \cdot 0,5 \cdot 0,5 - 1 \cdot 0,5) \cdot 2 = 0,314 \frac{1}{EJ};$$

$\delta_{23} = \delta_{32} = \delta_{24} = \delta_{42} = 0;$

$$\delta_{34} = \delta_{43} = \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{4 \cdot 14,422}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,5 \cdot 2 - \frac{1}{3EJ} \cdot \frac{4 \cdot 8}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 0,5 \cdot 2 = 6,058 \frac{1}{EJ}.$$

$$\Delta_{1p} = \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{0,5 \cdot 14,422}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 225 + \frac{1}{3EJ} \cdot \frac{8}{6} \cdot (2 \cdot 0,5 \cdot 225 - 2 \cdot 1 \cdot 450 + 1 \cdot 225 - 0,5 \cdot 450) + \frac{1}{2EJ} \times$$
$$\times \left(\frac{-450 \cdot 6}{2} \cdot 1 - \frac{330 \cdot 6}{2} \cdot 1 + \frac{10 \cdot 6^3}{12} \cdot 1 \right) + \frac{1}{3EJ} \cdot \frac{8}{6} \cdot (-2 \cdot 1 \cdot 330 + 2 \cdot 0,5 \cdot 345 + 1 \cdot 345 - 0,5 \cdot 330)$$
$$+ \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{0,5 \cdot 14,422}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 345 = -754,954 \frac{1}{EJ};$$

$$\Delta_{2p} = \frac{1}{3EJ} \cdot \frac{8}{6} \cdot (-2 \cdot 6 \cdot 225 + 2 \cdot 6 \cdot 450 - 6 \cdot 225 + 6 \cdot 450) + \frac{1}{2EJ} \cdot \left(\frac{450 \cdot 6}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 - \frac{330 \cdot 6}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 6 \right) +$$
$$+ \frac{1}{3EJ} \cdot \frac{8}{6} \cdot (-2 \cdot 6 \cdot 330 + 2 \cdot 6 \cdot 345 - 6 \cdot 330 + 6 \cdot 345) + \frac{10,63}{12} \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \frac{1}{2EJ} = 2910 \frac{1}{EJ}.$$

Аналогично определяются $\Delta_{3p} = 6120,36 \cdot \frac{1}{EJ}, \Delta_{4p} = 605,046 \cdot \frac{1}{EJ};$

б) выполняется проверка полученных результатов. Для этого строится суммарная единичная эпюра:

$\overline{M}_S = \overline{M}_1 + \overline{M}_2 + \overline{M}_3 + \overline{M}_4$ (рис. 3 прил. 2);

$$\sum \delta = \delta_{SS}; \quad \sum \Delta = \Delta_{SP.}$$

$$\sum \delta = \frac{1}{EJ} \cdot 10,314 + 336 + 105,362 + 7,646 + 2 \cdot (16,726 + 0,314 + 6,058) = 505,518 \frac{1}{EJ};$$

$$\delta_{SS} = \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{5 \cdot 14,422}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 5 \cdot 2 + \frac{1}{3EJ} \cdot \frac{8}{6} \cdot (2 \cdot 7 \cdot 7 + 2 \cdot 10 \cdot 10 + 2 \cdot 7 \cdot 10) + \frac{1}{3EJ} \cdot \frac{8}{6} \times$$
$$\times (2 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 5 \cdot 5 + 2 \cdot 2 \cdot 5) + \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{12}{6} \cdot (2 \cdot 5 \cdot 5 + 2 \cdot 7 \cdot 7 - 2 \cdot 5 \cdot 7) + \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{12}{6} \times$$
$$\times (2 \cdot 7 \cdot 7 + 2 \cdot 5 \cdot 5 - 2 \cdot 7 \cdot 5) = 505,518 \frac{1}{EJ};$$

$$\sum \Delta = \frac{1}{EJ} \cdot (-754,954 + 2910 + 6120,36 + 605,046) = 8880,451 \frac{1}{EJ};$$

$$\Delta_{SP} = \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{5 \cdot 14,422}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 225 + \frac{1}{3EJ} \cdot \frac{8}{6} \cdot (-2 \cdot 2 \cdot 225 + 2 \cdot 5 \cdot 450 - 5 \cdot 225 + 2 \cdot 450) +$$
$$+ \frac{1}{2EJ} \cdot \left(\frac{450 \cdot 6}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 5 - \frac{330 \cdot 6}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 7 + \frac{10 \cdot 6^3}{12} \cdot \frac{1}{2} \cdot 7 \right) + \frac{1}{3EJ} \cdot \frac{8}{6} \times$$
$$\times (-2 \cdot 7 \cdot 330 + 2 \cdot 10 \cdot 345 - 10 \cdot 330 + 7 \cdot 345) + \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{5 \cdot 14,422}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot 345 = 8880,451 \frac{1}{EJ}.$$

Проверка показала, что полученные значения коэффициентов при неизвестных и свободных членов уравнений найдены правильно.

6. Найденные значения коэффициентов при неизвестных и свободных членов подставляются в канонические уравнения и сокращаются на $\frac{1}{EJ}$.

Получается следующая система:

$$10{,}314 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 16{,}726 \cdot x_3 + 0{,}314 \cdot x_4 + (-754{,}354) = 0$$
$$0 \cdot x_1 + 336 \cdot x_2 + 0 \cdot x_3 + 0 \cdot x_4 + 2910 = 0;$$
$$16{,}726 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 105{,}362 \cdot x_3 + 6{,}058 \cdot x_4 + 6120{,}36 = 0$$
$$0{,}314 \cdot x_1 + 0 \cdot x_2 + 6{,}058 \cdot x_3 + 7{,}646 \cdot x_4 + 605{,}046 = 0;$$

7. Полученную систему канонических уравнений можно решить любым способом: сокращенным алгоритмом Гаусса, способом итерации на ЭВМ.

