

ОПД.Р.03 СТРОИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА
Методические указания и контрольные задания
для студентов заочной формы обучения

В методических указаниях содержатся задания к расчетно-графическим работам по курсу строительной механики для студентов-заочников специальностей 270102 «Промышленное и гражданское строительство», 270115 «Экспертиза и управление недвижимостью», 270105 «Городское строительство и хозяйство», даны краткие методические указания.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
Общие методические указания.....	5
1. Расчет статически определимой многопролетной (шарнирной) балки	8
2. Расчет трехшарнирной арки	13
3. Расчет статически определимой плоской фермы	16
4. Определение перемещений в статически определимой балке	18
5. Определение перемещений в статически определимой раме	22
6. Расчет плоской статически неопределимой рамы методом сил .	25
7. Расчет неразрезной балки	28
8. Расчет статически неопределимой рамы методом перемещений	32
9. Расчет плоской рамы на устойчивость	35
10. Динамический расчет плоской системы.....	39
Приложение А.....	43
Приложение Б	44
Приложение В.....	47
Приложение Г	49
Рекомендуемая учебная литература	54

ВВЕДЕНИЕ

Для студентов строительных специальностей строительная механика является одной из основных базовых дисциплин. Задача строительной механики заключается в переходе от общих разделов физики, теоретической механики, теории упругости к непосредственному проектированию сооружений.

Многообразие и сложность задач, стоящих перед строительной механикой, приводят к невозможности ее изучения в рамках одного курса и вызывают деление его на ряд связанных между собой дисциплин: сопротивление материалов, прикладная теория упругости и пластичности, строительная механика стержневых систем, устойчивость и динамика сооружений и др.

Цель строительной механики стержневых систем - вооружить будущего инженера знаниями, необходимыми для проектирования сооружений промышленного и гражданского строительства. Будущий инженер должен понимать работу, как отдельных конструктивных элементов, так и сооружений в целом, опираясь на знания, полученные при изучении данной дисциплины. Овладение ее практическими расчетными приемами связано с изучением прикладных дисциплин, как-то: «Металлические конструкции», «Железобетонные и каменные конструкции», «Конструкции из дерева и пластмасс». Материал всех указанных дисциплин логически взаимосвязан с материалом дисциплины «Строительная механика».

Общие методические указания

К изучению строительной механики следует приступать после усвоения интегрального исчисления и основ матричной алгебры курса «Высшая математика», дисциплин: «Физика», «Теоретическая механика» и «Сопротивления материалов».

Из курса «Сопротивление материалов» студенту известны общие положения оценки прочности, жесткости и устойчивости применительно к простым системам (балкам, брусам, стержням), употребляемым часто как самостоятельные сооружения или входящим в состав сложных конструкций. Строительная механика изучает сооружения, состоящие из большого числа элементов, на основе общих принципов разрабатывает и совершенствует методы точного и приближенного расчета сложных систем (балок, арок, ферм, рам, пространственных конструкций).

Курс строительной механики состоит из двух частей:

Часть I – Статически определимые стержневые системы (3 курс);

Часть II – Статически неопределимые стержневые системы. Основы теории устойчивости и динамики (4 курс).

Основной формой изучения курса строительной механики для студентов-заочников является самостоятельная работа с учебниками и учебными пособиями. Список рекомендуемой учебной литературы приведен на стр.54-55. В качестве основных рекомендуются учебники [1, 2].

В строительной механике большое значение имеет умение решать конкретные задачи. Поэтому в дополнение к учебнику для

приобретения навыков в решении задач следует использовать пособия [12], [13].

По важнейшим разделам курса студент-заочник выполняет индивидуальные расчетно-графические работы.

Исходные данные для решения задач выбираются из таблиц вариантов (№ 1-10) согласно с индивидуальным учебным шифром. Шифром считаются три последние цифры номера зачетной книжки. Рекомендуется представлять на проверку расчетно-графические работы сразу после их выполнения, по одной, с тем, чтобы замечания преподавателя могли быть учтены при выполнении и оформлении следующей работы.

Каждая расчетно-графическая работа должна выполняться на листах формата А4. Титульный лист расчетно-графической работы оформляется по образцу (рис.1). Необходимо вычертить заданную расчетную схему и указать на ней все размеры и нагрузки. Решение задач должно сопровождаться последовательными краткими пояснениями, четкими схемами со всеми размерами. На эпюрах и линиях влияния должны быть проставлены значения всех характерных ординат и размерности.

После проверки расчетно-графических работ и исправления всех замечаний преподавателя, работу необходимо зарегистрировать в деканате Факультета заочного обучения. Только после этого, работа может быть представлена к защите.

1. Расчет статически определимой многопролетной (шарнирной) балки

Задание. Для балки согласно варианту (рис.2), требуется:

1. Построить эпюры изгибающих моментов M и поперечных сил Q ;
2. Построить линии влияния M и Q для заданного сечения, а также линию влияния одной опорной реакции (по выбору студента);
3. Определить по линиям влияния значения M , Q и опорной реакции от заданной нагрузки и сравнить их с вычисленными аналитически.

Методические указания

Расчету балки должно предшествовать построение ее «поэтажной» схемы (рис.3). Для этого мысленно удаляют шарниры, соединяющие балки между собой. Те балки, которые способны самостоятельно нести нагрузку (жестко защемленные или имеющие две наземные опоры) будут главными балками (основными). Вспомогательные балки (подвески) имеют только одну наземную опору или не имеют их вовсе (рис.3б). Недостающими опорами для них служат соединительные шарниры (рис.3в).

Таблица 1 – Исходные данные для расчета статически определимой многопролетной балки

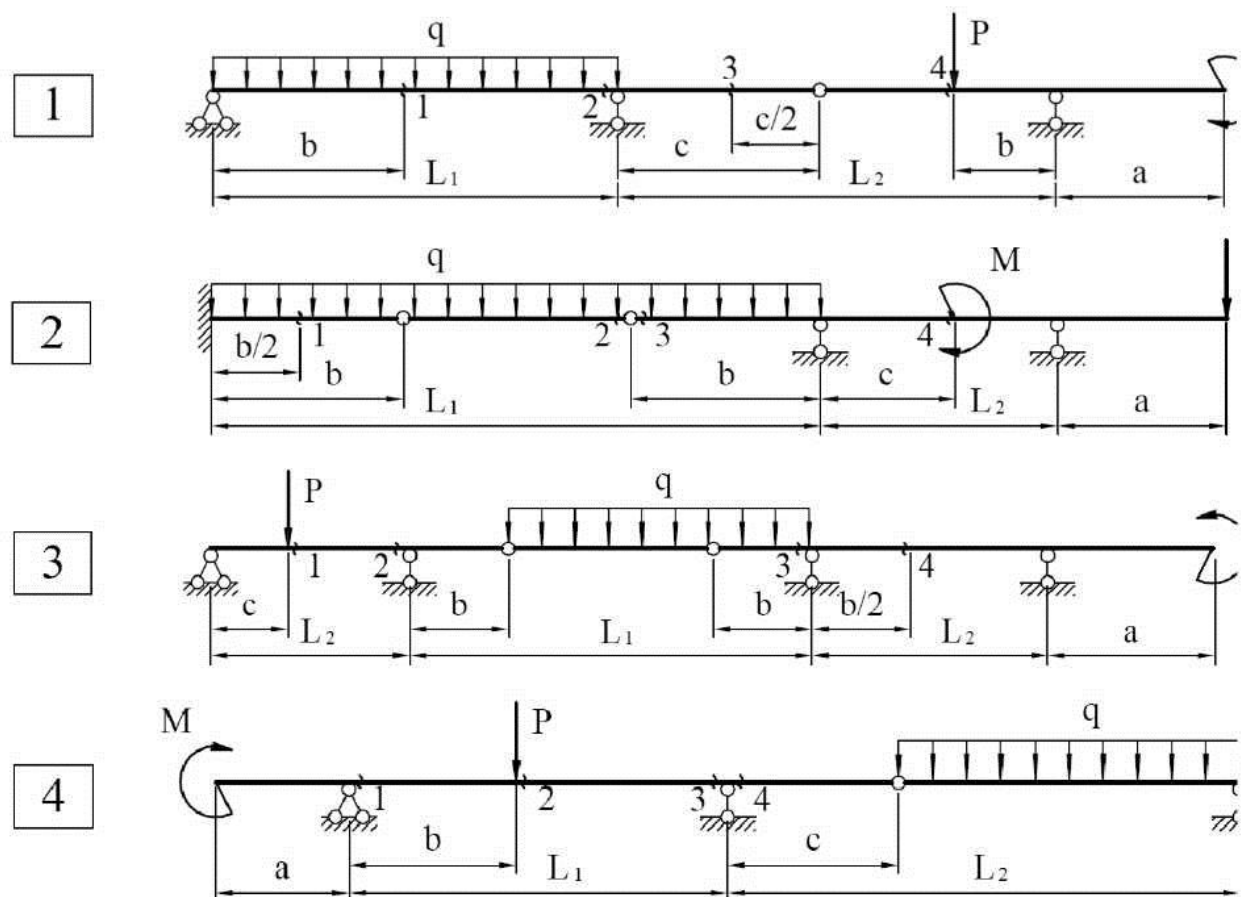
Первая цифра шифра	L_1 , м	q , кН/м	b , м	Вторая цифра шифра	L_2 , м	P , кН	№ сечения	Третья цифра шифра (№ схемы)	a , м	c , м	M , кН·м
1	10	1,4	1,2	1	8	3,4	1	1	1,4	2,0	2,2
2	12	1,5	1,5	2	14	4,2	2	2	1,6	2,2	2,4
3	14	1,6	2,0	3	10	4,8	3	3	1,8	1,4	2,5
4	8	1,8	1,8	4	12	3,6	4	4	1,2	1,5	2,6
5	16	1,6	1,6	5	14	3,4	1	5	2,0	1,8	2,8
6	8	1,4	1,4	6	12	4,4	2	6	2,2	1,6	3,0
7	12	1,2	1,5	7	16	4,2	3	7	1,5	1,4	3,2
8	14	2,2	1,2	8	10	5,2	4	8	1,6	1,8	3,4
9	8	2,5	1,4	9	12	3,8	1	9	1,2	2,0	3,6
0	10	1,5	1,6	0	16	3,2	2	0	1,4	1,2	3,8

После построения «поэтажной» схемы (рис.3в) заданную балку рассматривают как ряд простых двухопорных балок (рис.3г-д). Особенность задачи заключается в том, что для расчета нижележащих

балок необходимо знать силы взаимодействия в шарнирах, являющихся опорными реакциями вышележащих балок и нагрузкой для нижележащих.

Расчет балок начинают с самого верхнего «этажа». Для расчета необходимо вычертить схемы каждой двухопорной балки (рис.3г-д), а эпюры M и Q можно строить на общей базе под «позэтажной схемой».

Расчет балок начинают с самого верхнего «этажа». Для расчета необходимо вычертить схемы каждой двухопорной балки (рис.3г-д), а эпюры M и Q можно строить на общей базе под «позэтажной схемой».



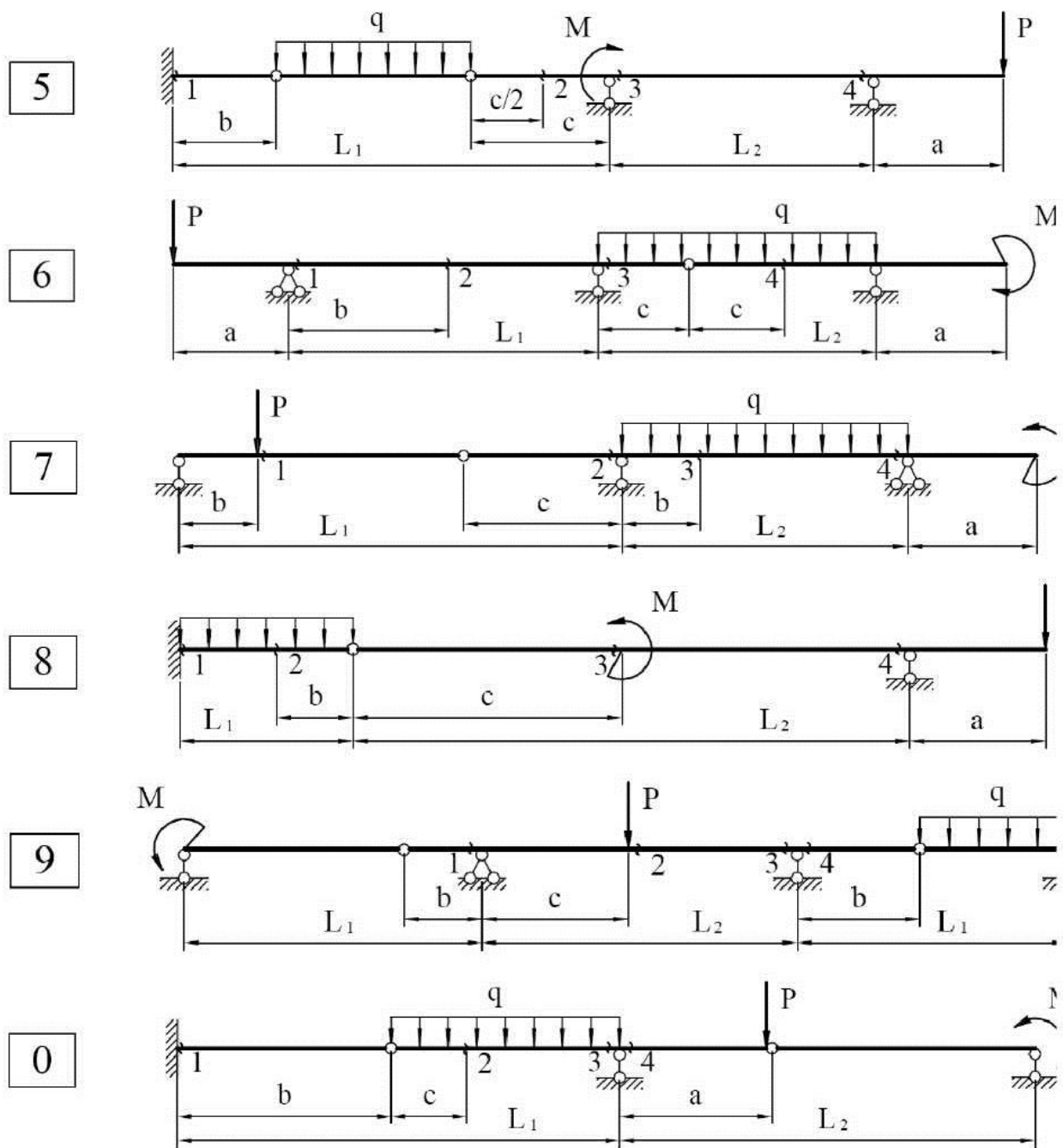
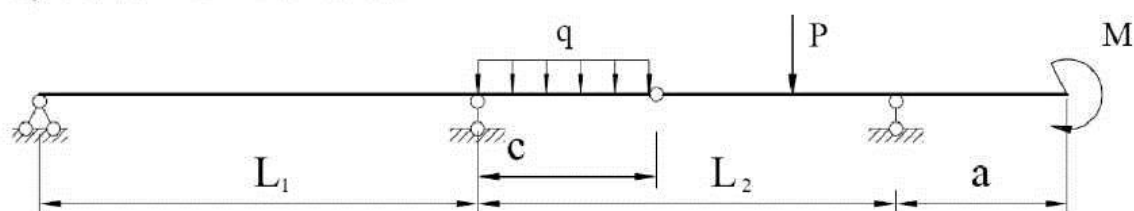
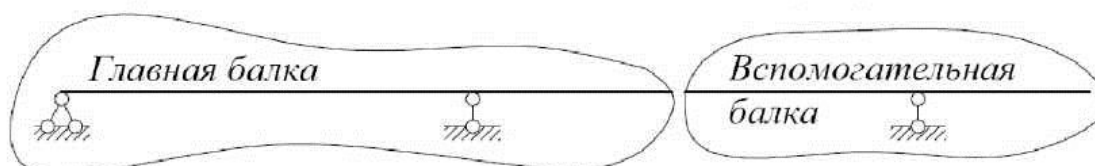


Рисунок 2 – Расчетные схемы многопролетных (шарнирных) балок

а) Заданная схема балки



б) Схема балки без соединительного шарнира

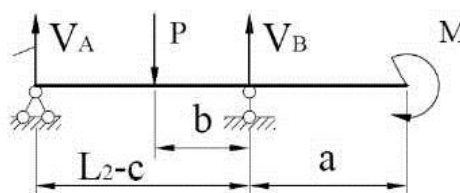


в) "Поэтажная" схема балки

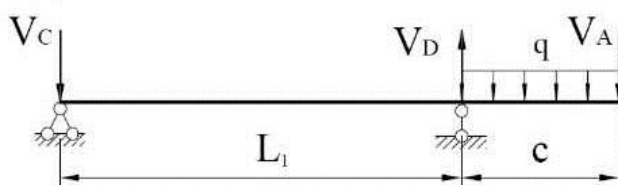


г) Расчетная схема I балки

Сила взаимодействия балок



д) Расчетная схема II балки



Сила взаимодействия балок
 V_A, V_B, V_C, V_D - опорные реакции балок

Рисунок 3 – Порядок построения «поэтажной» схемы балки

Положительные ординаты на эпюре изгибающих моментов M откладывают со стороны нижних волокон балки (вниз от оси). На эпюре M проставляются значения всех характерных ординат, знаки на эпюре M не ставятся. При построении эпюры поперечных сил Q положительные ординаты откладываются вверх от оси и на эпюрах обязательно проставляются знаки.