В результате решения получены следующие значения неизвестных:

$$x_1 = 224{,}104; \quad x_3 = -92{,}81;$$
$$x_2 = -8{,}661; \quad x_4 = -14{,}798;$$

Для проверки правильности решения все неизвестные подставляются в систему канонических уравнений:

$$10{,}314 \cdot 224{,}104 + (-92{,}814) \cdot 16{,}726 + 0{,}314 \cdot (-14{,}798) - 754{,}354 = 0;$$
$$0 \cdot 224{,}104 + 336 \cdot (-8{,}661) + 0 \cdot (92{,}814) + 0 \cdot (-14{,}796) + 2910 = 0;$$
$$16{,}726 \cdot 224{,}104 + 105{,}362 \cdot (-92{,}814) + 6{,}058 \cdot (-14{,}798) + 6120{,}36 = 0;$$
$$0{,}314 \cdot 224{,}104 + 6{,}058 \cdot (-92{,}814) + 7{,}646 \cdot (-14{,}798) + 605{,}046 = 0.$$

8. Строится окончательная эпюра изгибающих моментов (рис. 4 прил.2):

$$M = \overline{M}_1 \cdot x_1 + \overline{M}_2 \cdot x_2 + \overline{M}_3 \cdot x_3 + \overline{M}_4 \cdot x_4 + M_p.$$

9. Проводится кинематическая и статическая проверки правильности построения окончательной эпюры изгибающих моментов:

а) кинематическая проверка заключается в соблюдении условия

$$\Delta_S = \sum \int \frac{M_S \cdot M}{EJ} dx \qquad \text{или} \qquad \Delta_S = \sum \frac{\omega \cdot \overline{y}_S}{EJ};$$

$$\Delta_S = -\frac{1}{2EJ} \cdot \frac{14{,}422 \cdot 5 \cdot 41{,}603}{3} + \frac{1}{3EJ} \cdot \frac{8}{6} \cdot (-25{,}161 \cdot 2 + 173{,}930 \cdot 5 + 4 \cdot 3{,}5 \cdot 75{,}38) + \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{6}{6} \times$$
$$\times (5 \cdot 173{,}930 - 4 \cdot 2 \cdot 25{,}087 + 1 \cdot 224{,}104) + \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{6}{6} \cdot (1 \cdot 224{,}104) + \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{6}{6} \times$$
$$\times (1 \cdot 224{,}104 + 4 \cdot 78{,}121 \cdot 4 - 7 \cdot 157{,}822) + \frac{1}{3EJ} \cdot \frac{8}{6} \cdot (-7 \cdot 157{,}862 - 4 \cdot 8{,}5 \cdot 58{,}317 + 10 \cdot 41{,}229) +$$
$$+ \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{12}{6} \cdot (-6{,}67 \cdot 7 - 1 \cdot 14{,}798 \cdot 4 - 5 \cdot 37{,}168) + \frac{1}{2EJ} \cdot \frac{14{,}422 \cdot 5 \cdot 78{,}397}{3} + \frac{1}{EJ} \times$$
$$\times (2400{,}492 - 2101{,}216) \approx 0;$$

б) статическая проверка заключается в проверке равновесия всех узлов рамы (рис. 5 прил. 2).

10. По построенной эпюре изгибающих моментов строится эпюра поперечных сил:

а) для стержней, загруженных внешней нагрузкой, поперечная сила определяется по формуле

$$Q = Q^{б} + \frac{M_{пр} - M_{лев}}{l};$$

б) для стержней, не загруженных внешней нагрузкой, поперечная сила определяется по формуле

$$Q = \frac{M_{пр} - M_{лев}}{l};$$

$$Q_{AB} = Q_{BA} = \frac{-41{,}603 - 0}{14{,}422} = -2{,}885;$$

$$Q_{BC} = Q_{CB} = \frac{-173{,}930 - 25{,}161}{8} = -24{,}886;$$

$$Q_{EC} = Q_{EC} = \frac{224{,}104 + 173{,}930}{6} = 66{,}339;$$

$$Q_{ED} = \frac{10 \cdot 6}{2} - \frac{-157{,}862 - 224{,}104}{6} = -33{,}661;$$

$$Q_{DE} = \frac{10 \cdot 6}{2} + \frac{-157{,}862 - 224{,}104}{6} = -93{,}661;$$

$$Q_{DF} = Q_{FD} = \frac{41{,}229 + 157{,}862}{8} = 24{,}886;$$

$$Q_{BF} = Q_{FB} = \frac{37{,}168 + 66{,}764}{12} = 8{,}661;$$

$$Q_{FG} = Q_{GF} = \frac{0 - 78{,}397}{14{,}422} = -5{,}436.$$

По полученным результатам строится эпюра поперечных сил (рис. 6 прил. 2).

11. По эпюре поперечных сил сроится эпюра продольных сил (рис. 7 прил. 2).

12. Выполняется статическая проверка правильности построения эпюр поперечных и продольных сил. Для этого отбрасываются опорные связи и их действие заменяется силами, взятыми с эпюр Q и N. Система под действием всех сил должна находиться в равновесии (рис. 8 прил. 2).

$$\sum X = 0; \qquad \sum Y = 0;$$

$$\sum X = (139{,}573 - 145{,}081) \cdot 0{,}8321 + (2{,}885 + 5{,}436) \cdot 0{,}5547 = -4{,}613 + 4{,}615 = 0{,}002.$$

Погрешность $\frac{0{,}002}{4{,}613} \cdot 100\% = 0{,}04\%$.

$$\sum Y = -100 - 10 + (-2{,}885 + 5{,}436) \cdot 0{,}8321 + (139{,}537 - 145{,}081) \cdot 0{,}5547 = 2160 +$$
$$+ 160{,}004 = 0{,}004.$$

Погрешность $\frac{0{,}004}{160} \cdot 100\ \% = 0{,}002\ \%$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Леонтьев Н. Н. Основы строительной механики стержневых систем / Н. Н. Леонтьев, Д. Н. Соболев, А. А. Амосов.– М. : АСВ, 1996.– 541 с.

2. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики/ Г. К. Клейн, Р. Ф. Гаабасов, Л. И. Кошелев [и др.].– М. : Высш. шк., 1980.– 384 с.

3. Снитко Н. К. Строительная механика/ Н. К. Снитко.– М. : Высш. шк., 1980.– 430 с.

4. Строительная механика / А. В. Дарков, Г. К. Клейн, В. И. Кузнецов [и др.].– М. : Высш. шк., 1986.– 606 с.

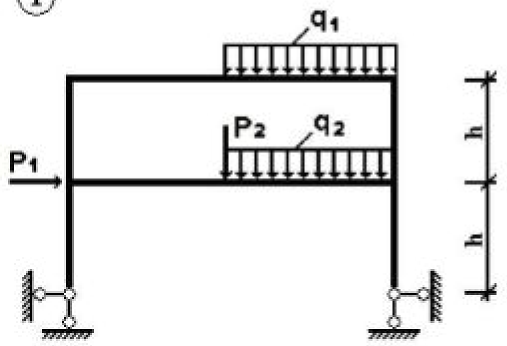
5. Строительная механика в примерах и задачах / В. А. Киселев, А. Е. Афанасьев, В. А. Ермоленко [и др.].– М. : Стройиздат, 1968.– 410 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

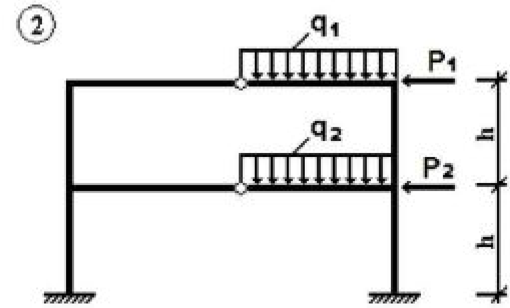
Приложение 1

Варианты заданий

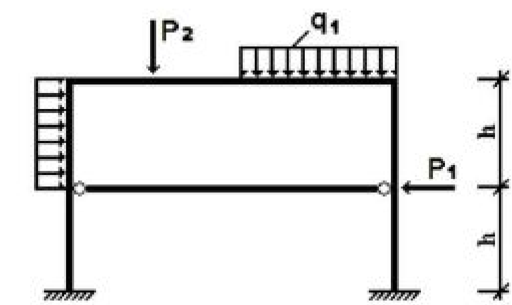
1



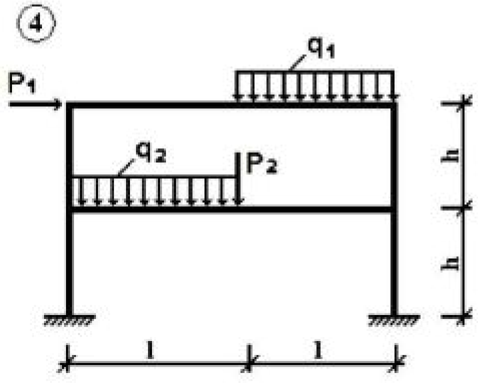
2



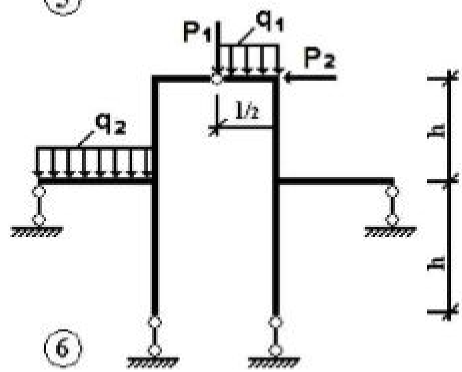
3



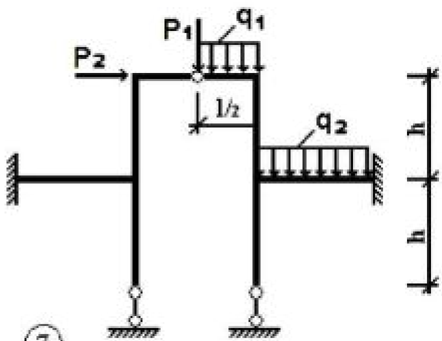
4



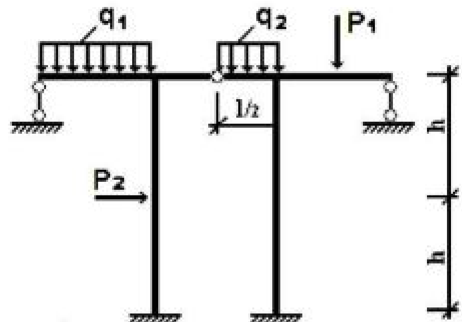
5



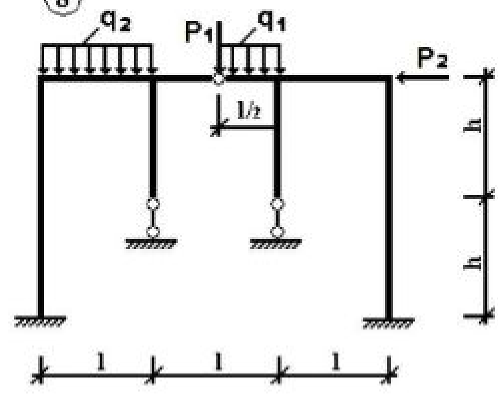
6