Для построения линий влияния следует еще раз вычертить «поэтажную» схему балки без нагрузки. Сначала линии влияния искомого усилия строятся для той балки, которой принадлежит заданное сечение или опора, затем линия влияния распространяется на смежные вышележащие балки.

2. Расчет трехшарнирной арки

Задание. Для трехшарнирной арки или рамы (рис.4) требуется определить значения изгибающих моментов M , поперечных сил Q и продольных усилий N в сечениях k_1 и k_2 от заданной нагрузки.

Исходные данные согласно шифру выбираются из таблицы 2.

Методические указания

Необходимо вычертить схему арки, нанести на нее все заданные размеры и нагрузку. Необходимо вычислить координаты точек k_1 и k_2 , значения синусов и косинусов углов наклона касательных к ним.

Ординаты точек оси арки и углы наклона касательных определяются по формулам:

а) при очертании оси арки по параболе

$$y = \frac{4f}{L^2} x(L - x);$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{4f}{L^2} (L - 2x);$$

$$\sin \varphi = \frac{\operatorname{tg} \varphi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}};$$

$$\cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}};$$

Таблица 2 – Исходные данные к расчету трехшарнирной арки

Первая цифра шифра	L , м	α	β_1	Вторая цифра шифра	β_2	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	Третья цифра шифра	Схема по рис.4	Очертание оси арки	$\frac{f}{L}$	P , кН
1	26	0,2	0,3	1	0,6	0	3	1	<i>a</i>	Парабола	0,40	4
2	36	0,5	0,2	2	0,7	2	0	2	<i>a</i>	Окружность	0,32	3
3	18	0,3	0,4	3	0,8	0	4	3	<i>б</i>	Рама	0,36	5
4	28	0,6	0,5	4	0,9	3	0	4	<i>a</i>	Окружность	0,34	6
5	20	0,4	0,2	5	0,6	0	5	5	<i>a</i>	Парабола	0,38	7
6	32	0,7	0,3	6	0,7	4	0	6	<i>б</i>	Рама	0,40	8
7	22	0,8	0,4	7	0,8	0	2	7	<i>a</i>	Парабола	0,33	4
8	34	0,2	0,2	8	0,9	5	0	8	<i>a</i>	Окружность	0,32	5
9	24	0,3	0,3	9	0,6	0	3	9	<i>б</i>	Рама	0,34	6
0	30	0,4	0,4	0	0,7	3	0	0	<i>a</i>	Окружность	0,38	7

б) при очертании оси арки по окружности

$$R = \frac{f}{2} + \frac{L^2}{8f};$$

$$y = \sqrt{R^2 - \left(\frac{L}{2} - x\right)^2} - R + f;$$

$$\sin \varphi = \frac{L - 2x}{2R}; \cos \varphi = \frac{y + R - f}{R}.$$

Следует иметь в виду, что $\sin \varphi$ для сечений, расположенных на правой половине арки, должен быть отрицательным.

Схема нагружения

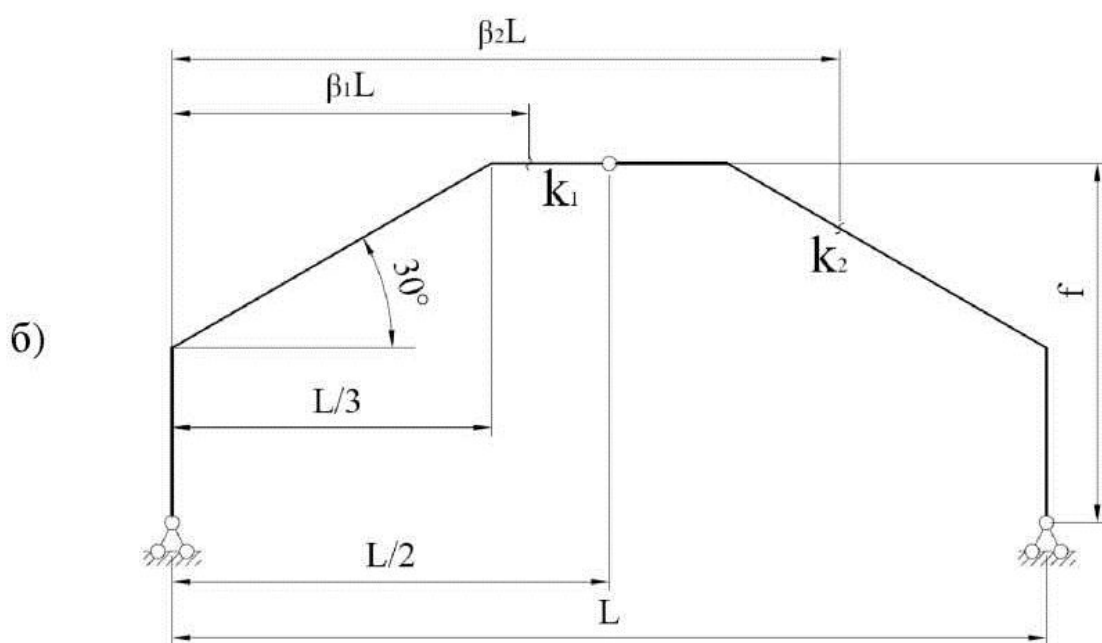
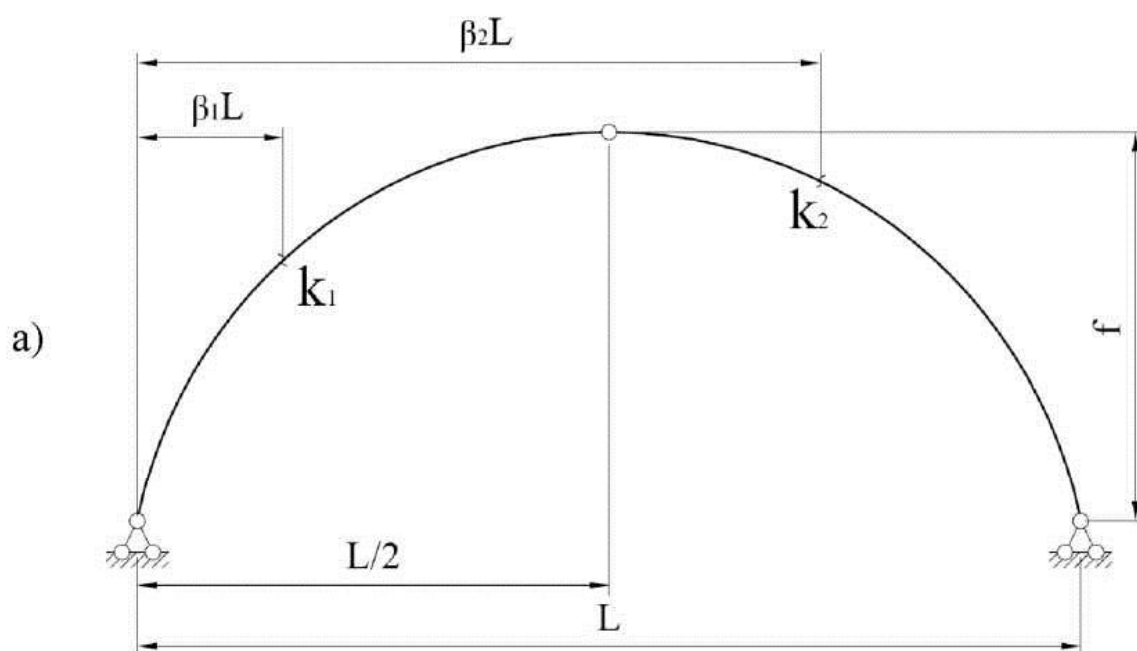
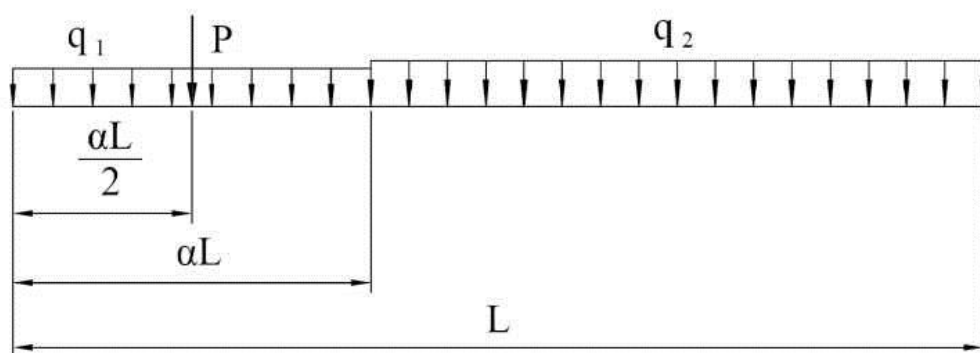


Рисунок 4 – Расчетные схемы трехшарнирных арки и рамы

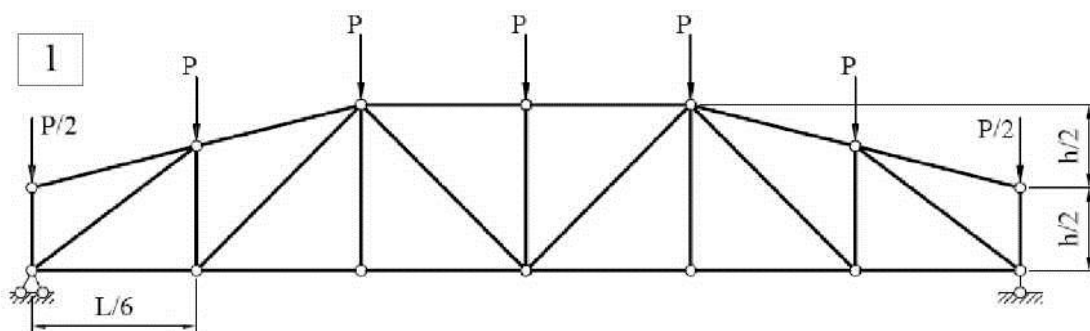
3. Расчет статически определимой плоской фермы

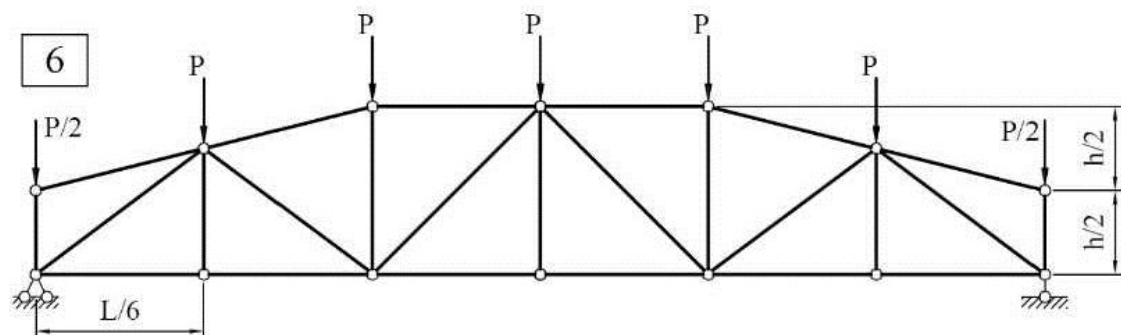
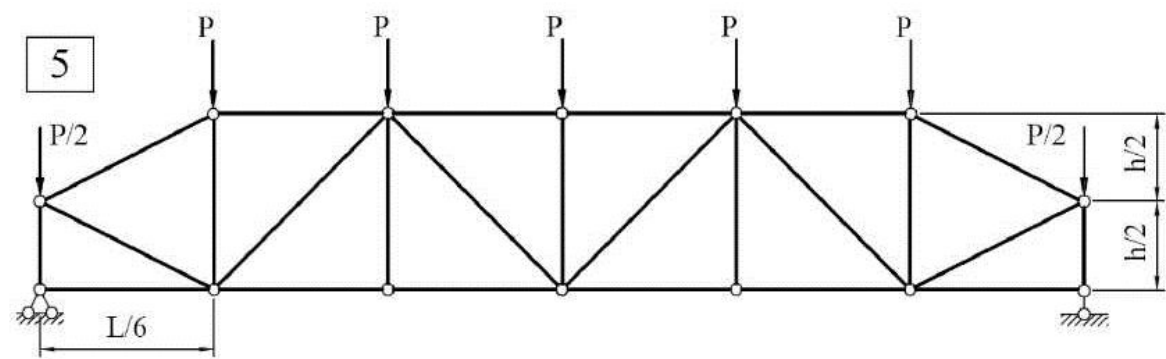
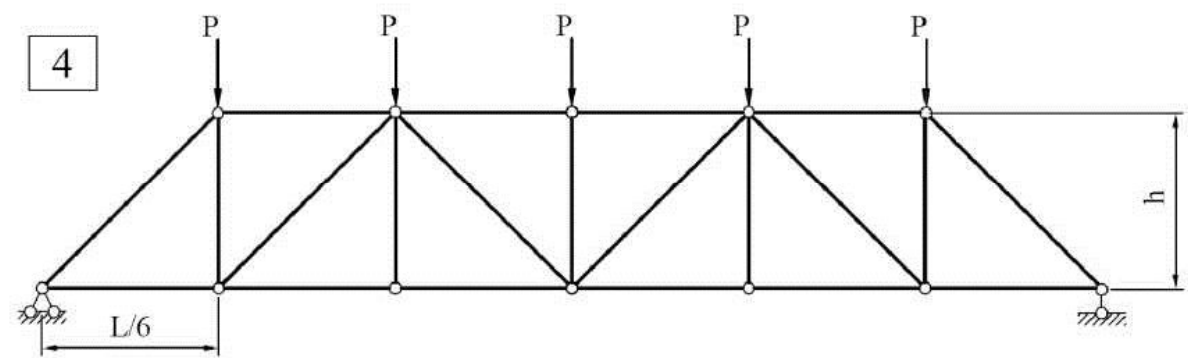
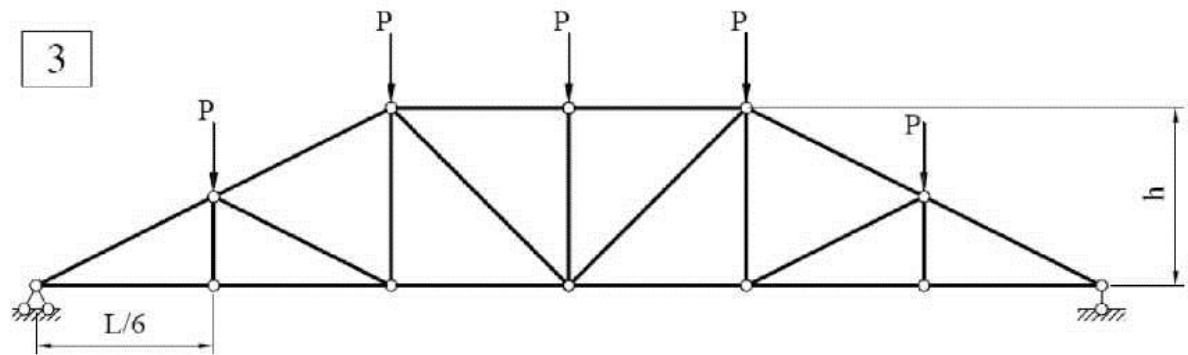
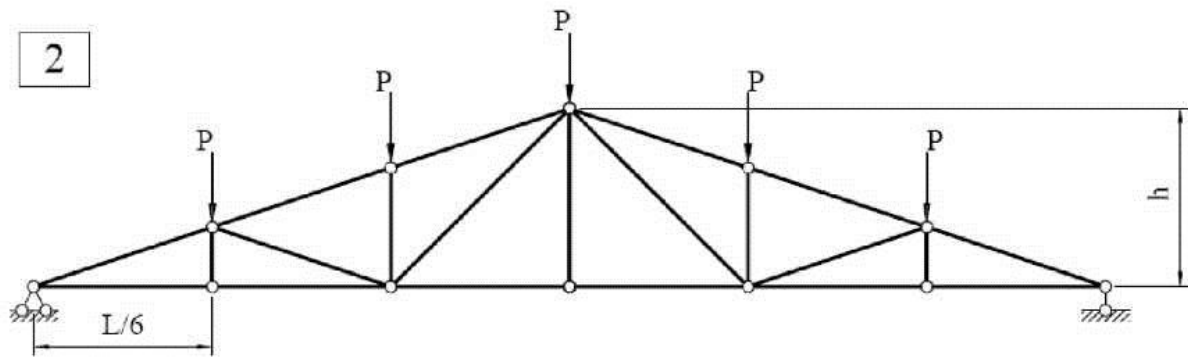
Задание. Для фермы согласно варианту (рис.5), требуется:

1. Методом вырезания узлов определить усилия во всех стержнях фермы;
2. Методом моментных точек (методом Риттера) определить усилия в стержнях заданной панели;
3. Построить линии влияния усилий в стержнях заданной панели;
4. По линиям влияния вычислить усилия от заданной нагрузки и сравнить их со значениями, полученными аналитически.