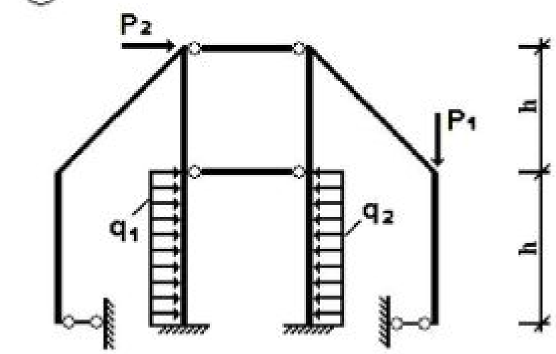
7



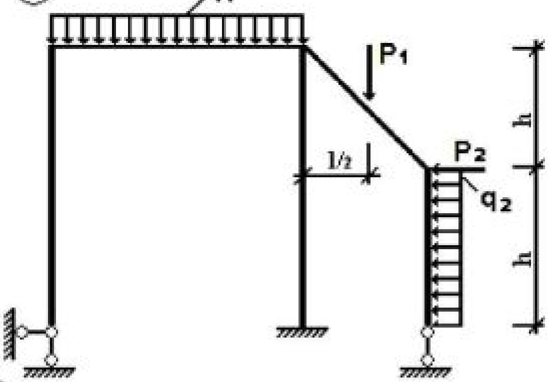
8



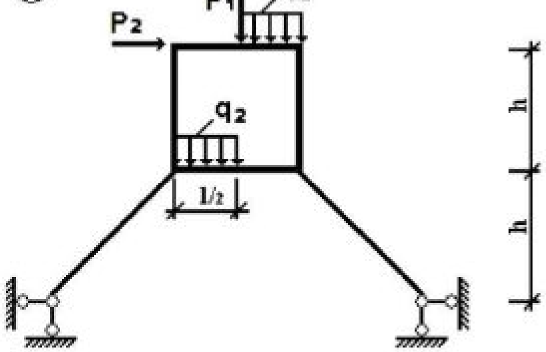
9



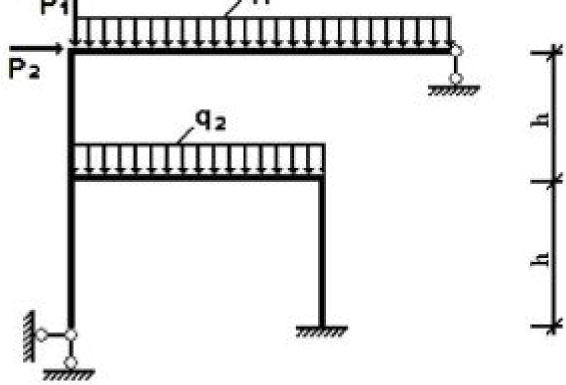
13



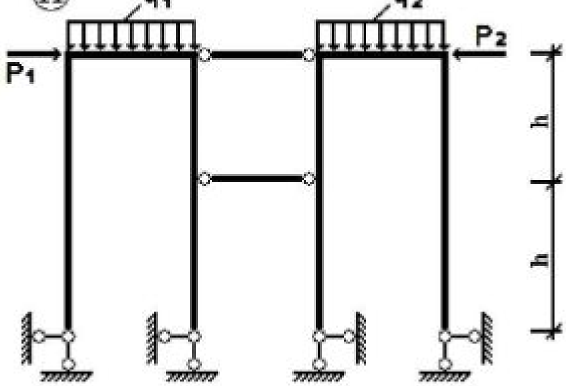
10



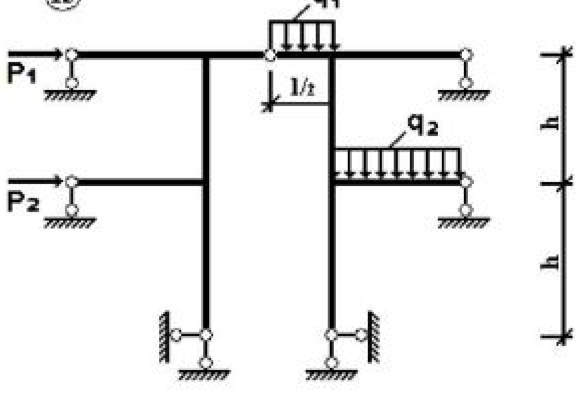
14



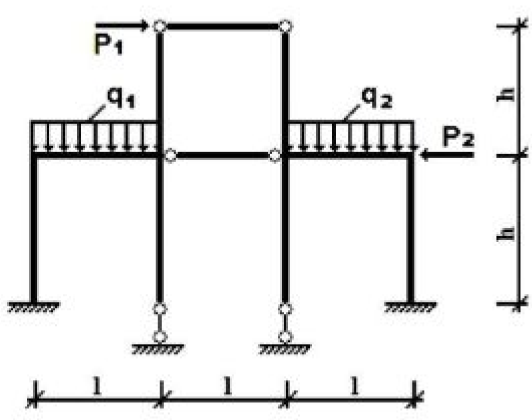
11



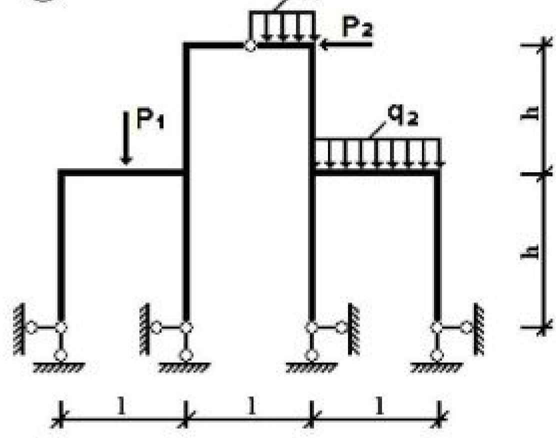
15



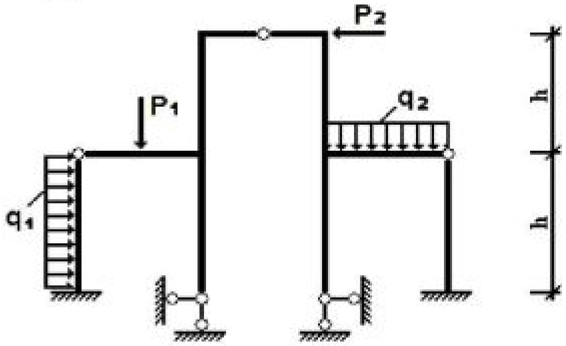
12



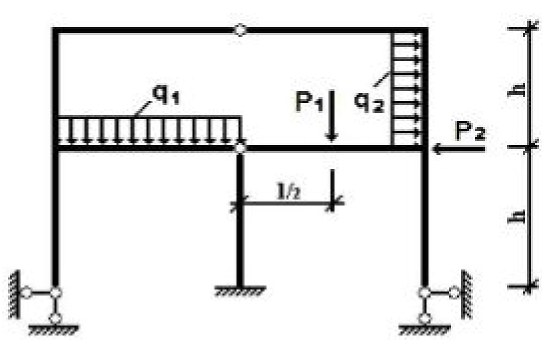