Таблица 3 – Исходные данные к расчету фермы

Первая цифра шифра	L , м	P , кН	Вторая цифра шифра	№ панели (считая слева)	Третья цифра шифра	h , м
1	30	2	1	2	1	3,0
2	28	4	2	3	2	3,5
3	27	5	3	4	3	4,0
4	24	6	4	2	4	4,5
5	21	7	5	3	5	5,0
6	18	2	6	4	6	5,5
7	32	4	7	2	7	3,0
8	22	5	8	3	8	3,5
9	23	6	9	4	9	4,0
0	33	7	0	3	0	4,5





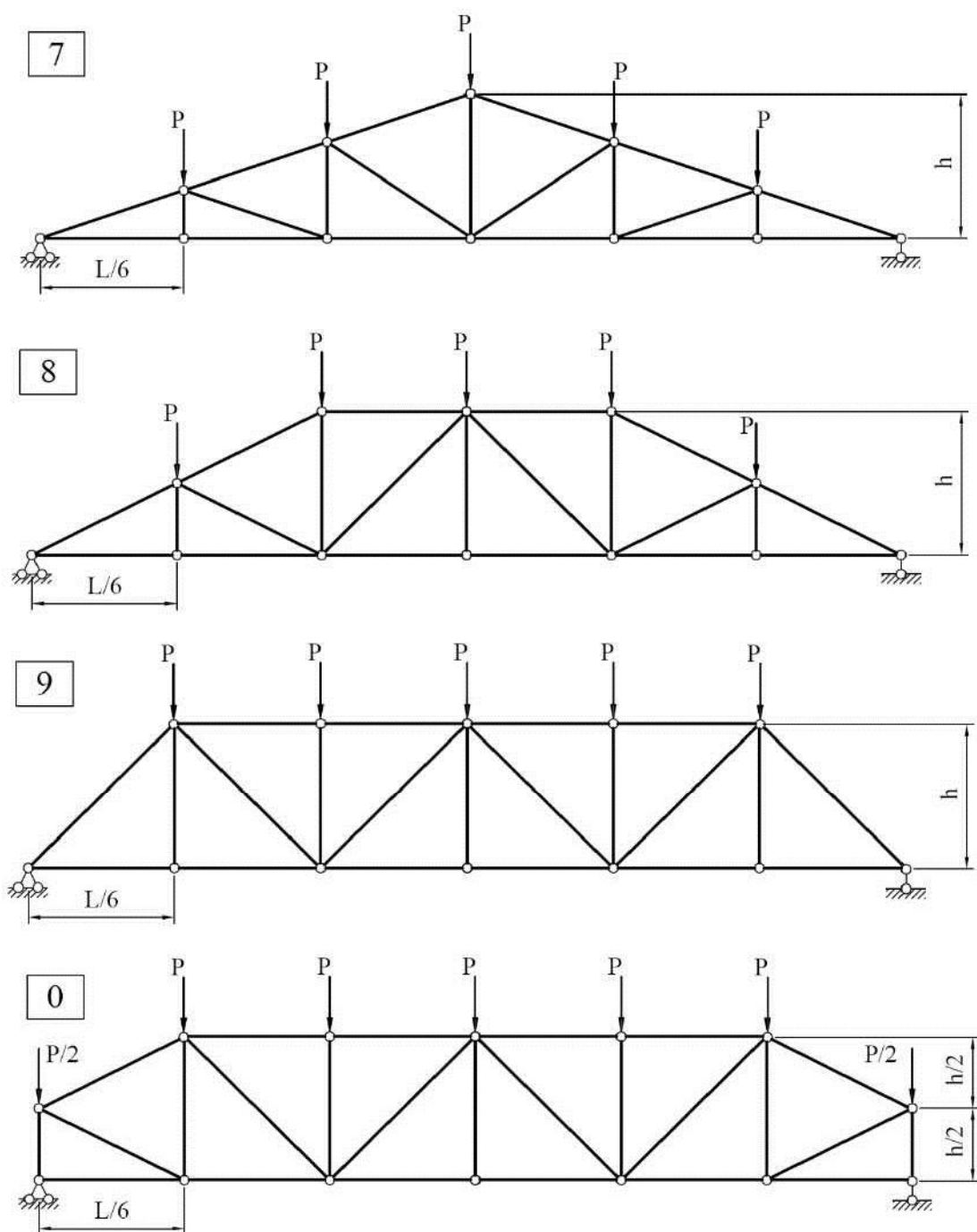


Рисунок 5 – Расчетные схемы ферм

4. Определение перемещений в статически определимой балке

Задание. Для балки согласно варианту (рис.6), требуется определить прогиб или угол поворота одного из сечений.

Методические указания

Перемещения следует определять двумя способами, например: по формуле Мора и правилу Верещагина. Построение эпюр моментов (грузовых и единичных) следует сопровождать расчетами.

Таблица 4 – Исходные данные к расчету трехшарнирной арки

Первая цифра шифра	L , м	q , кН/м	Вторая цифра шифра	P , кН	№ сечения	Третья цифра шифра (№ схемы)	Вид перемещения
1	10	1,2	1	4	1	1	Прогиб
2	8	1,3	2	5	2	2	Угол поворота
3	9	1,4	3	6	3	3	Прогиб
4	12	1,5	4	7	1	4	Угол поворота
5	13	1,6	5	8	2	5	Прогиб
6	14	1,7	6	4	3	6	Угол поворота
7	15	1,8	7	5	1	7	Прогиб
8	16	1,9	8	6	2	8	Угол поворота
9	18	2,0	9	7	3	9	Прогиб
0	17	2,1	0	8	1	0	Угол поворота

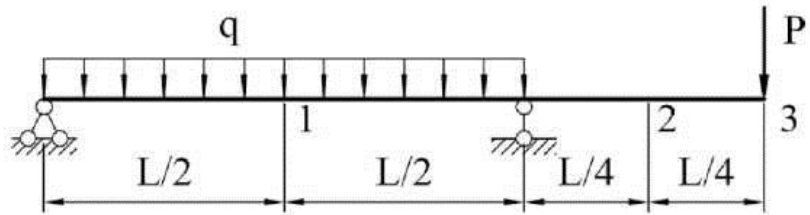
Определение перемещений по формуле Мора производят в следующем порядке:

1. Рассматривают два состояния балки:

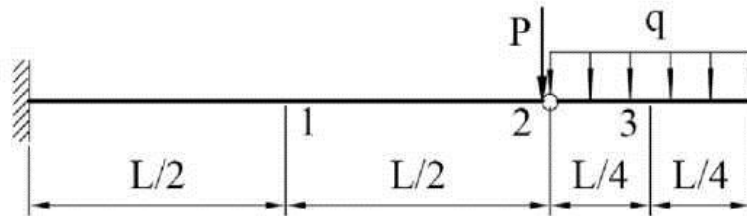
- грузовое – от действия заданной нагрузки;
- единичное (фиктивное) – от действия силы $P=1$ (если определяется прогиб) или от действия момента $m=1$ (если определяется угол поворота), приложенных в заданном сечении.

2. Записывают выражения «грузовых» M_p и «единичных» $\bar{M}$ изгибающих моментов, как функции координаты x ;

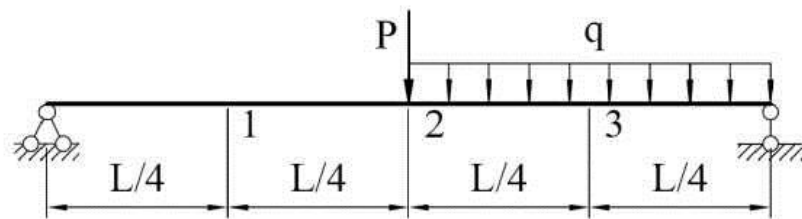
1



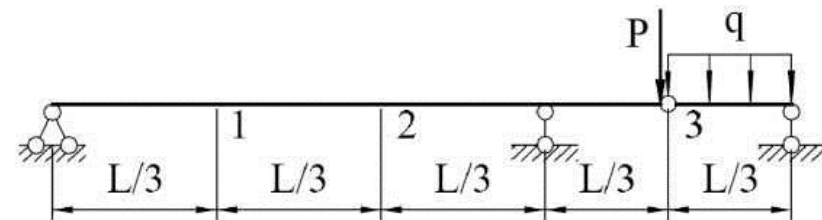
2



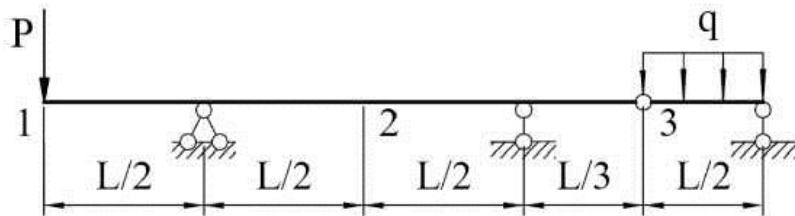
3



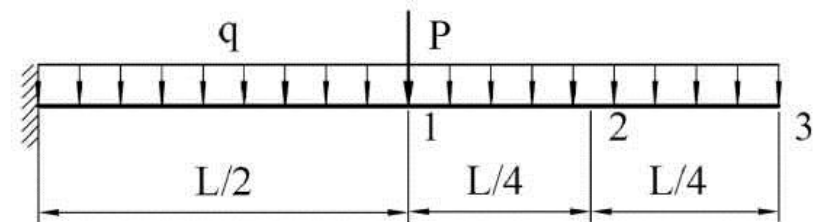
4



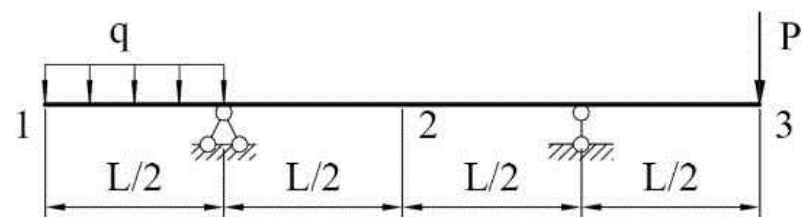
5



6



7



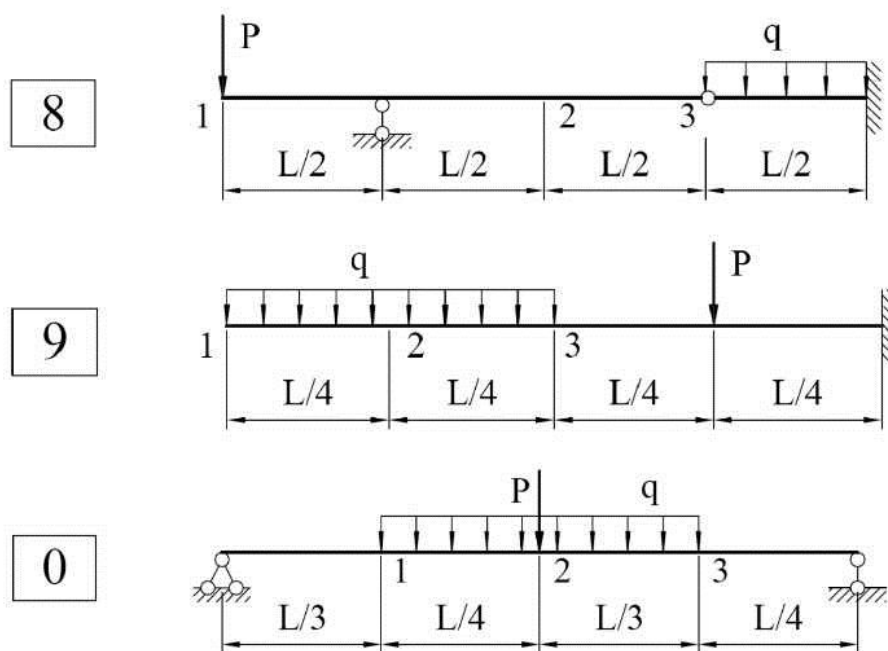


Рисунок 6 – Расчетные схемы балок для определения перемещений

3. Подставляют полученные выражения M_p и $\bar{M}$ в формулу

Мора

$$\Delta_{ip} = \sum \int_0^l \frac{M_p \bar{M}}{EJ} dx \text{ и интегрируют по участкам. Суммируя ре-}$$

зультаты интегрирования для всех участков, получают искомое перемещение.

Для проверки полученного результата производят перемножение эпюр M_p и $\bar{M}$ правилу Верещагина:

$$\int_0^l M_p \bar{M} dx = \varpi_p \bar{y},$$

где ϖ_p - площадь грузовой эпюры моментов; $\bar{y}$ - ордината, взятая с единичной эпюры моментов под центром тяжести грузовой эпюры.

5. Определение перемещений в статически определимой раме

Задание. Для рамы согласно варианту (рис.7), требуется:

1. Построить эпюры изгибающих моментов M , поперечных Q и продольных усилий N ;
2. Определить прогиб или угол поворота одного из сечений.
3. Проверить правильность построения эпюр.

Методические указания

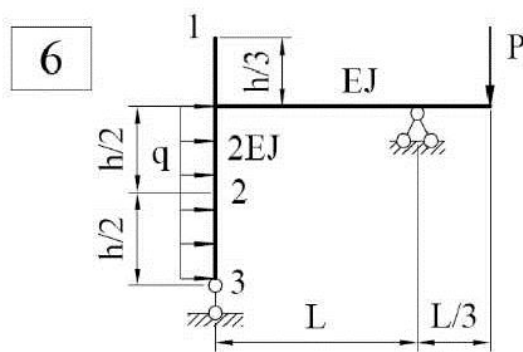
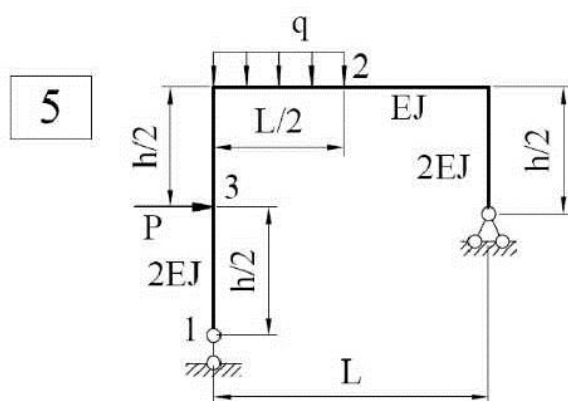
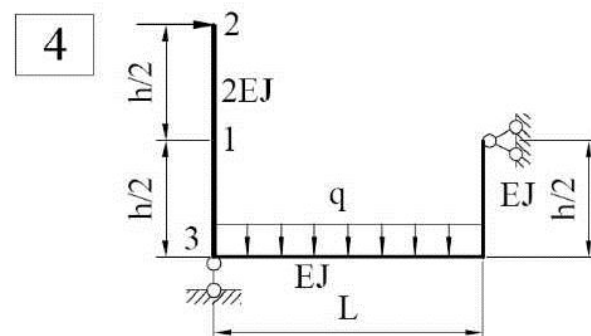
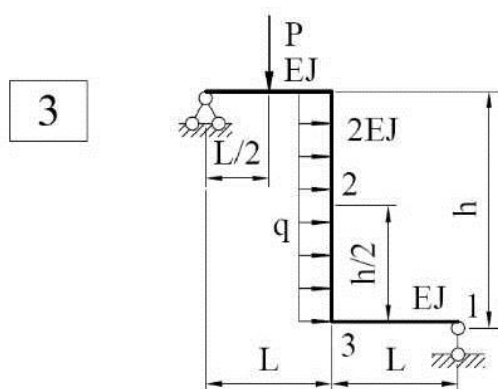
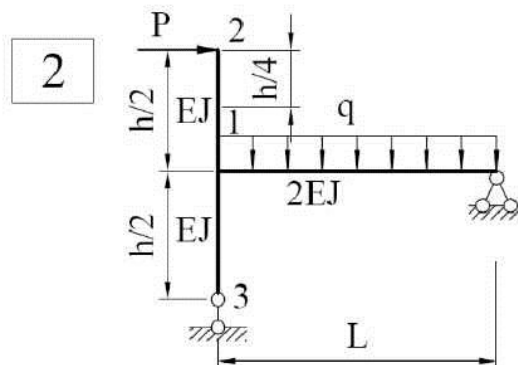
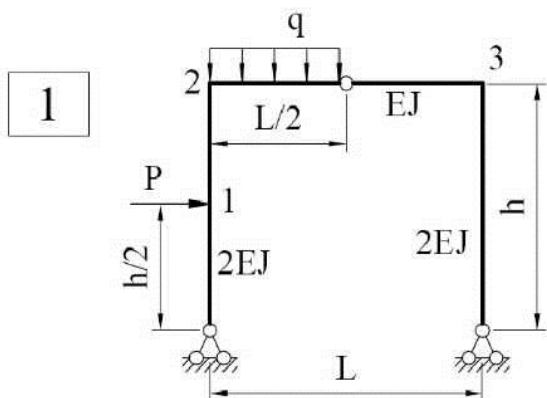
Положительные ординаты на эпюре изгибающих моментов M откладывают со стороны внутренних волокон рамы. На эпюре M проставляются значения всех характерных ординат, знаки на эпюре M не ставятся.