16



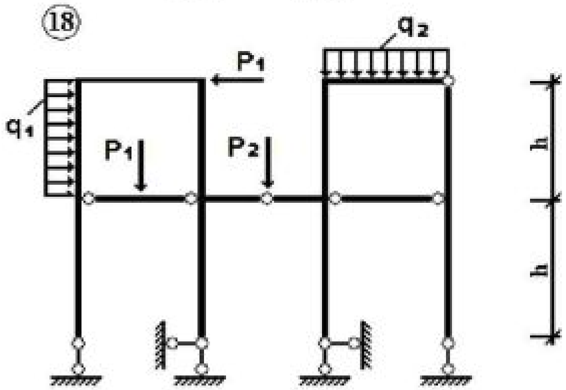
17



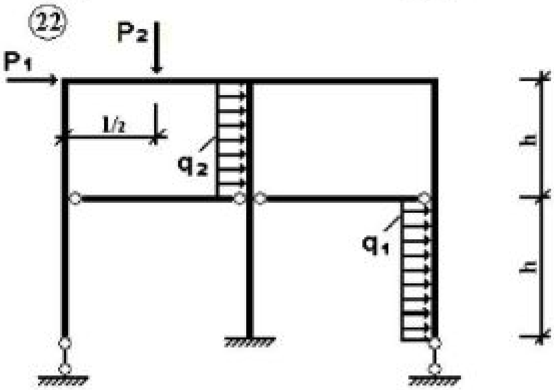
21



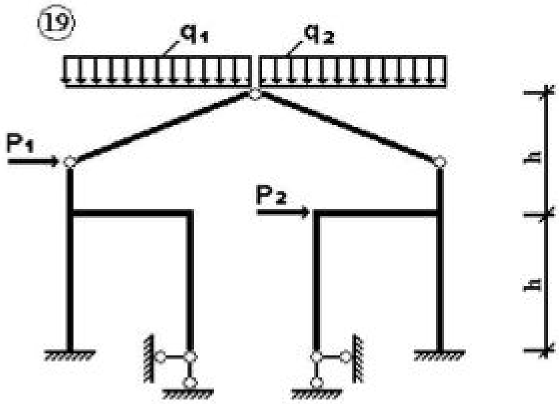
18



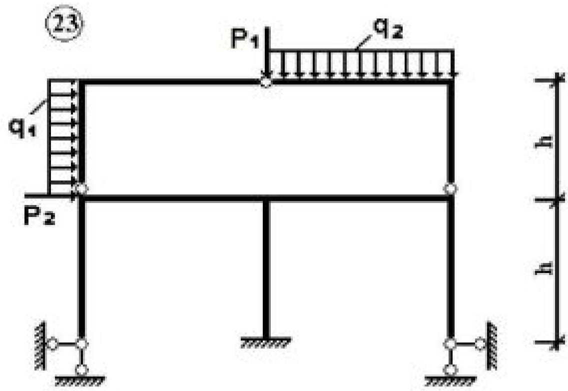
22



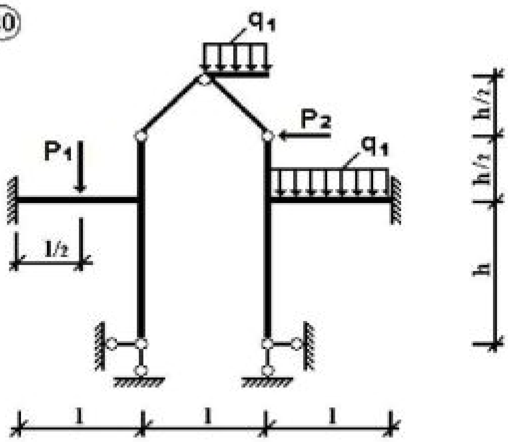
19



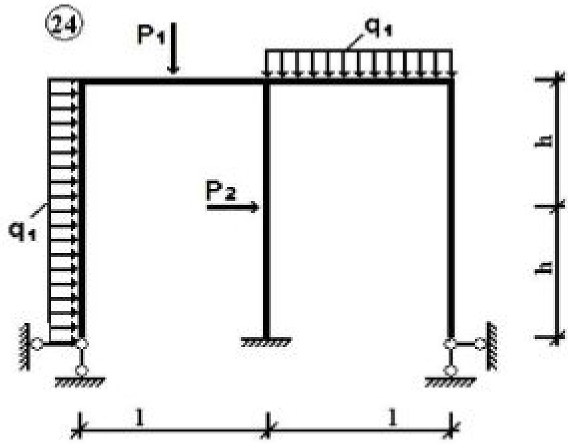
23

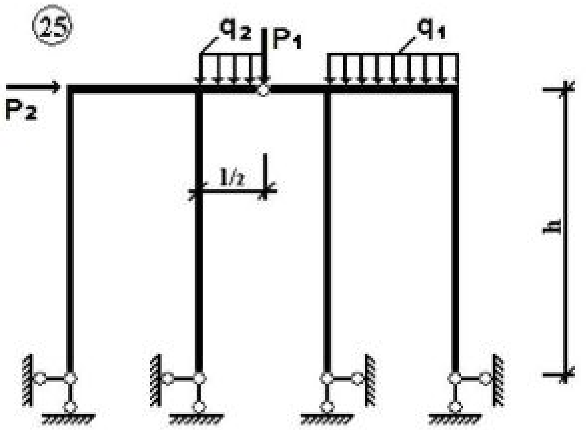


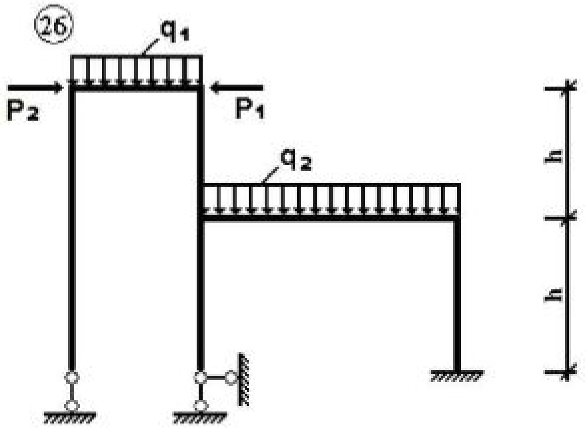
20

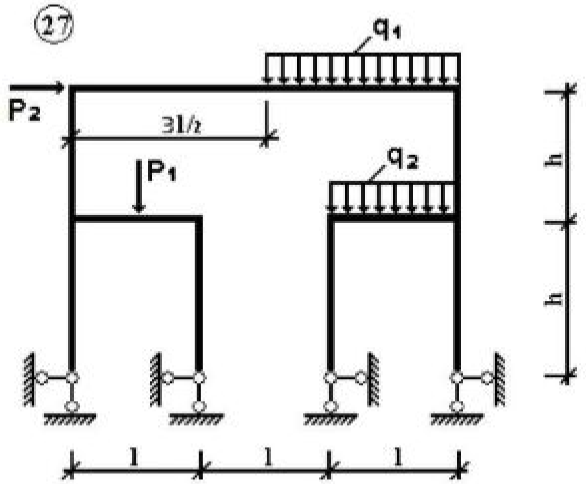


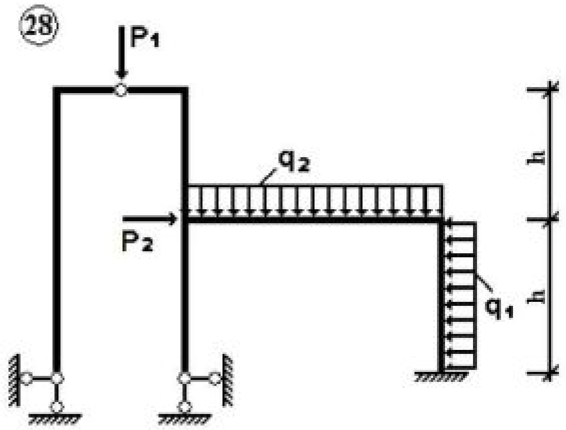
24

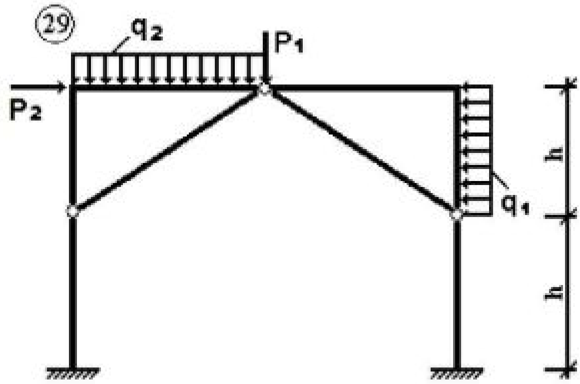


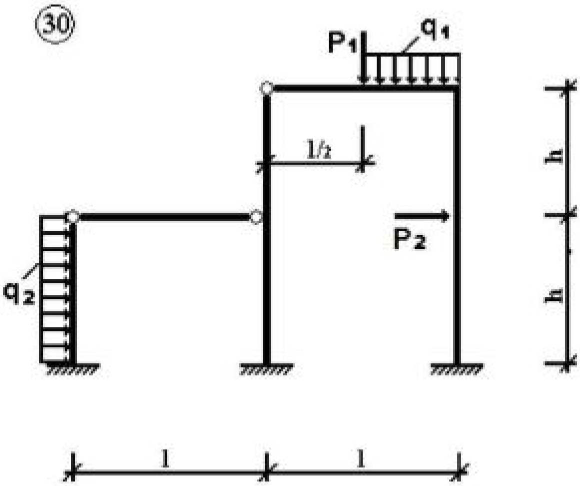

25
q2
P1
q1
P2
l/2
h


26
q1
P2
P1
q2
h
h


27
q1
P2
3l/2
P1
q2
h
h
l
l
l


28
P1
q2
P2
q1
h
h


29
q2
P1
P2
q1
h
h


30
P1
q1
l/2
P2
q2
h
h
l
l

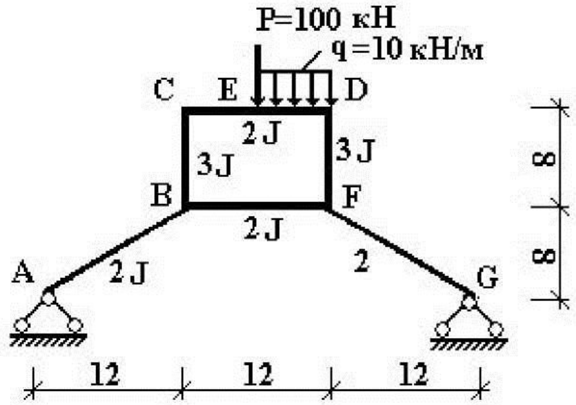


Рис. 1

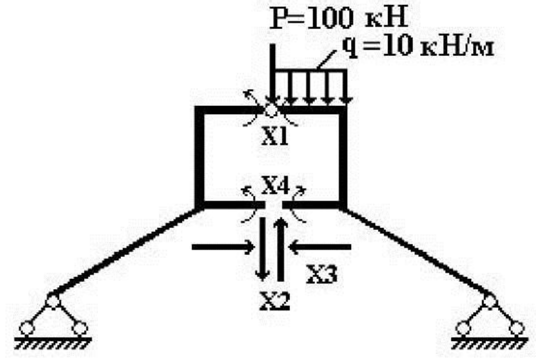


Рис. 2

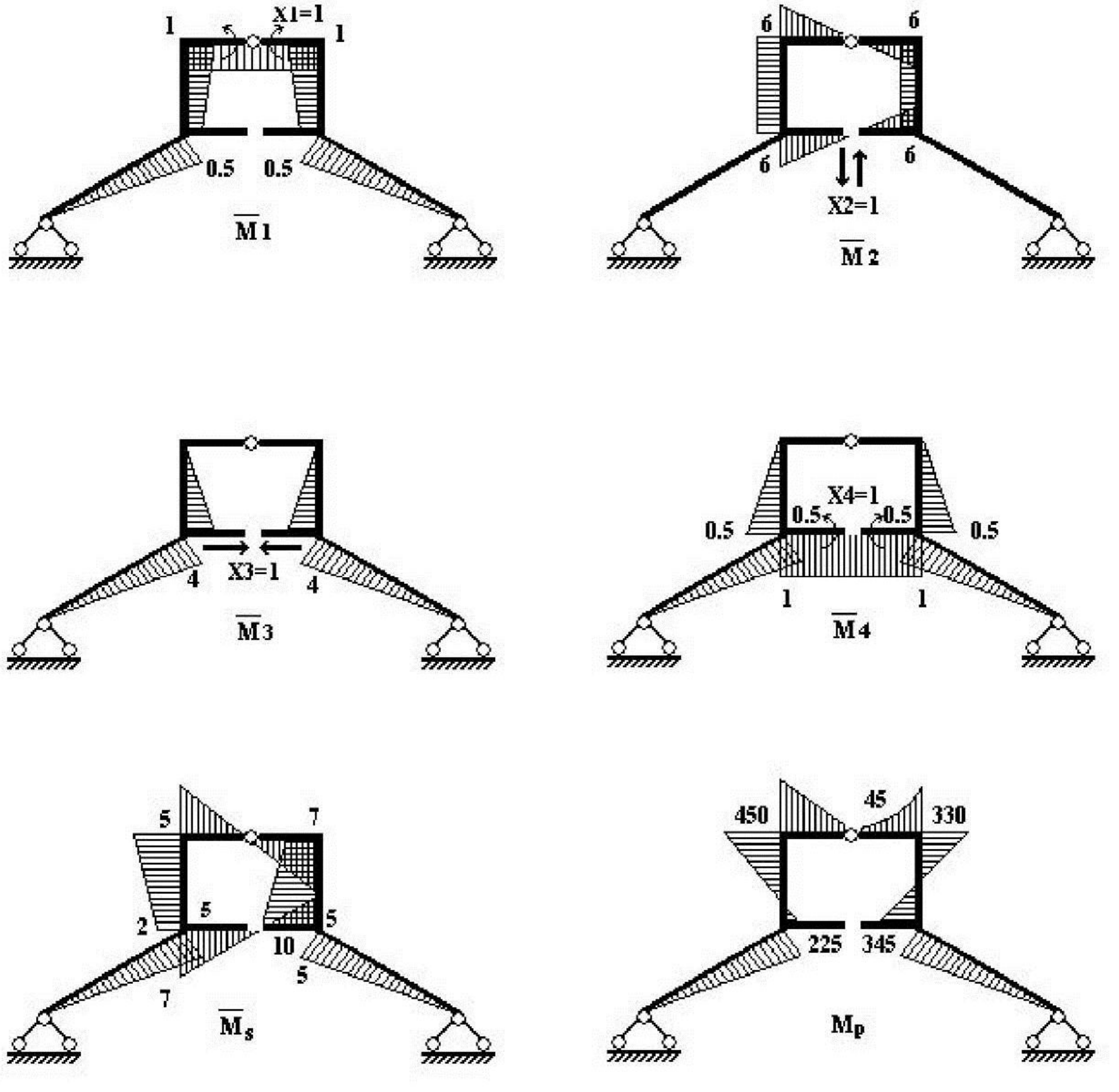
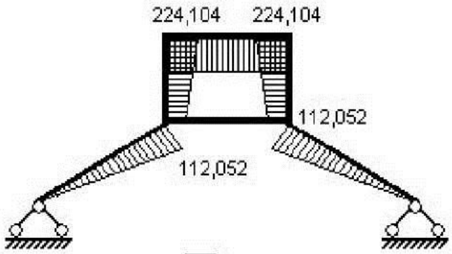
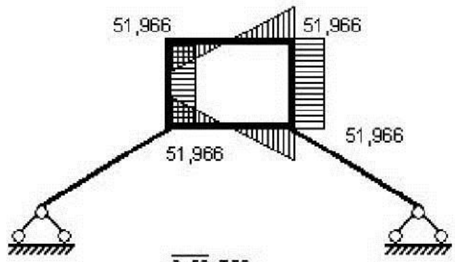