Таблица 5 – Исходные данные к расчету рамы

Первая цифра шифра	L , м	q , кН/м	Вторая цифра шифра	P , кН	h , м	№ сечения	Третья цифра шифра (№ схемы)	Вид перемещения
1	9	1,2	1	3	5	1	1	Угол поворота
2	8	1,3	2	4	7	2	2	Гориз. перемещ.
3	7	1,4	3	5	8	3	3	Угол поворота
4	6	1,5	4	6	9	1	4	Гориз. перемещ.
5	5	1,6	5	7	6	2	5	Угол поворота
6	9	1,8	6	8	7	3	6	Гориз. перемещ.
7	8	2,0	7	9	8	1	7	Угол поворота
8	7	2,2	8	5	9	2	8	Гориз. перемещ.
9	6	2,3	9	6	7	3	9	Угол поворота
0	5	2,4	0	7	8	1	0	Гориз. перемещ.

При построении эпюры поперечных сил Q положительные ординаты откладываются со стороны наружных волокон рамы, на эпюрах

обязательно проставляются знаки. Ординаты эпюры продольных усилий откладываются симметрично по обе стороны от оси рамы (базы эпюры), на эпюрах обязательно проставляются знаки усилий.



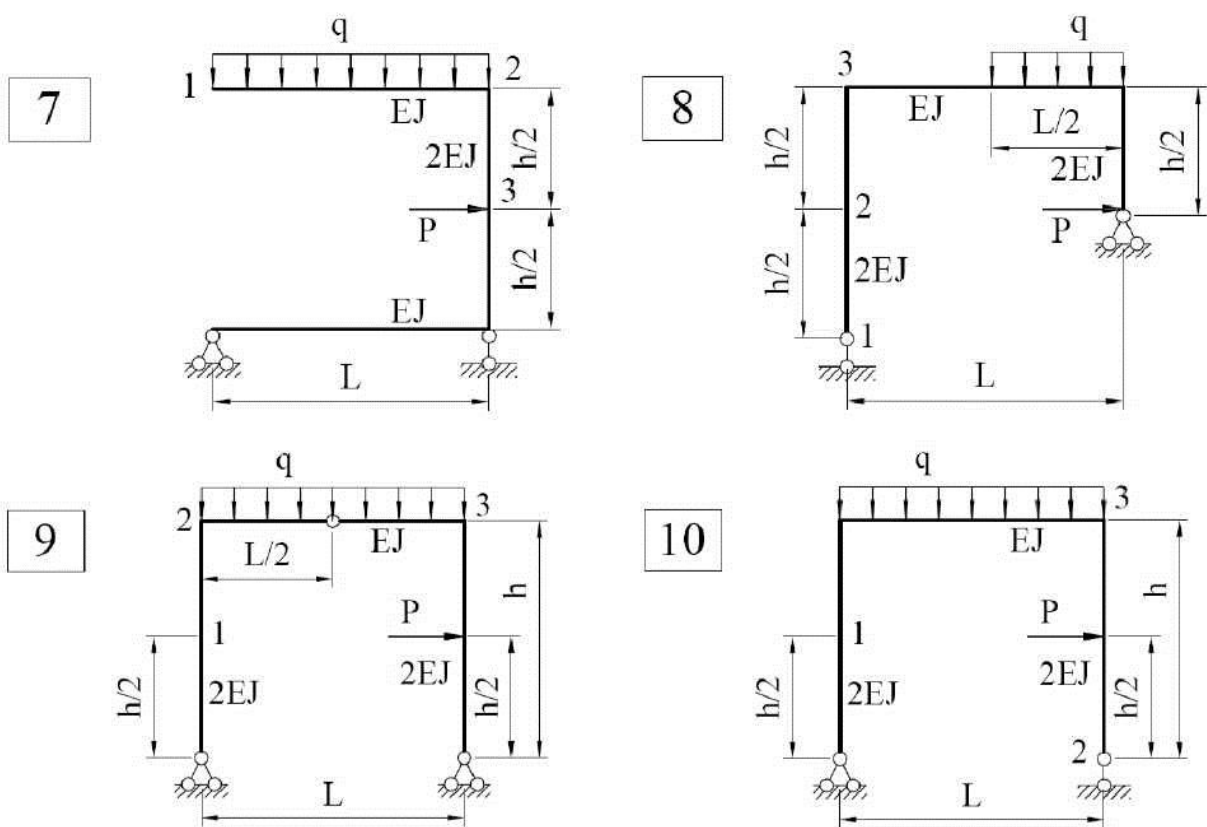
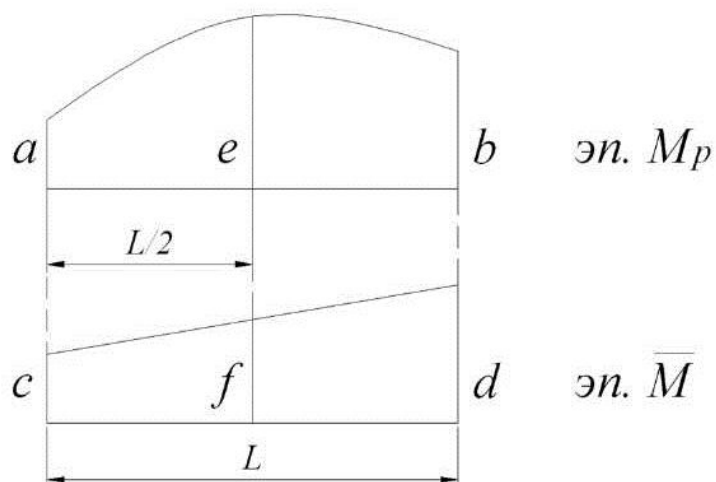


Рисунок 7 – Расчетные схемы рам

Перемещения следует определять по формуле Мора и формуле Симпсона:



$$\Delta_{ip} = \sum \frac{l_i}{6EI} (ac + 4ef + bd).$$

6. Расчет плоской статически неопределимой рамы методом сил

Задание. Для рамы согласно варианту (рис.8), требуется:

1. Построить эпюры изгибающих моментов M , поперечных Q и продольных усилий N ;
2. Проверить правильность построения эпюр.

Методические указания

Для упрощения расчета рекомендуется принять симметричную основную систему или применить разложение неизвестных на симметричные и кососимметричные. При «перемножении» эпюр следует использовать формулу Симпсона. После определения коэффициентов канонических уравнений метода сил:

$$\begin{cases} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \Delta_{1p} = 0; \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \Delta_{2p} = 0, \end{cases}$$

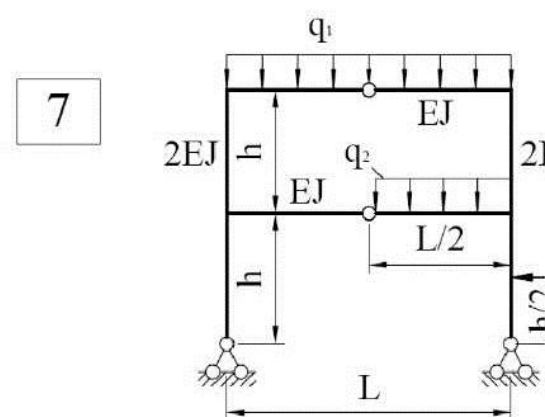
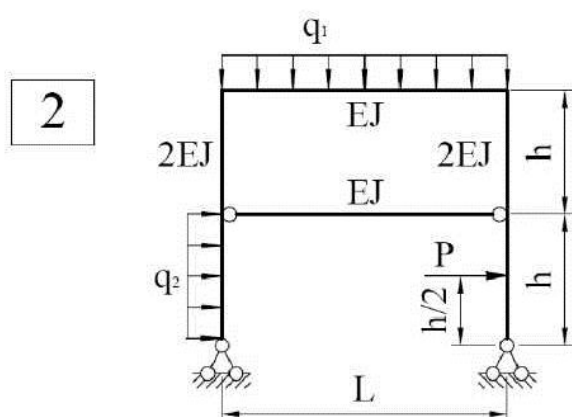
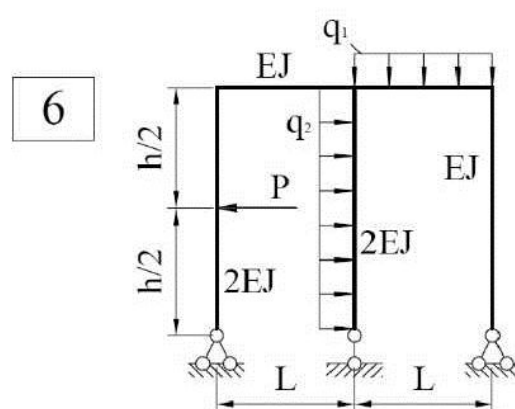
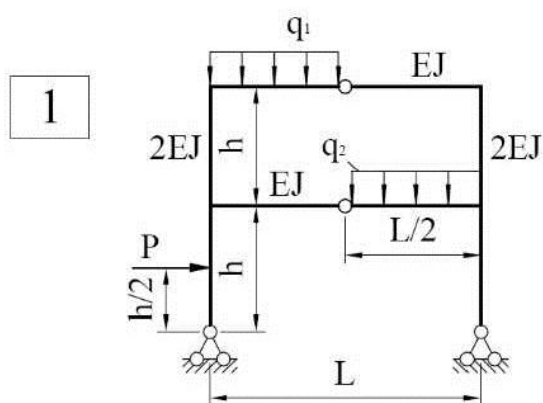
рекомендуется произвести их проверку путем подсчета интеграла (по Симпсону):

$$\sum \int \frac{\overline{M}_s^2}{EJ} dS,$$

где $\overline{M}_s = \overline{M}_1 + \overline{M}_2$ - суммарная единичная эпюра. Результат должен совпадать с суммой $\delta_{11} + 2\delta_{12} + \delta_{22}$.

Таблица 6 – Исходные данные к расчету рамы методом сил

Первая циф- ра шифра	L , м	P , кН	Вторая циф- ра шифра	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	h , м	Третья циф- ра шифра (№ схемы)
1	9	3	1	1,2	1,5	5	1
2	8	4	2	1,3	1,6	7	2
3	7	5	3	1,4	1,8	8	3
4	6	6	4	1,5	1,2	9	4
5	10	7	5	1,6	1,3	6	5
6	9	8	6	1,7	1,4	7	6
7	8	9	7	1,8	1,5	8	7
8	7	5	8	1,9	1,6	9	8
9	6	6	9	2,0	1,4	7	9
0	12	7	0	2,1	1,5	8	0



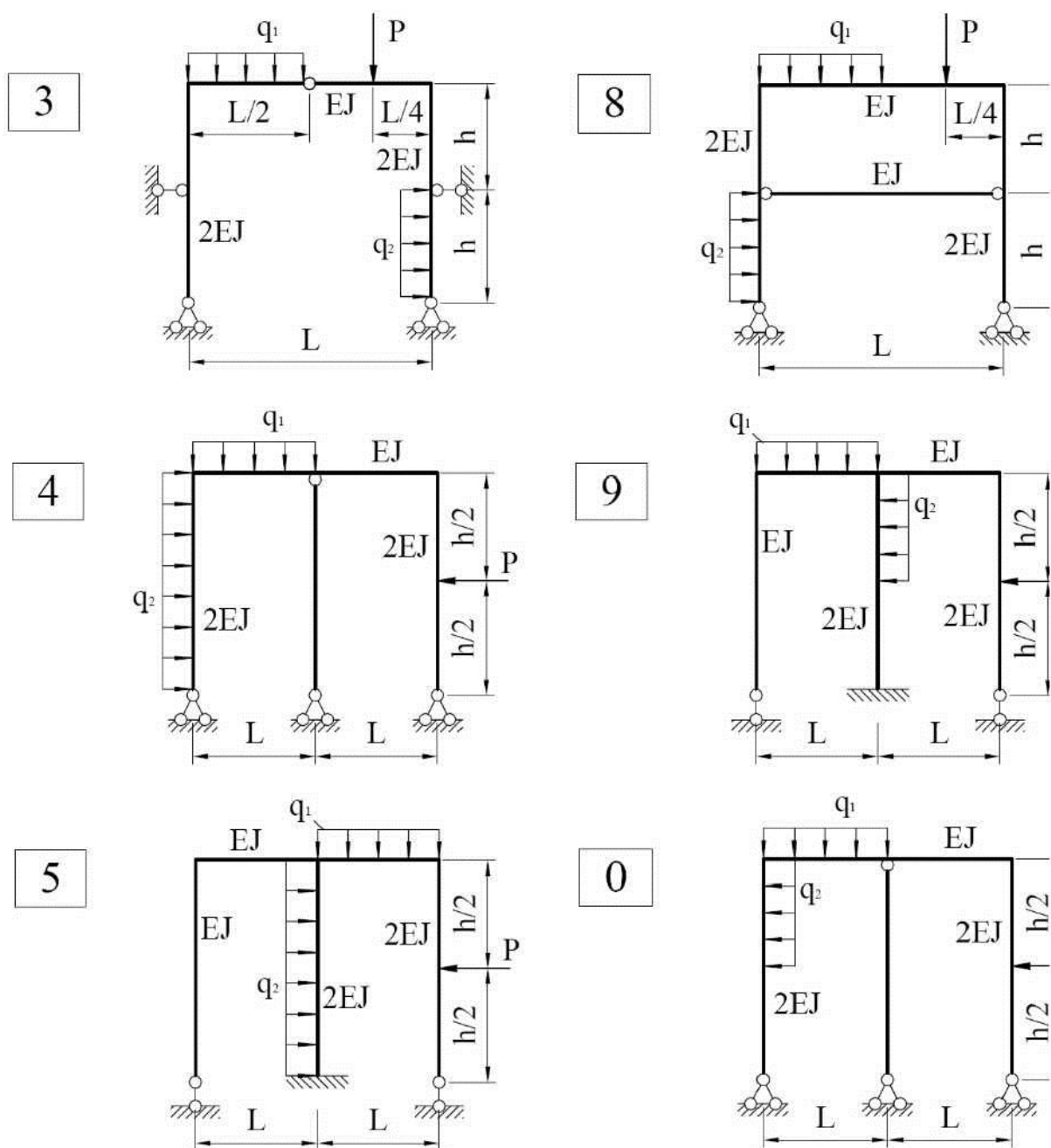


Рисунок 8 – Расчетные схемы рам

Проверка правильности определения свободных членов (грузовых коэффициентов) уравнений производится по формуле:

$$\sum \int \frac{\bar{M}_s M_p}{EJ} dS = \Delta_{1p} + \Delta_{2p}.$$

Окончательную эпюру изгибающих моментов строят по форму-

ле:

$$M_{ок} = M_p + \bar{M}_1 X_1 + \bar{M}_2 X_2.$$

Окончательную эпюру моментов необходимо проверить путем ее «умножения» на одну из единичных эпюр или на суммарную эпюру $\bar{M}_y$. Результат умножения должен быть равен нулю.

Построение эпюр поперечных сил (по эпюре моментов) осуществлять по формуле:

$$Q_x = Q_x^0 + \frac{M_{np.} - M_{лев.}}{l},$$

где Q_x^0 - «балочная» поперечная сила (найденная для данного участка как для простой двухопорной балки); $M_{np.}$ - момент на правом конце участка; $M_{лев.}$ - момент на левом конце участка; l - длина участка.

Эпюра продольных усилий строится по эпюре поперечных сил путем вырезания узлов.

После построения всех эпюр необходимо провести полную проверку, рассмотрев равновесие рамы целиком.

7. Расчет неразрезной балки

Задание. Для неразрезной балки согласно варианту (рис.9) требуется найти с помощью уравнений трех моментов опорные моменты и построить эпюры M и Q .