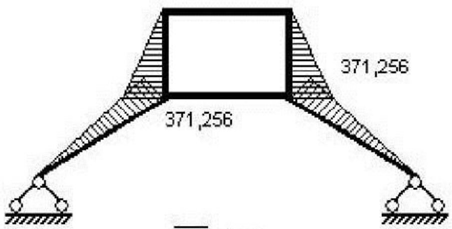
Рис. 3



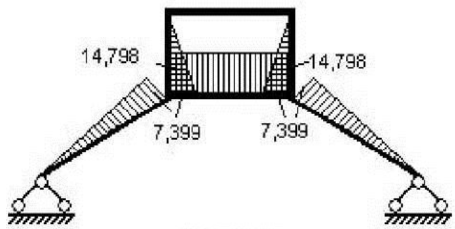
$\overline{M1}\cdot X1$



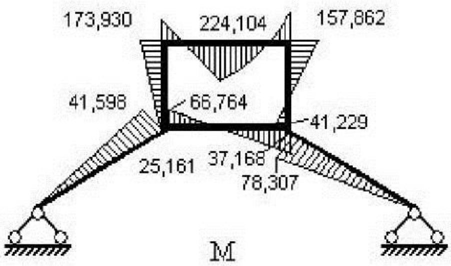
$\overline{M2}\cdot X2$



$\overline{M3}\cdot X3$

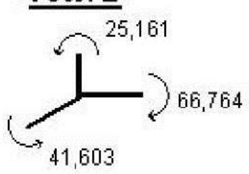


$\overline{M4}\cdot X4$

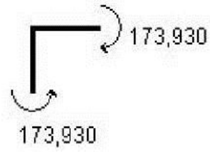


M

Узел B

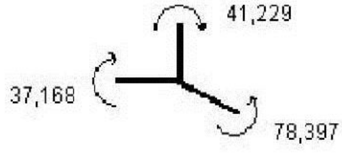


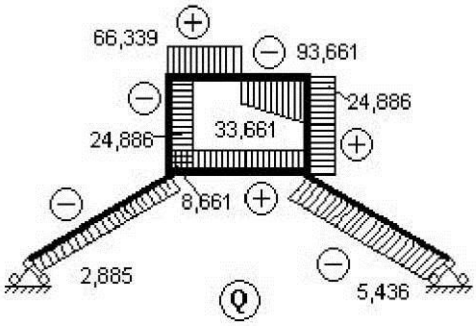
Узел C



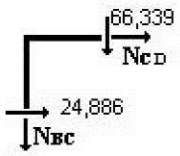
Узел D

Узел F



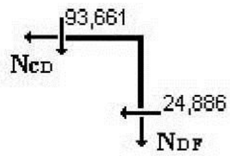


Узел C



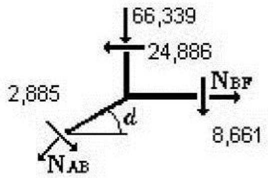
$$\sum X=0;\quad N_{CD}+24.886=0;\quad N_{CD}=-24.886$$
$$\sum Y=0;\quad -66.339-N_{BC}=0;\quad N_{BC}=-66.339$$

Узел D



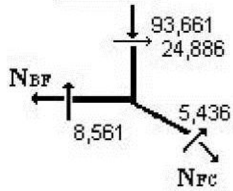
$$\sum X=0;\quad -N_{CD}-24.886=0;\quad N_{CD}=-24.886$$
$$\sum Y=0;\quad -93.661-N_{DF}=0;\quad N_{DF}=-93.661$$

Узел B



$$\sum Y=0;\ -66.339-8.661-2.885\cdot\cos d-N_{AB}\cdot\sin d=0;$$
$$N_{AB}=-139.537$$
$$\sum X=0;\ N_{BF}-24.886+2.885\cdot\sin d-N_{AB}\cdot\cos d=0;$$
$$N_{BF}=-92.882$$

Узел F



$$\sum X=0;\ 24.886-N_{BF}+5.436\cdot\cos d+N_{FC}\cdot\sin d=0;$$
$$N_{BF}=-92.822$$
$$\sum Y=0;\ -93.661+8.661+5.436\cdot\sin d-N_{FC}\cdot\cos d=0;$$
$$N_{FC}=-145{,}081$$

Рис. 6

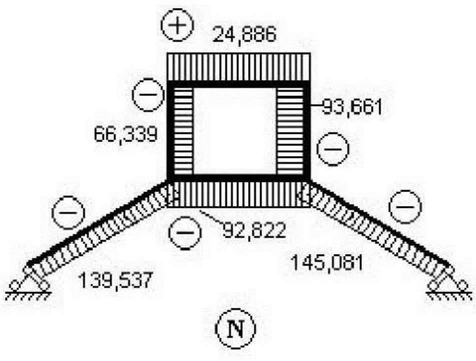


Рис. 7

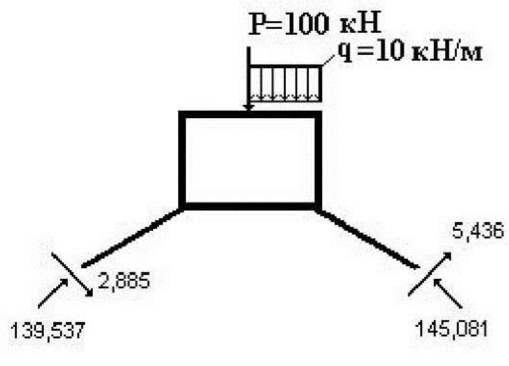


Рис. 8

Содержание