Методические указания

При решении задачи под заданной балкой необходимо изобразить основную систему и эпюры от моментов и нагрузки. Подставляя

известные величины в уравнения трех моментов, надо обратить внимание на знак моментов на крайних опорах при наличии загруженных консолей. Уравнение трех моментов имеет вид:

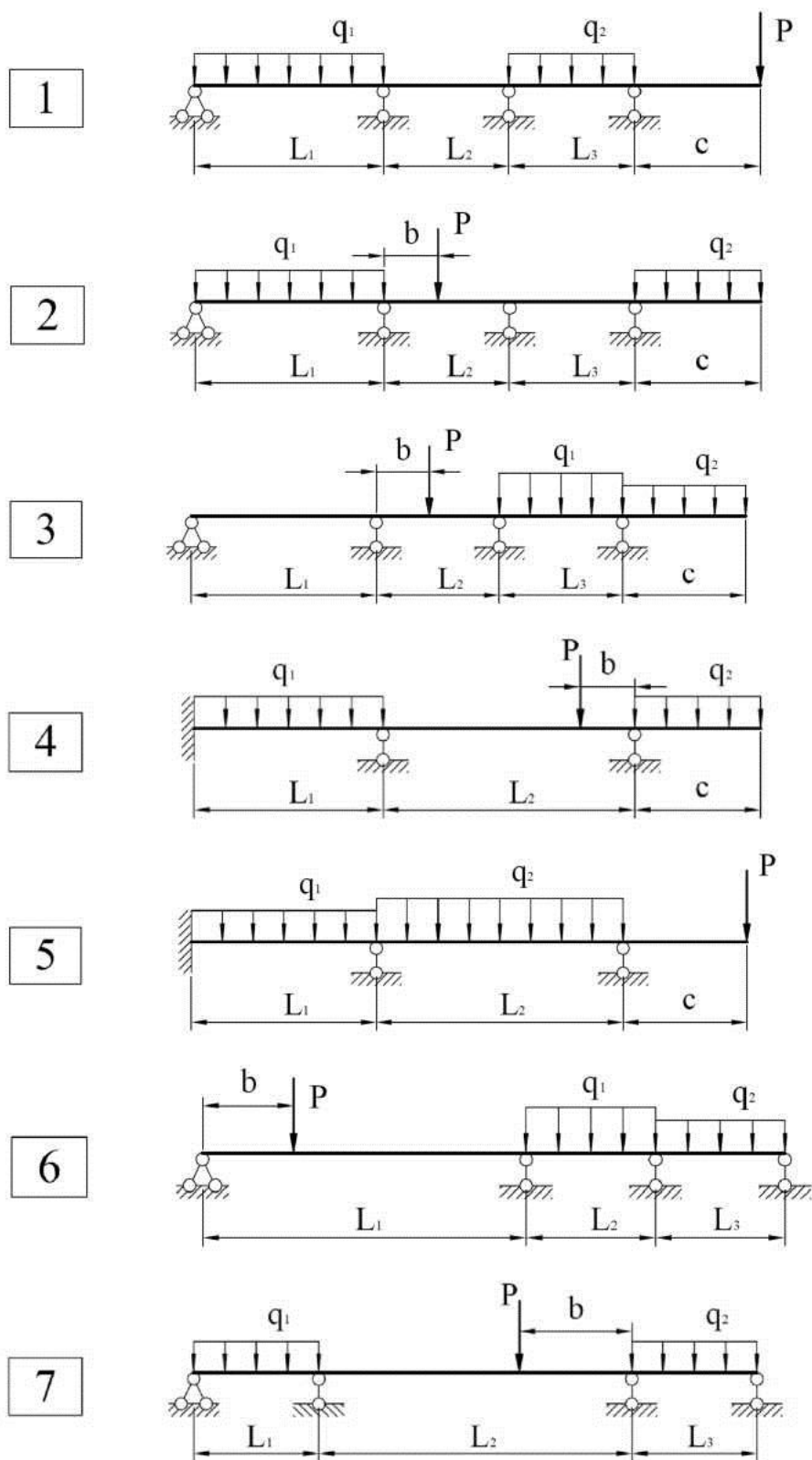
$$M_{n-1}l_n + 2M_n(l_n + l_{n+1}) + M_{n+1}l_{n+1} = -6(B_n^\phi + A_{n+1}^\phi),$$

где M_{n-1} - момент в сечении над опорой, расположенной левее рассматриваемой опоры; M_n - момент в сечении над рассматриваемой опорой; M_{n+1} - момент в сечении над опорой расположенной правее рассматриваемой опоры; B_n^ϕ - правая фиктивная опорная реакция примыкающего к опоре n левого пролета; A_{n+1}^ϕ - левая фиктивная опорная реакция примыкающего к опоре n правого пролета. Фиктивные опорные реакции B_n^ϕ , A_{n+1}^ϕ определяются по приложению А.

Таблица 7 – Исходные данные к расчету неразрезной балки

Первая цифра шифра	L_1 , м	P , кН	Вторая цифра шифра	q_1 , кН/м	q_2 , кН/м	b , м	Третья цифра шифра (№ схемы)	c , м	L_2 , м	L_3 , м
1	6	4	1	1,2	1,4	2	1	1	10	8
2	7	5	2	1,3	1,5	3	2	2	9	6
3	8	6	3	1,4	1,6	4	3	2	8	7
4	9	7	4	1,5	1,7	2	4	2	7	8
5	10	8	5	1,6	1,8	3	5	1	6	7
6	11	9	6	1,7	1,9	4	6	1	12	6
7	12	4	7	1,8	2,0	2	7	2	11	8
8	6	5	8	1,9	2,2	3	8	3	10	7
9	7	6	9	2,0	1,2	4	9	3	9	6
0	8	7	0	2,2	1,5	2	0	2	8	6

После решения уравнения трех моментов полученные значения неизвестных надо подставить во все уравнения и убедиться в правильности решения.



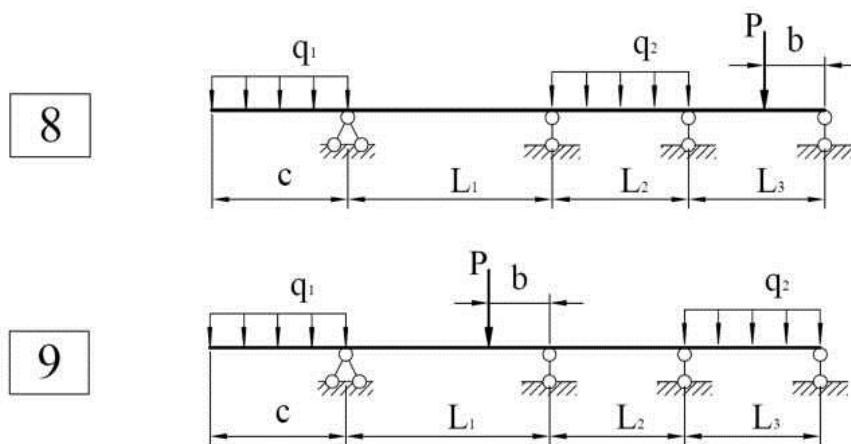


Рисунок 9 –Расчетные схемы неразрезных балок

При построении эпюры моментов положительные ординаты откладываются со стороны нижних волокон балки, отрицательные – со стороны верхних волокон.

Действительные опорные реакции неразрезной балки определяются по формуле:

$$R_n = R_n^0 - \frac{M_n - M_{n-1}}{l_n} - \frac{M_n - M_{n+1}}{l_{n+1}},$$

где R_n^0 - опорная реакция рассматриваемой опоры от нагружения смежных пролетов основной системы заданной нагрузкой.

$$R_n^0 = B_n^0 + A_{n+1}^0,$$

где B_n^0 - правая опорная реакция левого пролета; A_{n+1}^0 - левая опорная реакция правого пролета.

Изгибающий момент и поперечную силу в произвольном сечении неразрезной балки определяют по формулам:

$$M_x = M_x^0 + \left(\frac{M_n - M_{n-1}}{l_n} \right) x + M_{n-1};$$

$$Q_x = Q_x^0 + \frac{M_n - M_{n-1}}{l_n},$$

где M_x^0 и Q_x^0 - изгибающий момент и поперечная сила от заданной нагрузки простой двухопорной балки на расстоянии x от левой опоры, в сечении которого определяют M и Q ; M_n - момент над правой опорой рассматриваемого пролета; M_{n-1} - момент над левой опорой этого пролета.

8. Расчет статически неопределимой рамы методом перемещений

Задание. Для заданной статически неопределимой рамы согласно варианту (рис.10) требуется построить эпюры изгибающих моментов M и поперечных сил Q .

Методические указания

При выборе основной системы метода перемещений необходимо учитывать, что линейные связи должны быть поставлены не только по направлению возможных линейных перемещений, но и для устранения мгновенной изменяемости системы, образованной после постановки шарниров во все узлы, включая опорные.

При построении единичных и грузовых эпюр моментов используются реакции, определяемые по приложению Б. Система канонических уравнений метода перемещений имеет вид:

$$\begin{cases} Z_1 r_{11} + Z_2 r_{12} + R_{1p} = 0; \\ Z_1 r_{21} + Z_2 r_{22} + R_{2p} = 0. \end{cases}$$

Таблица 8 – Исходные данные к расчету статически неопределимой рамы методом перемещения

Первая цифра шифра	L_1 , м	L_2 , м	Вторая цифра шифра	P_1 , кН	P_2 , кН	Третья цифра шифра (M_2 схемы)	P_3 , кН	h , м
1	4	6	1	4	0	1	0	5
2	5	7	2	0	4	2	0	6
3	6	5	3	0	0	3	4	7
4	7	4	4	5	0	4	0	5
5	4	6	5	0	5	5	0	6
6	5	7	6	0	0	6	5	7
7	6	5	7	6	0	7	0	5
8	7	4	8	0	6	8	0	6
9	4	7	9	0	0	9	6	7
0	5	6	0	3	0	0	0	5

При определении коэффициентов системы канонических уравнений метода перемещений следует внимательно следить за их знаками.

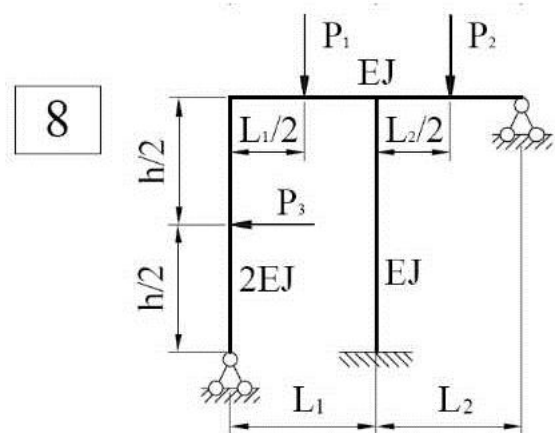
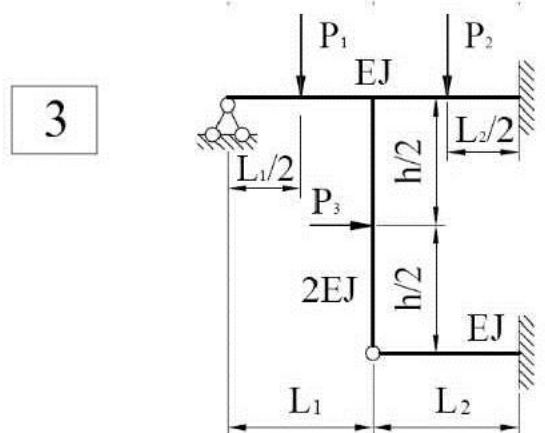
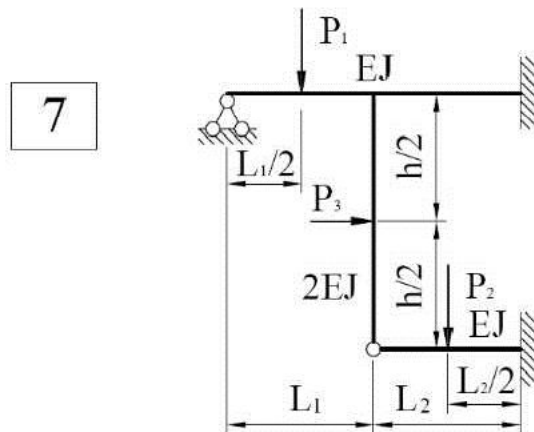
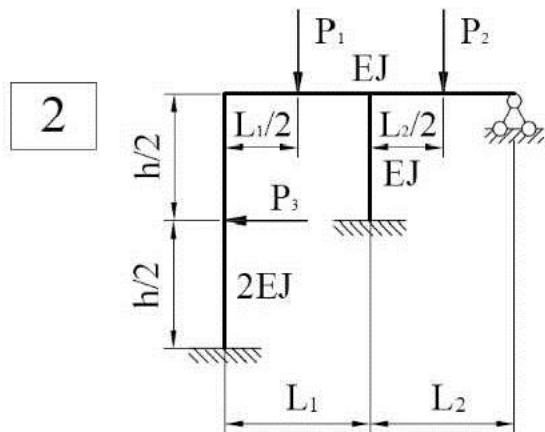
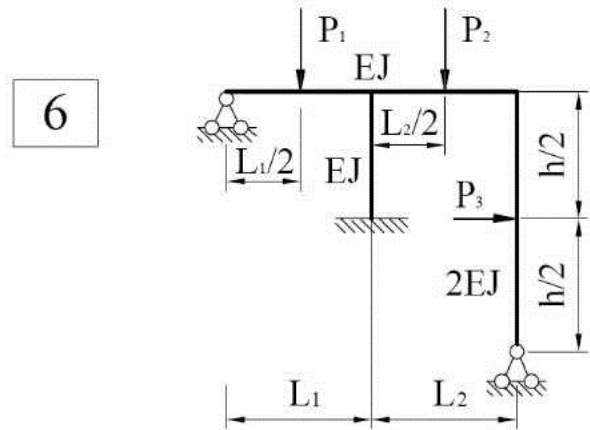
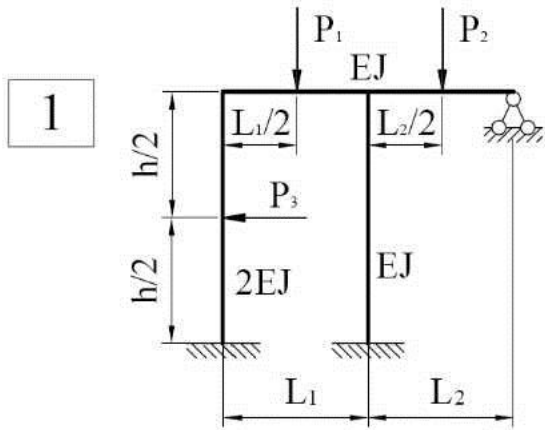
Окончательная эпюра изгибающих моментов строится по формуле:

$$M_{ок} = M_p + \bar{M}_1 Z_1 + \bar{M}_2 Z_2.$$

Эпюры поперечных и продольных сил строятся так же, как в задаче 6.

Проверку полученных эпюр надо проводить как статическую (равновесие узлов и рамы в целом), так и кинематическую. Для кинематической проверки необходимо выбрать основную систему метода сил и построить хотя бы одну единичную эпюру, которую сле-

дует «умножить» на окончательную эпюру моментов по формуле Симпсона.



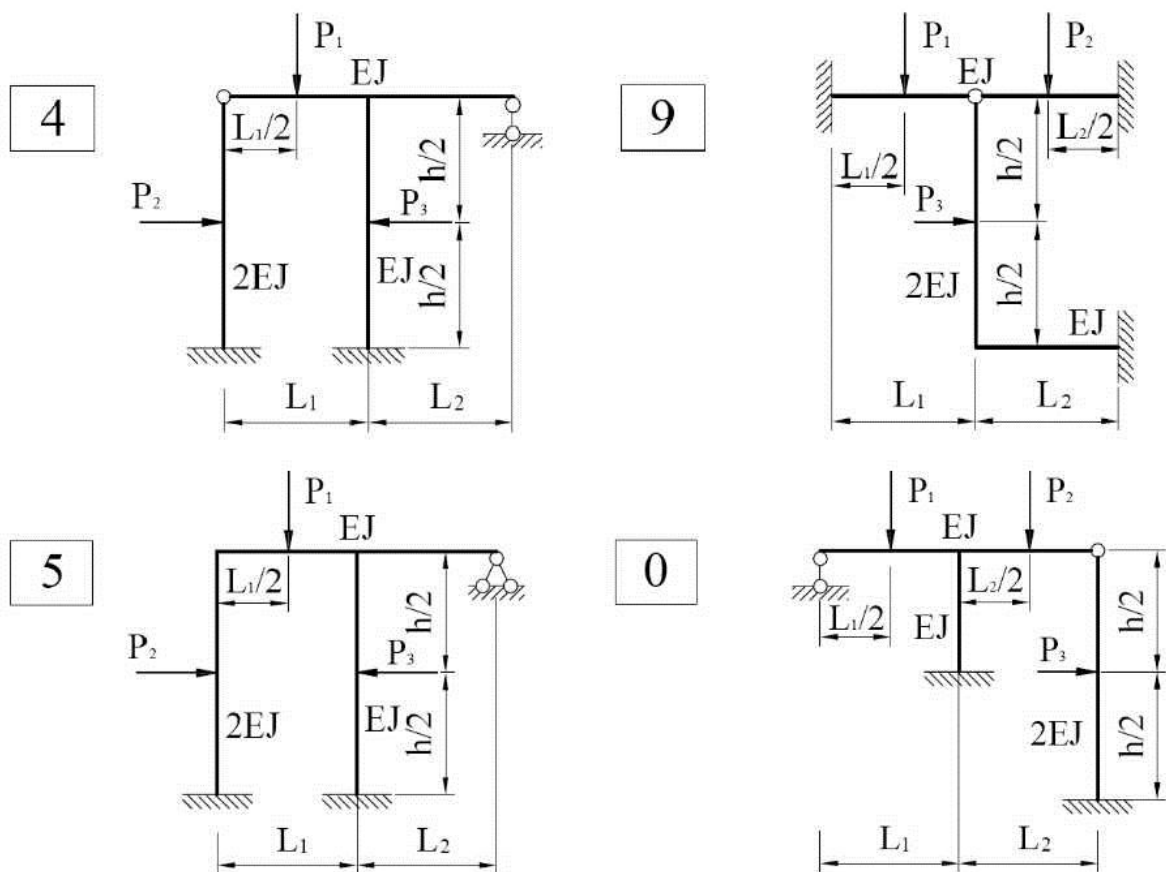


Рисунок 10 – Расчетные схемы рам

9. Расчет плоской рамы на устойчивость

Задание. Для заданной статически неопределимой рамы согласно варианту (рис.11) требуется определить значение критических сил, используя метод перемещений.

Методические указания

Построение единичных эпюр для сжатых силами стоек следует осуществлять по приложению В, а для ригелей по приложению Б. Коэффициенты канонических уравнений метода перемещений будут включать в себя некоторые функции $\varphi_n(v_i)$ и $\varphi_m(v_k)$ от параметров:

$$v_i = \sqrt{\frac{P_i h_i^2}{EJ_i}}; \quad v_k = \sqrt{\frac{P_k h_k^2}{EJ_k}},$$

где P_i и P_k – силы, действующие вдоль стоек h_i и h_k ; EJ_i и EJ_k – жесткости стоек.

Силы P_i и P_k связаны между собой соотношением α , поэтому параметры v_i и v_k окажутся связанными соотношением:

$$\frac{v_i}{v_k} = h_i \sqrt{\frac{P_i}{EJ_i}} : h_k \sqrt{\frac{P_k}{EJ_k}} = \frac{h_i}{h_k} \sqrt{\alpha \frac{EJ_k}{EJ_i}}.$$

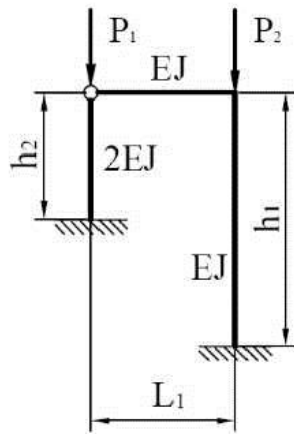
Таблица 9 – Исходные данные к расчету рамы

Первая цифра цифра	L_1 , м	h_1 , м	Вторая цифра цифра	$\alpha = \frac{P_1}{P_2}$	L_2 , м	Третья цифра цифра (№ схемы)	h_2 , м
1	4	6	1	1,2	4	1	2
2	5	7	2	1,3	5	2	3
3	6	5	3	1,4	6	3	2
4	7	4	4	1,5	7	4	3
5	4	6	5	1,6	8	5	2
6	5	7	6	1,7	9	6	3
7	6	5	7	1,8	10	7	2
8	7	4	8	1,9	11	8	3
9	4	7	9	2,0	12	9	2
0	5	6	0	2,2	13	0	3

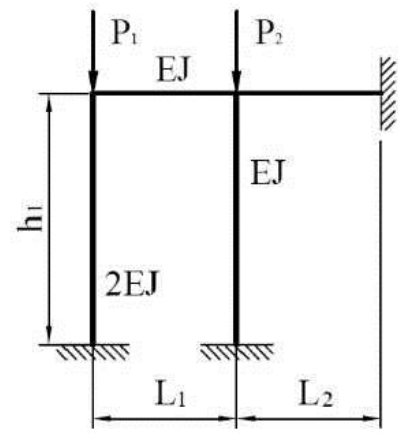
Для нахождения $P_{кр}$ составляется уравнение устойчивости

$$D = \begin{vmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{vmatrix} = r_{11}r_{22} - r_{12}^2 = 0.$$

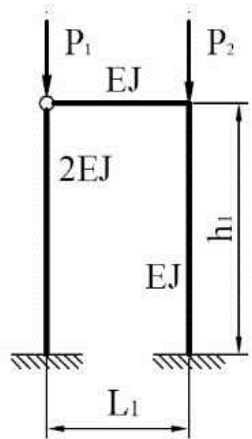
1



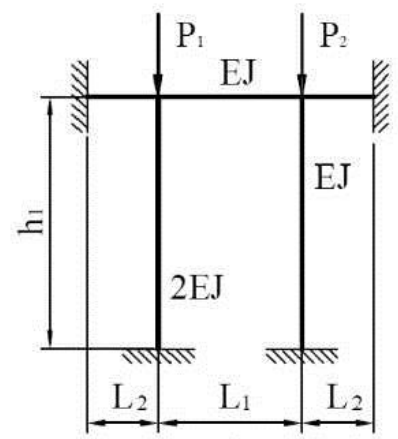
2



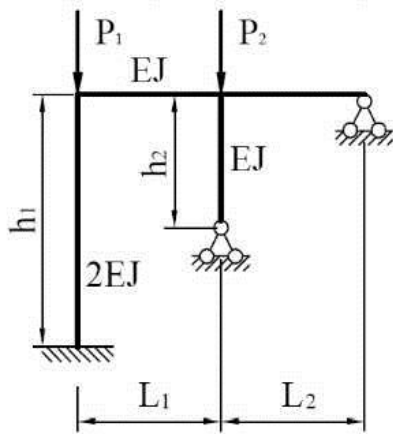
3



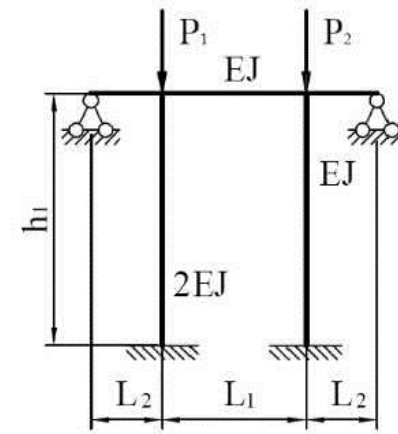
4



5



6



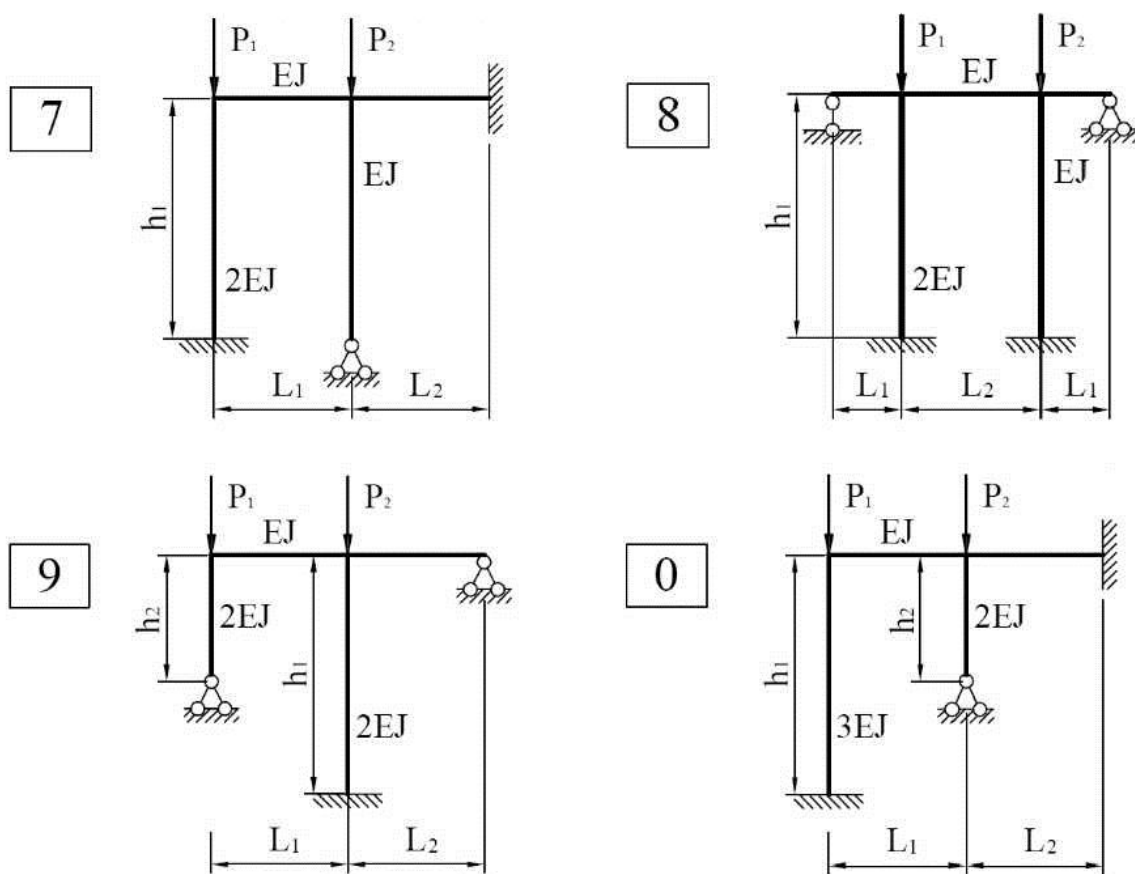


Рисунок 11 – Расчетные схемы статически неопределимых рам

Это уравнение решается относительно v подбором в последовательности:

- 1) задаются значением v_k ;
- 2) по вычисленному соотношению определяется v_i ;
- 3) по приложениям **Б**, **В** и **Г** находятся значения коэффициентов (функций $\varphi_n(v_i)$ и $\varphi_m(v_k)$);
- 4) найденные значения функций подставляются в уравнение устойчивости.

Эта операция повторяется до тех пор, пока принятые значения не будут удовлетворять уравнению устойчивости.

Тогда по формулам

$$P_{\text{кр}i} = \frac{v_i^2 EJ_i}{h_i^2} \quad \text{и} \quad P_{\text{кр}k} = \frac{v_k^2 EJ_k}{h_k^2}$$

определяются значения критических сил.

10. Динамический расчет плоской системы

Задание. Для заданной плоской рамы согласно варианту (рис.12) требуется:

1. Определить круговую частоту свободных вертикальных и горизонтальных колебаний, приняв раму как систему с двумя степенями свободы (собственный вес системы не учитывается);

2. Определить динамическое воздействие вертикальной вибратонной силы $P \sin \theta t$:

а) принять частоту вертикальной возмущающей силы ($\theta \text{ с}^{-1}$) равной половине минимальной частоты собственных колебаний;

б) определить динамический коэффициент μ ;

в) построить эпюру изгибающих моментов с учетом динамического воздействия силы P .

Методические указания

Для решения задачи записывается «всковое» уравнение для системы с двумя степенями свободы. Оно имеет вид биквадратного уравнения, решение которого позволит определить две собственные частоты (отрицательные значения ω не учитываются). Чтобы найти коэффициенты векового уравнения, необходимо определить перемещения от единичных сил, приложенных по направлению возможных

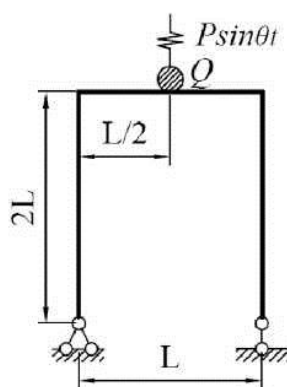
колебаний массы ($m = \frac{Q}{g}$) (вертикальному и горизонтальному)

$\delta_{11}; \delta_{22}; \delta_{12} = \delta_{21}$ (вращение груза относительно центра его массы не учитывается).

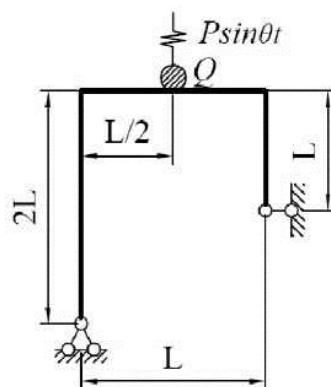
Таблица 10 – Исходные данные к динамическому расчету

Первая цифра шифра	L , м	Q , кН	Вторая цифра шифра	P , кН	Третья цифра шифра (№ схемы)	EJ_2 , кН·м ²
1	2,0	10	1	1,2	1	20000
2	2,5	20	2	1,3	2	25000
3	3,0	22	3	1,4	3	22500
4	3,5	18	4	1,5	4	22000
5	2,2	25	5	1,6	5	23000
6	2,4	24	6	1,7	6	21000
7	2,8	21	7	1,8	7	24000
8	1,8	23	8	1,9	8	23500
9	2,6	17	9	2,0	9	24500
0	2,2	16	0	2,2	0	21500

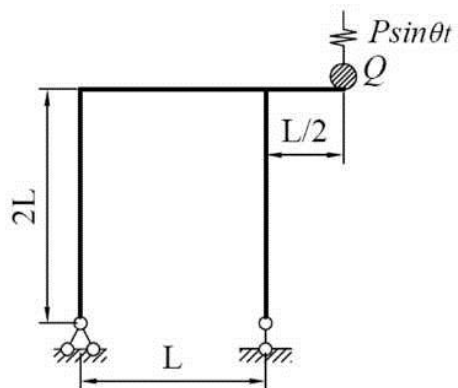
1



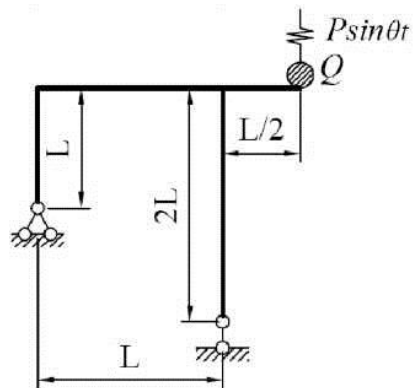
2



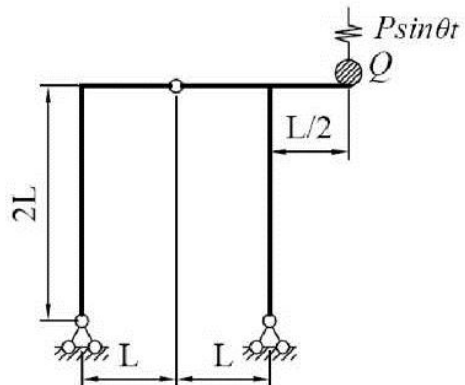
3



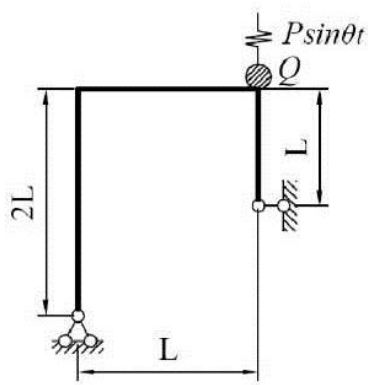
4



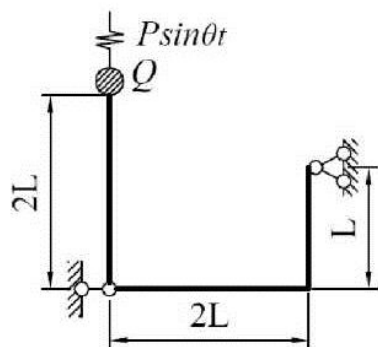
5



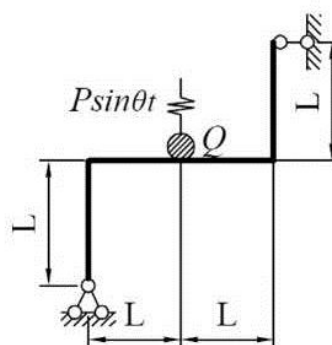
6



7



8



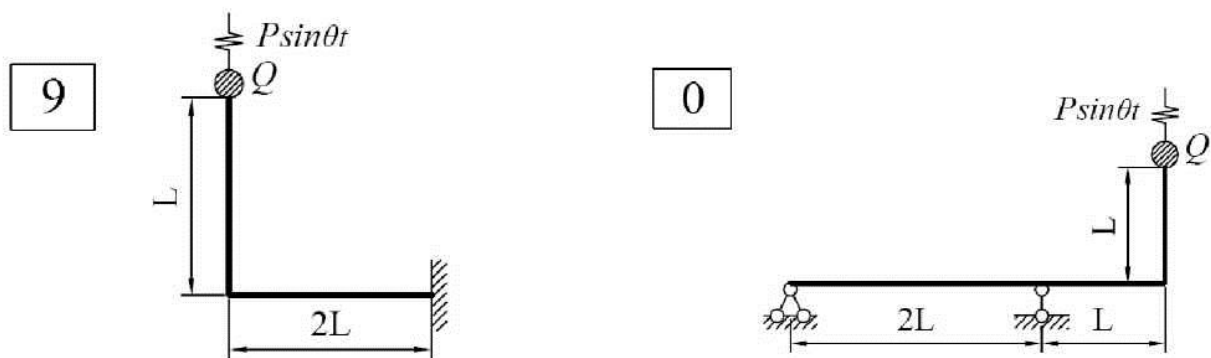


Рисунок 12 – Расчетные схемы плоских рам

Возможные перемещения массы (вертикальные и горизонтальные) качественно определяют две формы колебаний с частотами ω_1 и ω_2 . При этом низшей (основной) частоте соответствует та форма колебаний, для которой δ_{ii} больше, т.е. рама менее жестка.

При определении динамического воздействия вертикальной вибрационной силы заданную раму рассматривают как одномассовую систему с одной (вертикальной) степенью свободы.

Динамический коэффициент определяется по формуле

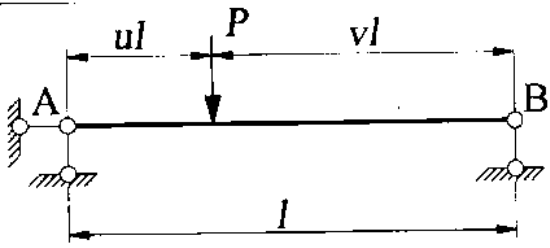
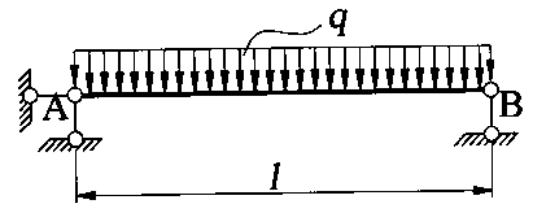
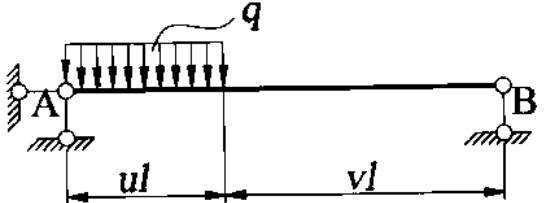
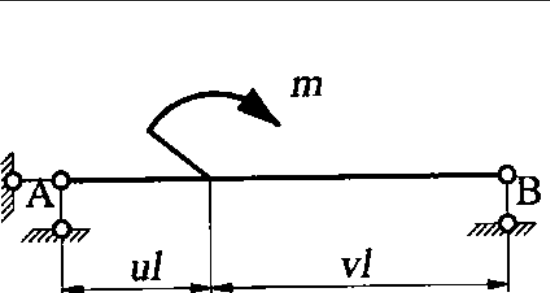
$$\mu = \frac{1}{1 - \left[\frac{\theta}{\omega} \right]^2},$$

где ω - частота свободных вертикальных колебаний груза Q ;
 $\theta = 0,5\omega_i$; ω_i – низшая частота собственных колебаний.

Эпюра изгибающих моментов с учетом динамического воздействия вибрационной силы $P \sin \theta t$, т.е. от вертикальной сосредоточенной нагрузки $Q + \mu P$, легко строится с использованием имеющейся эпюры от единичной вертикальной силы.

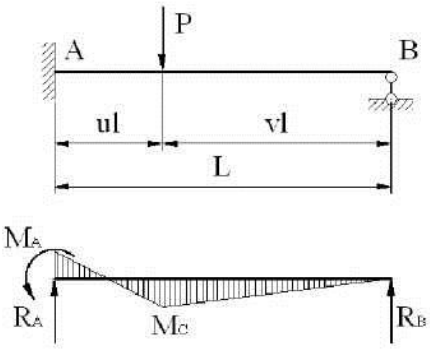
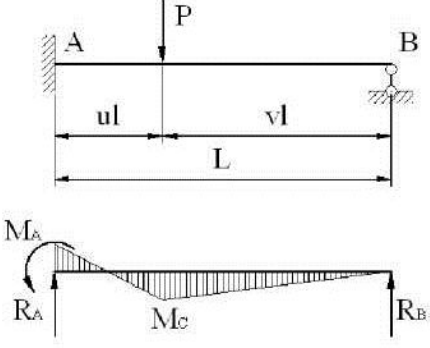
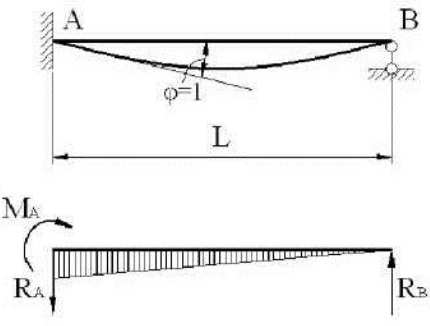
Приложение А

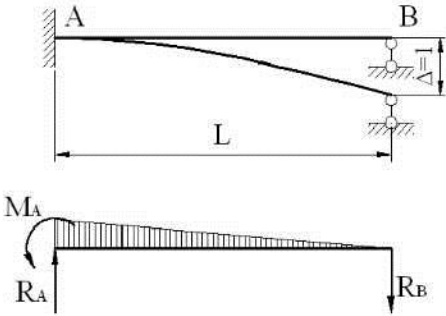
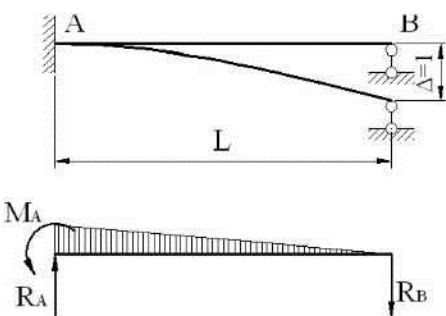
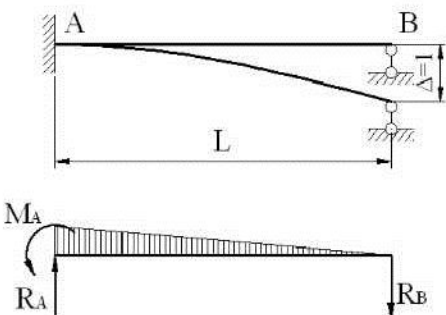
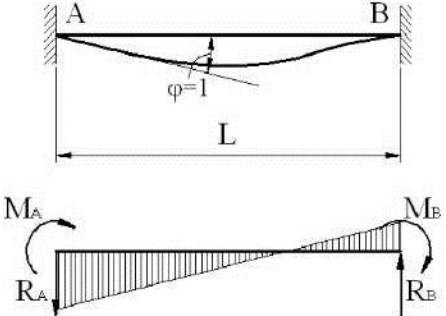
Фиктивные опорные реакции для отдельных схем нагружений двухопорных балок

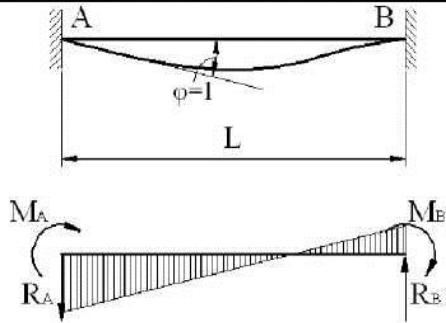
Схема нагрузки	$6A^{\phi}$	$6B^{\phi}$
	$Pl^2uv(1+v)$ При $u = v = 0,5$ $\frac{3}{8}Pl^2$	$Pl^2uv(1+u)$ При $u = v = 0,5$ $\frac{3}{8}Pl^2$
	$\frac{ql^3}{4}$	$\frac{ql^3}{4}$
	$\frac{ql^3u^2(2-u)^2}{4}$	$\frac{ql^3u^2(2-u^2)}{4}$
	$-ml(1-3v^2)$ При $u = v = 0,5$ $-\frac{ml}{4}$	$ml(1-3u^2)$ При $u = v = 0,5$ $\frac{ml}{4}$

Приложение Б

Реакции и эпюры изгибающих моментов от внешней нагрузки и смещений концевых сечений изгибаемых стержней

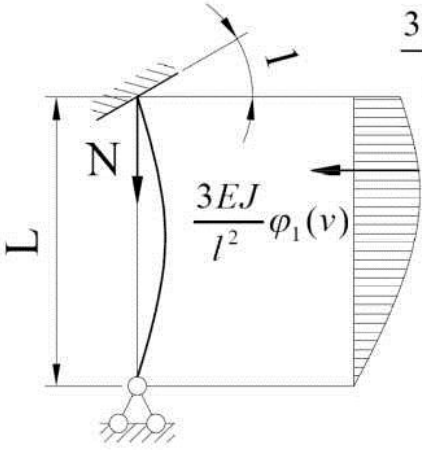
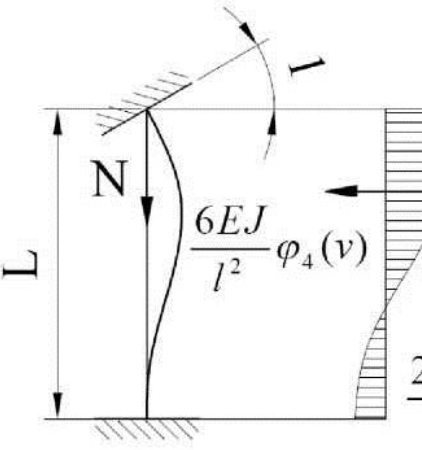
№ пп.	Схема балки и эпюры изгибающих моментов	Формулы
1		$M_A = \frac{Pl}{2}v(1-v^2);$ $M_C = \frac{Pl}{2}u^2v(3-u);$ $R_A = \frac{Pv}{2}(3-v^2);$ $R_B = \frac{Pu^2}{2}(3-u)$
2		$M_A = \frac{ql^2}{8};$ $R_A = \frac{5ql}{8};$ $R_B = \frac{3ql}{8}$
3		$M_A = \frac{3EJ}{l};$ $R_A = R_B = \frac{3EJ}{l^2}$

4		$M_A = \frac{3EJ}{l^2};$ $R_A = R_B = \frac{3EJ}{l^3}$
5		$M_A = uv^2 Pl;$ $M_B = u^2 v Pl;$ $M_C = 2u^2 v^2 Pl;$ $R_A = v^2 (1 + 2u) P;$ $R_B = u^2 (1 + 2v) P$
6		$M_A = M_B = \frac{ql^2}{12};$ $R_A = R_B = \frac{ql}{2}$
7		$M_A = \frac{4EJ}{l};$ $M_B = \frac{2EJ}{l};$ $R_A = R_B = \frac{6EJ}{l^2}$

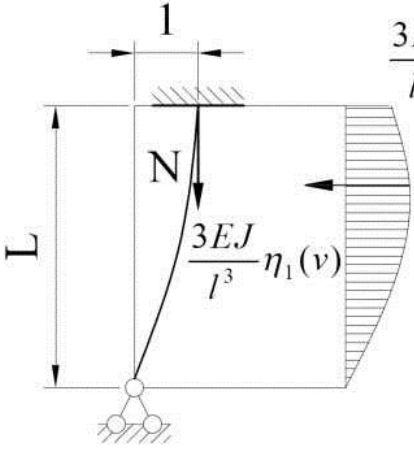
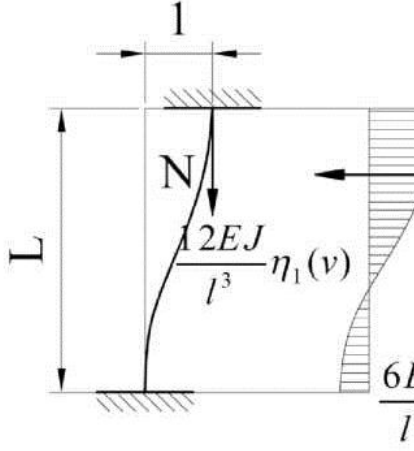
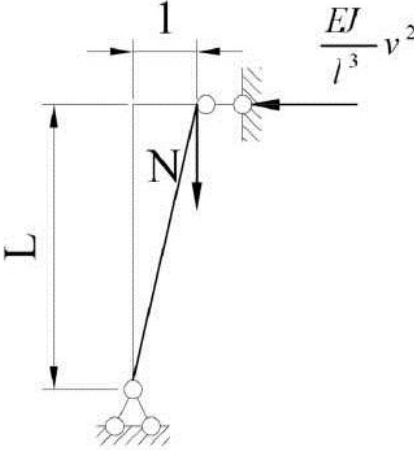
8		$M_A = M_B = \frac{6EJ}{l^2};$ $R_A = R_B = \frac{12EJ}{l^3}$
---	---	---

Приложение В

Реакции и эпюры изгибающих моментов от смещений концевых сечений сжато-изогнутых стержней

№ пп.	Схема балки и эпюры изгибающих моментов	Формулы
1		$\varphi_1(v) = \frac{4}{3} \varphi_2(v) - \frac{1}{3} \frac{\varphi_3^2(v)}{\varphi_2(v)}$
2		$\varphi_2(v) = \frac{v(tgv - v)}{8tg v \left(tg \frac{v}{2} - \frac{v}{2} \right)};$ $\varphi_3(v) = \frac{v(v - \sin v)}{4 \sin v \left(tg \frac{v}{2} - \frac{v}{2} \right)};$ $\varphi_4(v) = \frac{4\varphi_2(v) + 2\varphi_3(v)}{6}$

Продолжение приложения В

3		$\varphi_1(v) = \frac{4}{3}\varphi_2(v) - \frac{1}{3}\frac{\varphi_3^2(v)}{\varphi_2(v)}$ $;$ $\eta_1(v) = 4\eta_2(v) - 3\frac{\varphi_4^2(v)}{\varphi_2(v)}$
4		$\eta_2(v) = \frac{8\varphi_2(v) + 4\varphi_3(v)}{12}$ $\varphi_4(v) = \frac{4\varphi_2(v) + 2\varphi_3(v)}{12}$
5		$n = \sqrt{\frac{N}{EJ}};$ $v = nl = l\sqrt{\frac{N}{EJ}}$

Приложение Г

Значения специальных функций метода перемещений для сжато-изогнутых стержней

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$	$\nu \operatorname{tg} \nu$
0,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,0000
0,10	0,9993	0,9997	1,0002	0,9998	0,9960	0,9990	0,0100
0,20	0,9973	0,9987	1,0007	0,9993	0,9840	0,9960	0,0405
0,30	0,9940	0,9970	1,0015	0,9985	0,9640	0,9910	0,0928
0,40	0,9893	0,9947	1,0027	0,9973	0,9360	0,9840	0,1691
0,50	0,9832	0,9916	1,0042	0,9958	0,8999	0,9750	0,2732
0,60	0,9757	0,9879	1,0061	0,9940	0,8557	0,9640	0,4105
0,70	0,9669	0,9836	1,0083	0,9918	0,8035	0,9510	0,5896
0,80	0,956555	0,9785	1,0109	0,9893	0,7432	0,9360	0,8237
0,90	0,9447	0,9727	1,0138	0,9864	0,6747	0,9189	1,1341
1,00	0,9313	0,9662	1,0172	0,9832	0,5980	0,8999	1,5574
1,10	0,9164	0,9590	1,0209	0,9797	0,5131	0,8786	2,1612
1,20	0,8998	0,9511	1,0251	0,9757	0,4198	0,8557	3,0866
1,30	0,8814	0,9424	1,0297	0,9715	0,3181	0,8307	4,6827
1,40	0,8613	0,9329	1,0348	0,9669	0,2080	0,8035	8,1170
1,50	0,8393	0,9227	1,0403	0,9619	0,0893	0,7744	21,152
$\pi/2$	0,8225	0,9150	1,0445	0,9581	0,0000	0,7525	$\pm \infty$
1,60	0,8152	0,9116	1,0463	0,9565	-0,0381	0,7432	-54,772
1,70	0,7891	0,8998	1,0529	0,9508	-0,1743	0,7100	-13,084
1,80	0,7606	0,8871	1,0600	0,9447	-0,3194	0,6747	-7,7153
1,90	0,7297	0,8735	1,0676	0,9382	-0,4736	0,6374	-5,5615
2,00	0,6961	0,8590	1,0760	0,9313	-0,6372	0,5980	-4,3701
2,04	0,6819	0,8530	1,0795	0,9285	-0,7053	0,5817	-4,0240
2,08	0,6673	0,8468	1,0831	0,9256	-0,7749	0,5650	-3,7255
2,12	0,6521	0,8404	1,0868	0,9226	-0,8461	0,5480	-3,4640
2,16	0,6364	0,8339	1,0907	0,9195	-0,9188	0,5307	-3,2316
2,20	0,6202	0,8273	1,0946	0,9164	-0,9931	0,5131	-3,0224
2,24	0,6034	0,8204	1,0987	0,9132	-1,0691	0,4951	-2,8320
2,28	0,5861	0,8134	1,1030	0,9099	-1,1467	0,4767	-2,6569
2,32	0,5681	0,8063	1,1073	0,9066	-1,2260	0,4581	-2,4943

Продолжение приложения Г

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$m_1(\nu)$	$m_2(\nu)$	$\nu \operatorname{tg} \nu$
2,36	0,5496	0,7990	1,1118	0,9032	-1,3069	0,4391	-2,3421
2,40	0,5304	0,7915	1,1164	0,8998	-1,3896	0,4198	-2,1984
2,44	0,5105	0,7838	1,1212	0,8963	-1,4740	0,4001	-2,0618
2,48	0,4899	0,7760	1,1261	0,8927	-1,5603	0,3801	-1,9311
2,52	0,4685	0,7679	1,1311	0,8890	-1,6483	0,3598	-1,8051
2,56	0,4464	0,7597	1,1363	0,8853	-1,7381	0,3391	-1,6831
2,60	0,4234	0,7513	1,1417	0,8814	-1,8299	0,3181	-1,5642
2,64	0,3996	0,7427	1,1473	0,8776	-1,9236	0,2968	-1,4477
2,68	0,3748	0,7339	1,1530	0,8736	-2,0193	0,2751	-1,3331
2,72	0,3491	0,7249	1,1589	0,8696	-2,1171	0,2531	-1,2199
2,76	0,3223	0,7158	1,1650	0,8655	-2,2169	0,2307	-1,1075
2,80	0,2944	0,7064	1,1712	0,8613	-2,3189	0,2080	-0,9955
2,84	0,2654	0,6967	1,1777	0,8571	-2,4231	0,1849	-0,9835
2,88	0,2352	0,6869	1,1844	0,8527	-2,5296	0,1615	-0,7711
2,92	0,2036	0,6769	1,1913	0,8483	-2,6386	0,1378	-0,6579
2,96	0,1706G	0,6666	1,1984	0,8438	-2,7499	0,1137	-0,5435
3,00	0,1361	0,6560	1,2057	0,8393	-2,8639	0,0893	-0,4276
3,04	0,1000	0,6453	1,2133	0,8345	-2,9806	0,0645	-0,3099
3,08	0,0621	0,6343	1,2211	0,8299	-3,1001	0,0394	-0,1899
3,12	0,0223	0,6230	1,2292	0,8251	-3,2225	0,0139	-0,0674
π	0,0000	0,6169	1,2337	0,8225	-3,2899	0,0000	0,0000
3,16	-0,0195	0,6115	1,2376	0,8202	-3,3480	-0,0119	0,0582
3,20	-0,0635	0,5997	1,2462	0,8152	-3,4769	-0,0381	0,1871
3,24	-0,1100	0,5877	1,2551	0,8102	-3,6092	-0,0646	0,3199
3,28	-0,1591	0,5753	1,2644	0,8050	-3,7452	-0,0915	0,4569
3,32	-0,2110	0,5627	1,2739	0,7998	-3,8852	-0,1187	0,5987
3,36	-0,2662	0,5498	1,2838	0,7945	-4,0294	-0,1468	0,7457
3,40	-0,3248	0,5366	1,2940	0,7891	-4,1781	-0,1743	0,8967
3,44	-0,3873	0,5230	1,3046	0,7835	-4,3319	-0,2026	1,0581
3,48	-0,4542	0,5091	1,3156	0,7779	-4,4910	-0,2313	1,2248
3,52	-0,5259	0,4949	1,3269	0,7723	-4,6560	-0,2603	1,3994
3,56	-0,6030	0,4804	1,3367	0,7665	-4,8275	-0,2897	1,5830
3,60	-0,6862	0,4655	1,3509	0,7606	-5,0062	-0,3194	1,7765
3,64	-0,7764	0,4502	1,3635	0,7546	-5,1930	-0,3495	1,9810
3,68	-0,8746	0,4345	1,3766	0,7485	-5,3887	-0,3800	2,1979

Продолжение приложения Г

ν	$\phi_1(\nu)$	$\phi_2(\nu)$	$\phi_3(\nu)$	$\phi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$	$\nu \operatorname{tg} \nu$
3,72	-0,9819	0,4184	1,3902	0,7424	-5,5947	-0,4108	2,4288
3,76	-1,0999	0,4019	1,4404	0,7361	-5,8124	-0,4420	2,6753
3,80	-1,2303	0,3850	1,4191	0,7297	-6,0436	-0,4736	2,9395
3,84	-1,3754	0,3676	1,4344	0,7232	-6,2906	-0,5056	3,2239
3,88	-1,5379	0,3498	1,4502	0,7166	-6,5561	-0,5379	3,5315
3,92	-1,7216	0,3315	1,4668	0,7099	-6,8437	-0,5706	3,8656
3,96	-1,9311	0,3126	1,4840	0,7031	-7,1583	-0,6037	4,2305
4,00	-2,1726	0,2933	1,5019	0,6961	-7,5060	-0,6372	4,6313
4,04	-2,4546	0,2734	1,5205	0,6891	-7,8952	-0,6710	5,0744
4,08	-2,7887	0,2529	1,5400	0,6819	-8,3375	-0,7053	5,5678
4,12	-3,1916	0,2318	1,5603	0,6747	-8,8497	-0,7399	6,1216
4,16	-3,6878	0,2101	1,5815	0,6673	-9,4564	-0,7749	6,7489
4,20	-4,3156	0,1878	1,6037	0,6597	-10,196	-0,8103	7,4667
4,22	-4,6968	0,1763	1,6151	0,6559	-10,633	-0,8281	7,8664
4,24	-5,1370	0,1647	1,6269	0,6521	-11,130	-0,8461	8,2979
4,26	-5,6514	0,1529	1,6388	0,6482	-11,701	-0,8641	8,7653
4,28	-6,2609	0,1409	1,6511	0,6443	-12,367	-0,8822	9,2738
4,30	-6,9947	0,1287	1,6636	0,6404	-13,158	-0,9005	9,8291
4,32	-7,8961	0,1164	1,6765	0,6364	-14,116	-0,9188	10,439
4,34	-9,0304	0,1038	1,6896	0,6324	-15,308	-0,9372	11,111
4,36	-10,502	0,0910	1,7031	0,6284	-16,839	-0,9558	11,856
4,38	-12,490	0,0780	1,7168	0,6243	-18,885	-0,9744	12,688
4,40	-15,327	0,0648	1,7310	0,6202	-21,780	-0,9931	13,624
4,42	-19,704	0,0514	1,7454	0,6160	-26,216	-1,0120	14,684
4,44	-27,353	0,0377	1,7602	0,6119	-33,925	-1,0309	15,895
4,46	-44,150	0,0238	1,7754	0,6077	-50,781	-1,0500	17,294
4,48	-111,02	0,0096	1,7910	0,6034	-117,72	-1,0691	18,930
4,50	227,93	-0,0048	1,8070	0,5991	221,18	-1,0884	20,868
4,52	56,983	-0,0194	1,8234	0,5948	50,173	-1,1077	23,204
4,54	32,794	-0,0344	1,8402	0,5905	25,923	-1,1272	26,074
4,56	23,129	-0,0496	1,8574	0,5861	16,198	-1,1467	29,691
4,58	17,924	-0,0651	1,8751	0,5817	10,932	-1,1664	34,393
4,60	14,669	-0,0809	1,8933	0,5772	7,6160	-1,1861	40,757
4,62	12,440	-0,0969	1,9120	0,5727	5,3249	-1,2060	49,864
4,64	10,816	-0,1134	1,9312	0,5681	3,6392	-1,2260	63,986
4,66	9,5793	-0,1301	1,9509	0,5636	2,3408	-1,2461	88,869

Продолжение приложения Г

ν	$\phi_1(\nu)$	$\phi_2(\nu)$	$\phi_3(\nu)$	$\phi_4(\nu)$	$\eta_1(\nu)$	$\eta_2(\nu)$	$\nu \operatorname{tg} \nu$
4,68	8,6057	-0,1471	1,9711	0,5589	1,3049	-1,2663	144,44
4,70	7,8186	-0,1645	1,9920	0,5543	0,4553	-1,2865	379,35
$3\pi/2$	7,4022	-0,1755	2,0052	0,5514	0,0000	-1,2992	$\pm \infty$
4,72	7,1686	-0,1823	2,0134	0,5496	-0,2575	-1,3069	-620,14
4,74	6,6223	-0,2005	2,0355	0,5449	-0,8669	-1,3274	-171,63
4,76	6,1563	-0,2190	2,0582	0,5401	-1,3962	-1,3481	-99,901
4,78	5,7538	-0,2379	2,0815	0,5352	-1,8624	-1,3668	-70,591
4,80	5,4023	-0,2572	2,1056	0,5304	-2,2777	-1,3896	-54,647
4,82	5,0925	-0,2770	2,1304	0,5255	-2,6516	-1,4106	-44,618
4,84	4,8171	-0,2972	2,1560	0,5205	-2,9915	-1,4316	-37,722
4,86	4,5704	-0,3179	2,1823	0,5155	-3,3028	-1,4528	-32,685
4,88	4,3480	-0,3390	2,2095	0,5105	-3,5901	-1,4740	-28,842
4,90	4,1463	-0,3607	2,2375	0,5054	-3,8570	-1,4954	-25,811
4,92	3,9623	-0,3828	2,2665	0,5003	-4,1065	-1,5169	-23,357
4,94	3,7937	-0,4056	2,2964	0,4951	-4,3408	-1,5385	-21,328
4,96	3,6384	-0,4288	2,3273	0,4899	-4,5621	-1,5603	-19,620
4,98	3,4948	-0,4527	2,3592	0,4846	-4,7720	-1,5821	-18,163
5,00	3,3615	-0,4772	2,3923	0,4793	-4,9719	-1,6040	-16903
5,04	3,1211	-0,5281	2,4618	0,4685	-5,3461	-1,6483	-14,830
5,08	2,9097	-0,5818	2,5364	0,4576	-5,6925	-1,6930	-13,191
5,12	2,7215	-0,6387	2,6165	0,4464	-6,0166	-1,7381	-11,858
5,16	2,5523	-0,6989	2,7028	0,4350	-6,3229	-1,7838	-10,748
5,20	2,3986	-0,7629	2,7960	0,4234	-6,6147	-1,8299	-9,8053
5,24	2,2580	-0,8311	2,8969	0,4116	-6,8946	-1,8765	-8,9924
5,28	2,1282	-0,9039	3,0065	0,3996	-7,1646	-1,9236	-8,2810
5,32	2,0075	-0,9819	3,1257	0,3873	-7,4266	-1,9712	-7,6506
5,36	1,8946	-1,0658	3,2560	0,3748	-7,6819	-2,0193	-7,0858
5,40	1,7884	-1,1563	3,3989	0,3621	-7,9316	-2,0679	-6,5747
5,44	1,6877	-1,2544	3,5560	0,3491	-8,1768	-2,1171	-6,1081
5,48	1,5918	-1,3611	3,7297	0,3358	-8,4183	-2,1667	-5,6785
5,52	1,5001	-1,4779	3,9226	0,3223	-8,6567	-2,2169	-5,2801
5,56	1,4118	-1,6062	4,1379	0,3085	-8,8927	-2,2676	-4,9079
5,60	1,3266	-1,7481	4,3794	0,2944	-9,1268	-2,3189	-4,5581
5,64	1,2438	-1,9061	4,6523	0,2801	-9,3594	-2,3707	-4,2272
5,68	1,1631	-2,0833	4,9628	0,2654	-9,5910	-2,4231	-3,9125
5,72	1,0842	-2,2838	5,3190	0,2504	-9,8219	-2,4761	-3,6116

Продолжение приложения Г

ν	$\varphi_1(\nu)$	$\varphi_2(\nu)$	$\varphi_3(\nu)$	$\varphi_4(\nu)$	$m_1(\nu)$	$m_2(\nu)$	$\nu \operatorname{tg} \nu$
5,76	1,0066	-2,5129	5,7313	0,2352	-10,053	-2,5296	-3,3224
5,80	0,9302	-2,7777	6,2139	0,2195	-10,283	-2,5838	-3,0431
5,84	0,8546	-3,0876	6,7858	0,2036	-10,514	-2,6386	-2,7721
5,88	0,7795	-3,4560	7,4736	0,1873	-10,745	-2,6939	-2,5081
5,92	0,7047	-3,9022	8,3162	0,1706	-10,977	-2,7499	-2,2499
5,96	0,6300	-4,4550	9,3706	0,1535	-11,210	-2,8066	-1,9962
6,00	0,5551	-5,1594	10,727	0,1361	-11,445	-2,8639	-1,7460
6,02	0,5175	-5,5900	11,562	0,1272	-11,563	-2,8928	-1,6220
6,04	0,4798	-6,0900	12,535	0,1182	-11,681	-2,9219	-1,4985
6,06	0,4419	-6,6780	13,684	0,1091	-11,799	-2,9512	-1,3754
6,08	0,4039	-7,3801	15,060	0,1000	-11,918	-2,9806	-1,2527
6,10	0,3656	-8,2336	16,739	0,0907	-12,038	-3,0102	-1,1301
6,12	0,3271	-9,2941	18,832	0,0812	-12,158	-3,0400	-1,0077
6,14	0,2883	-16,648	21,512	0,0717	-12,278	-3,0699	-0,8852
6,16	0,2492	-12,439	25,064	0,0621	-12,399	-3,1001	-0,7627
6,18	0,2098	-14,920	29,998	0,0523	-12,521	-3,1304	-0,6400
6,20	0,1700	-18,590	37,308	0,0424	-12,643	-3,1609	-0,5169
6,22	0,1299	-24,578	49,253	0,0324	-12,766	-3,1916	-0,3935
6,24	0,0893	-36,101	72,269	0,0223	-12,890	-3,2225	-0,2696
6,26	0,0482	-67,488	135,01	0,0121	-13,014	-3,2536	-0,1452
6,28	0,0067	-492,89	985,78	0,0017	-13,140	-3,2849	-0,0200
2π	0,0000	$-\infty$	$+\infty$	0,0000	-13,159	-3,2899	0,0000

Рекомендуемая учебная литература

Основная литература:

1. Леонтьев Н.Н., Соболев Д.Н., Амосов А.А. Основы строительной механики стержневых систем - М.: АСВ, 1996.
2. Дарков А.В., Шапошников Н.Н. Строительная механика. -М.: Высшая школа, 1986.
3. Ржаницын А.Р. Строительная механика. - М.: Высшая школа, 1991.
4. Киселев В.А. Строительная механика. Общий курс. - М.: Стройиздат, 1986.
5. Смирнов А.Ф. и др. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений. - М.: Стройиздат, 1984.
6. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики. Статика стержневых систем. // Под ред. Г.К. Клейна. - М.: Высшая школа, 1980.
7. Масленников А.М. Основы динамики и устойчивости стержневых систем / Учеб. пособие для студ. строит. спец. // ООО «Изд-во АСВ»; СПб гос. архит.-строит. университет. – М.:СПб, 2000. – 204 с.
8. Анохин Н.Н. Строительная механика в примерах и задачах. Ч. I. Статически определимые системы: Учеб. пос. – М.: Изд-во АСВ, 1999.
9. Анохин Н.Н. Строительная механика в примерах и задачах. Ч. II. Статически неопределимые системы: Учеб. пос. – М.: Изд-во АСВ, 2000.

Дополнительная литература:

10. Клейн Г.К. и др. Руководство к практическим занятиям по курсу строительной механики (Основы теории устойчивости, динамики сооружений и расчета пространственных систем).-М.: Высшая школа, 1972.

11. Основы теории сейсмостойкости сооружений: Учебное пособие/ А.А. Амосов, С.Б. Сеницын. Изд-во АСВ, 2001.

Методические пособия по дисциплине

12. Дудина И.В. Расчет статически неопределимых систем / Учебное пособие. – Братск: БрГТУ, 2002.

13. Дудина И.В. Примеры расчета статически определимых стержневых систем / Учебное пособие. – Братск: БрГУ, 2008.